CAHIERS DU SÉMINAIRE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

GERMAINE AUJAC

Autolycos de Pitané, prédécesseur d'Euclide

Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques 1re série, tome 5 (1984), p. 1-12
<http://www.numdam.org/item?id=CSHM_1984__5__1_0>

AUTOLYCOS DE PITANÉ, PRÉDÉCESSEUR D'EUCLIDE

PAR GERMAINE AUJAC*

Euclide assurément, comme l'indiquait déjà Proclus dans le *Commentaire au premier livre des Eléments*[1], n'est pas le premier auteur grec à avoir composé des *Eléments*. Avant lui, Proclus cite d'abord Hippocrate de Chios, l'initiateur du genre. Puis il y eut, après les progrès réalisés par Théodore de Cyrène, Archytas de Tarente et Théétète, le traité de Léon, disciple de Néocleidès[2]. Puis, après qu'Eudoxe de Cnide, Ménechme son élève et Deinostrate frère de ce dernier eurent considérablement augmenté le nombre des théorèmes, Theudios de Magnésie rédigea un fort bon manuel d'*Eléments* où il généralisait beaucoup de propositions particulières[3]. Après de nouveaux progrès réalisés par Athénée de Cyzique, Philippe d'Oponte disciple de Platon et Hermotimos de Colophon[4], Euclide rédigea ses *Eléments*, les quatrièmes en date au moins, où il adoptait beaucoup de théorèmes d'Eudoxe, en perfectionnait beaucoup de Théétète, et donnait pour tous des démonstrations irréfutables. Tel est, brièvement résumé, ce que Proclus nous enseigne sur l'histoire de la géométrie en Grèce avant Euclide. L'étude du traité qu'Autolycos a consacré à *La sphère en mouvement*, une trentaine d'années probablement avant qu'Euclide ne rédige ses *Eléments*, va nous permettre de prendre sur le vif l'état d'élaboration où se trouvait la géométrie grecque avant l'intervention décisive d'Euclide, de mesurer les connaissances qu'elle avait à sa disposition, les procédés et les méthodes qu'elle utilisait, le nombre et la complexité des théorèmes qui étaient déjà établis et couramment mis à contribution.

Autolycos est un mathématicien originaire de Pitané en Eolide, un port situé sur le golfe Elaïtique, à hauteur de l'île de Lesbos. Nous savons de lui qu'il eut pour élève son compatriote Arcésilas qui l'accompagna à Sardes avant de se rendre lui-même à Athènes pour y parfaire son éducation (il devait prendre ensuite[5] la direction de l'Académie). Autolycos est l'auteur de deux traités qui sont les plus anciens textes scientifiques qui soient parvenus jusqu'à nous, tous deux consacrés à l'astronomie sphérique. Le premier, *La sphère en mouvement*, étudie les propriétés de divers points ou de divers cercles portés sur une sphère tournant à vitesse uniforme autour de son axe, par rapport ou non à un grand cercle immobile ; il est bien évident que cette sphère mobile est la géométrisation de la sphère céleste ou sphère des fixes, et que le grand cercle immobile figure l'horizon céleste qui sépare l'hémisphère visible de l'hémisphère invisible. Le second traité, *Les levers et les*

* Conférence donnée le 12 janvier 1983 au Séminaire d'Histoire des Mathématiques.

couchers héliaques, beaucoup plus particulier, essaie d'établir les fondements géométriques permettant de dresser un calendrier sommaire pour la succession des levers et couchers héliaques[6] ; je ne m'en servirai pas dans la présente étude.

Nous avons conservé aussi d'Autolycos, grâce à Simplicius, le souvenir des critiques qu'il avait formulées contre le système des sphères homocentriques d'Eudoxe de Cnide, et de ses tentatives infructueuses pour l'améliorer. On le voit, Autolycos est un personnage bien réel, qui vécut probablement entre 360 et 290 et rédigea vers 330 le traité *Sur la sphère en mouvement*. Il se faisait ainsi l'écho des recherches si actives menées depuis longtemps déjà dans le domaine de l'astronomie ou "mouvement des solides" comme l'appelait Socrate (*Rép.* VII, 528 d).

Il n'est pas inutile en effet de rappeler que Socrate, désireux de donner au futur philosophe une éducation scientifique, met au premier rang l'arithmétique, puis la géométrie ou science des surfaces, puis l'astronomie ou mouvement des solides, car, selon lui, la science qui devrait succéder normalement à la géométrie et précéder l'astronomie, celle des objets à trois dimensions, est tellement peu avancée qu'on risque facilement de l'oublier, et de passer directement de la géométrie à deux dimensions à une géométrie à quatre dimensions (dont le mouvement, ou le temps) qui, elle, est très élaborée (*Rép.* loc. cit.).

I. LES NOTIONS SUPPOSEES CONNUES.

Une preuve en est que, dans son traité, Autolycos utilise, sans en donner la définition ni les propriétés, un certain nombre d'objets géométriques d'usage courant ; les définitions en question devaient être connues de tous et probablement contenues dans des traités de géométrie plane ou de stéréométrie, analogues aux *Eléments* d'Euclide[7], ou dans des manuels de sphériques analogues à celui qui porte ce titre et qui est dû à Théodose de Bithynie[8].

Et, tout d'abord, Autolycos, qui ne définit pas la sphère, la construit pourtant au détour d'une démonstration : "Soit le demi-cercle ACB ; si, la droite AC restant immobile, le demi-cercle tourne et revient à sa position initiale ... " (Prop. 1). Or il se trouve que les termes mêmes utilisés par Autolycos sont exactement ceux dont se sert Euclide quand, dans le livre XI, il définit la sphère comme un solide de révolution : "Il y a sphère lorsque, le diamètre d'un demi-cercle restant immobile, le demi-cercle tourne et revient à sa position initiale" (Déf. 14), et ce, alors qu'il ne traite, lui, que de la sphère immobile. C'est Théodose qui donne de la sphère une définition qui s'apparente bien davantage à la définition du cercle chez Euclide. Pour lui (*Sphér.* I, déf. 1), la sphère "est la figure solide limitée par une surface unique, à la rencontre de laquelle toutes les droites, tombant d'un seul des points situés à l'intérieur de la figure, sont égales entre elles".

Autolycos ne définit pas non plus l'axe de la sphère ; il se contente de supposer, dès les deux premières propositions, qu'une "sphère tourne à vitesse uniforme autour de son axe". Or la définition de l'axe se trouve chez Euclide, qui pourtant ne se sert nulle part dans le livre XI ni ailleurs de cette notion : "L'axe de la sphère est la droite fixe autour de laquelle tourne le demi-cercle" (*El.* XI, déf. 15). Théodose de son côté définit l'axe de la sphère comme "la droite autour de laquelle tourne la sphère" (*Sphér.* I, déf. 3).

De même les pôles de la sphère, les pôles du cercle sont des notions utilisées depuis longtemps[9] et qu'Autolycos juge inutile de définir. Là encore, c'est Théodose qui nous renseigne sur les définitions en usage : "Les pôles de la sphère sont les extrémités de l'axe" (*Sphér.* I, déf. 4), et "Le pôle d'un cercle situé sur la sphère est un point à la surface de la sphère d'où toutes les droites qui tombent sur la circonférence de ce cercle sont égales entre elles" (*Sphér.* I, déf. 5).

A côté de ces notions familières à quiconque s'occupait de géométrie sphérique, Autolycos utilise aussi certaines propriétés qui relèvent de la géométrie plane ou de la stéréométrie. Dans la proposition 7 par exemple, il utilise la propriété que, si une droite est perpendiculaire à un plan, elle est perpendiculaire à toutes les droites qui sont en contact avec elle dans ce plan ; les termes employés sont à très peu près les mêmes que ceux que l'on trouve dans la définition 3 au livre XI des *Eléments* d'Euclide. De même, la similitude des arcs ou des angles, sur des cercles de rayons différents, sert à bien des démonstrations (cf. Prop. 2 et 3) ; la définition d'Euclide, que "les segments semblables sont ceux dont les arcs sont capables d'angles égaux, ou dont les angles inscrits sont égaux" (*El.* III, déf. 11), semble très familière à Autolycos. Ce dernier utilise également les propriétés des plans parallèles (cf. Euclide, *El.* XI, déf. 8), de même que celles des plans semblablement inclinés sur un troisième (cf. Euclide, *El.* XI, déf. 7).

La grande originalité pourtant de ce type d'études portant sur l'astronomie sphérique est d'introduire le mouvement et de le mettre au coeur de la recherche. Socrate (ou Platon), un siècle auparavant, soulignait déjà l'extension considérable de cette science du mouvement des solides aux dépens de la stéréométrie proprement dite : les deux traités si élaborés d'Autolycos en sont un bon témoignage. Dès la première proposition, Autolycos utilise la notion de "vitesse uniforme" : "Si une sphère tourne à vitesse uniforme autour de son axe ...", et ce bien que la mention de vitesse uniforme soit inutile à l'énoncé de la proposition. Une définition en tête du traité, dont tout porte à croire qu'elle a été ajoutée par un commentateur, précise : "on dit que des points se déplacent à vitesse uniforme quand, en des temps égaux, ils décrivent des longueurs égales ou semblables" ; mais elle applique cette propriété à des déplacements sur une droite, et non sur un cercle. Les propriétés du mouvement uniforme appliqué à une sphère qui tourne sont dégagées par Autolycos dans les propositions 2 et 3 : "Si une sphère tourne à vitesse uniforme autour de son axe, tous les points situés à la surface de la sphère décrivent en des temps égaux des arcs semblables sur les cercles parallèles sur lesquels ils se déplacent" (prop. 2), et "Si une sphère tourne à une vitesse uniforme autour de son axe, les arcs décrits en des temps égaux par des points quelconques sur les cercles parallèles sur lesquels ils se déplacent sont semblables" (prop. 3).

La rotation de la sphère introduit, dans cette étude de type géométrique, le facteur temps, qu'Aristote définissait comme "le mouvement de la sphère"[10]. Dans *La sphère en mouvement*, Autolycos considère les positions respectives des cercles fondamentaux de la sphère en divers instants privilégiés de la rotation : par delà la géométrie de la sphère, c'est le mouvement du cosmos qu'il envisage, le mouvement diurne qui, dans l'hypothèse géocentrique,fait tourner la sphère des fixes d'un mouvement uniforme, entraînant avec elle non seulement les cercles dits parallèles, équateur, tropiques, cercles arctiques tangents à l'horizon, mais aussi le grand cercle oblique du zodiaque, tandis que le grand cercle oblique (en général) de l'horizon, qui sépare la partie visible de la sphère de sa partie invisible, reste toujours immobile au cours de la rotation de la sphère.

Le mouvement, qui est totalement absent des *Eléments* d'Euclide, à la définition de la sphère près (cf. supra), est en revanche perpétuellement présent dans un autre traité d'Euclide, moins célèbre que les *Eléments*, et qui s'intitule *Les Phénomènes*[11]. Ce traité d'astronomie sphérique s'ouvre d'ailleurs par une première proposition qui fonde l'hypothèse géocentrique : "La terre est au milieu de l'univers et occupe la position de centre par rapport à l'univers". Le reste du traité, comme *La sphère en mouvement* d'Autolycos, étudie la rotation de la sphère ou le mouvement diurne.

Le haut degré de technicité auquel étaient déjà parvenues les études astronomiques reposant sur la dynamique de la sphère est bien montré par le second traité d'Autolycos, celui sur *Les levers et les couchers héliaques* où l'auteur considère les effets combinés de la rotation de la sphère sur elle même (mouvement diurne) et du déplacement du soleil sur le grand cercle oblique de l'écliptique, en sens inverse de la rotation de la sphère (mouvement annuel du soleil), et cherche à donner les lois de succession des divers phénomènes dans le déroulement du temps.

II. LES MODES DE RAISONNEMENT.

Autre preuve du haut degré de technicité auquel étaient parvenues les études de géométrie ou d'astronomie sphérique : les modes de raisonnement utilisés par Autolycos sont exactement les mêmes que ceux utilisés par Euclide. Ni l'un ni l'autre n'en est l'inventeur ; ils ont trouvé l'un et l'autre dans l'enseignement scientifique en honneur de leur temps les modèles qu'ils n'ont plus eu qu'à appliquer. La géométrie grecque avait depuis longtemps établi ses règles et ses cadres de pensée.

Et,d'abord, le schéma des théorèmes est déjà chez Autolycos parfaitement figé[12]. Il y a toujours la protase, ou l'énoncé du théorème à démontrer. Ensuite, on passe à la construction (κατασκευή) de la figure, qui permettra d'appliquer le raisonnement à un cas particulier ; d'où la formule utilisée à la fin de la construction : "je dis que..." l'énoncé du théorème se vérifie dans le cas particulier de la figure. Puis vient la démonstration (ἀπόδειξις), reposant sur une construction nouvelle, ou utilisant un théorème précédemment démontré ; comme cette démonstration ne vaut pour l'instant que dans le cas particulier de la figure considérée, elle est suivie de la généralisation, passage du cas particulier au cas général, annoncée par:"nous démontrerons de la même manière ..." . La conclusion (συμπέρασμα) reprend l'énoncé du début, maintenant démontré ; elle n'en diffère que par l'introduction, après le premier mot, de la particule conclusive ἄρα.

Ce schéma, si répétitif qu'il soit (l'énoncé du théorème se fait dans les mêmes termes au moins trois fois, dans la protase, à la fin de la construction où il est appliqué à la figure, enfin dans la conclusion où il s'augmente de la particule ἄρα), est constamment utilisé par Autolycos dans les douze propositions du traité; les rares exceptions sont probablement dues à des oublis, volontaires ou non, de la part de copistes peu attentifs.

Dans les démonstrations, l'un des procédés les plus couramment utilisés est le raisonnement par l'absurde ; on en compte sept exemples sur les douze propositions que contient *La sphère en mouvement*. Dans trois d'entre eux, la formule est l'expression consacrée : "μὴ γάρ ἀλλ' εἰ δυνατόν ... = Supposons que cela ne soit pas ; admettons que ...". Euclide utilise sept fois cette formule dans les *Eléments*[13]. Dans trois occasions également, Autolycos commence le raisonnement par l'absurde par la formule moins voyante : "εἰ γὰρ μὴ ἔστιν= si cela n'est pas ..." qu'Euclide utilise sept fois aussi dans les *Eléments*[14]. Dans une autre occurrence, Autolycos semble dissimuler le raisonnement par l'absurde sous une formule plus ordinaire : "Si le point C se couche ..." (prop. 4).

Le dernier terme du raisonnement par l'absurde est quatre fois la formule ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον , ou tout simplement ὅπερ ἄτοπον (= "ce qui est absurde"), que l'on trouve assez rarement chez Euclide, suivie généralement de οὐκ ἄρα (= "il n'est donc pas possible que ...") ; on trouve une fois la formule finale ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ... (= "ce qui est impossible ; il ne peut donc se faire que ..."), qui est la plus couramment utilisée par Euclide[15] ; enfin, en deux occasions, Autolycos termine le raisonnement par l'absurde par la formule ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· οὐκ ἄρα ... (= "ce qui est contraire à l'hypothèse ; il n'est donc pas possible ..."), qu'utilise cinq ou six fois Euclide dans les *Eléments*[16].

Le caractère fortement stéréotypé du raisonnement apparaît également dans les articulations utilisées. On trouve neuf fois sur les douze propositions la formule de généralisation : ὁμοίως δὴ δείξομεν ... (= "nous démontrerons de la même manière que ..."), soit qu'on applique à tous les points ce qui a été démontré pour un de ces points (6 fois), soit qu'on applique à un autre phénomène ce qui a été démontré pour l'un deux, par raison de symétrie (3 fois). De même c'est toujours la particule πάλιν , suivie de δέ ou de δή , qui est utilisée pour diviser le raisonnement en sous-sections, soit pour indiquer qu'on passe d'une démonstration à une autre (prop. 9), soit pour bien marquer que l'on considère une autre position de la figure, pour laquelle on va refaire tout le raisonnement (prop. 10).

Ainsi l'oeuvre d'Autolycos montre nettement que la géométrie grecque avait depuis longtemps déjà mis en place un modèle immuable pour la conduite des démonstrations et aussi des modes de raisonnement susceptibles de pallier les difficultés de la démonstration directe, tel le raisonnement par l'absurde.

III. LE CORPUS DE SPHÉRIQUES SUPPOSÉ ACQUIS.

Mais ce qui est le plus intéressant peut-être, quand on étudie de près *La sphère en mouvement*, c'est de constater le nombre et la variété des théorèmes mis en oeuvre, c'est-à-dire des théorèmes considérés comme acquis et démontrés, et énoncés toujours suivant la même formule stéréotypée. En bref, *La sphère en mouvement* utilise un véritable *corpus* de *Sphériques*, dont l'écho fidèle se trouve dans les *Sphériques* composés deux siècles plus tard par Théodose de Bithynie. Grâce au traité de Théodose, nous pouvons reconstituer à peu près l'essentiel de ce qui était déjà contenu dans les *Sphériques* au temps d'Autolycos.

Voici donc, dans l'ordre où les présente Théodose, les divers théorèmes utilisés par Autolycos au cours de ses démonstrations :

- Théod. I,1 : "Si une surface sphérique est coupée par un plan, la ligne à la surface de la sphère est une circonférence de cercle" ;

Cf. Aut. 1 et 2 : "Etendons le plan ..., il aura comme section sur la sphère un cercle."

Le libellé du théorème, chez Théodose, est légèrement différent de celui, deux fois répété sous forme identique[17], chez Autolycos (qui emploie le futur).

- Théod. I, 6 : "Les cercles de la sphère qui passent par le centre sont des grands cercles."

  Cf. Aut. 12, qui utilise cette propriété sans citer textuellement le théorème.

- Théod. I, 7 : "Si l'on a un cercle dans une sphère et si, du centre de la sphère au centre du cercle, on mène une droite, cette droite est perpendiculaire au cercle."

  Cf. Aut. 12, qui reprend textuellement ce théorème en l'appliquant au cas particulier de la figure.

- Théod. I, 8 : "Si l'on a un cercle dans une sphère et si, du centre de la sphère sur le cercle, l'on mène une perpendiculaire que l'on prolonge des deux côtés, elle passera par les pôles du cercle."

  Cf. Aut. 1, qui utilise le théorème en reprenant textuellement:"du centre de la sphère sur le cercle, l'on mène une perpendiculaire que l'on prolonge".

- Théod. I, 11 : "Dans une sphère, les grands cercles se coupent en deux parties égales."

  Cf. Aut. 2, qui en tire la conséquence que la section commune est un diamètre .

- Théod. I, 12 : "Dans une sphère, les cercles qui se coupent en deux parties égales sont des grands cercles."

  Cf. Aut. 12 qui applique ce théorème.

- Théod. I, 15 : "Si,dans une sphère, un grand cercle coupe un des cercles de la sphère en passant par ses pôles, il le coupe en deux parties égales et à angles droits."

  Cf. Aut. 5, 6, 7 (bis), 10, qui utilise tantôt la première partie du théorème (5), tantôt la seconde seulement (7, seconde fois), tantôt le théorème tout entier, exactement dans les termes précédents (6 et 7, première fois) ; il lui arrive aussi de procéder par ellipse (10).

- Théod. II, 2 : "Dans une sphère, les cercles qui ont mêmes pôles sont des cercles parallèles."

  Cf. Aut. 1, avec un libellé identique.

- Théod. II, 5 : "Si dans une sphère deux cercles sont tangents, le grand cercle décrit par les pôles de l'un et le point de tangence passera aussi par les pôles de l'autre."

Cf. Aut. 10 qui l'applique en reprenant les termes mêmes de la conclusion.

- Théod. II, 8 : "Si dans une sphère un grand cercle est oblique sur l'un des cercles de la sphère, il sera tangent à deux cercles égaux, parallèles au cercle sus-dit."

Cf. Aut. 6 qui reproduit ce théorème dans un libellé pratiquement identique.

- Théod. II, 10 : "Si l'on a des cercles parallèles dans une sphère, et si l'on décrit, par leurs pôles, des grands cercles, les arcs des cercles parallèles situés entre les grands cercles sont semblables, et les arcs des grands cercles situés entre les cercles parallèles sont égaux."

Cf. Aut. 2 (bis), qui n'utilise que la première conclusion.

- Théod. II, 13 : "Si dans une sphère l'on a des cercles parallèles et si l'on décrit des grands cercles tangents à l'un de ces cercles et coupant les autres, les arcs des cercles parallèles situés entre les demi-cercles non concourants des grands cercles sont semblables, les arcs des grands cercles situés entre les cercles parallèles sont égaux."

Cf. Aut. 8, qui applique ce théorème, exprimé dans les mêmes termes, à la figure qui lui sert pour sa démonstration.

- Théod. II, 20 : "Si dans une sphère un grand cercle coupe des cercles parallèles de cette sphère sans passer par leurs pôles, les arcs qui, découpés dans l'un des hémisphères, sont plus rapprochés du pôle visible seront continuellement plus grands que les arcs semblables à ceux qui sont éloignés de ce pôle."

Cf. Aut. 9, où ce théorème est appliqué directement.

- Théod. III, 1 : "Si,dans un cercle, l'on mène une droite coupant ce cercle en parties inégales, si l'on érige sur cette droite un segment de cercle perpendiculaire qui soit inférieur à un demi-cercle et si l'on divise en parties inégales l'arc du segment ainsi érigé, la droite qui sous-tend le plus petit arc est la plus petite de toutes les droites qui tombent d'un même point sur le plus grand arc du cercle considéré au début. D'autre part, si la droite coupant le cercle est un diamètre du cercle, toutes choses restant égales, la droite qui sous-tend le plus petit arc sera la plus petite de toutes les droites qui tombent du même point sur la circonférence du cercle, et la droite qui sous-tend le plus grand arc sera la plus grande."

Cf. Aut. 6 et 7 qui utilise seulement la seconde partie du théorème, dans le cas du diamètre qui coupe le cercle. Le libellé d'Autolycos, qui reste identique dans les deux propositions mais ne coïncide pas exactement avec celui que l'on trouve chez Théodose, suggère qu'Autolycos connaissait un théorème formulé différemment de celui, plus complet et "double", que l'on peut lire chez Théodose.

Un tel relevé montre assez que, du temps d'Autolycos, existait déjà un corpus de théorèmes de *Sphériques* nettement établi et largement élaboré. En matière de géométrie plane aussi ou de stéréométrie, Autolycos utilise des théorèmes qui font partie des *Eléments* d'Euclide. En voici la liste, relativement brève :

- Eucl. III, 10 : "Un cercle ne peut couper un autre cercle en plus de deux points."
  Cf. Aut. 8, qui utilise ce théorème, dans les mêmes termes, au cours d'un raisonnement par l'absurde.

- Eucl. III, 26 : "Dans les cercles égaux, les angles égaux interceptent des arcs égaux, qu'ils soient des angles au centre ou des angles inscrits."
  Cf. Aut. 2, qui n'utilise pas exactement ce théorème mais un autre qui lui est affilié, indiquant,que quand deux arcs sont semblables et qu'ils sont sur le même cercle,ils sont égaux.

- Eucl. XI, 16 : "Si deux plans parallèles sont coupés par un troisième, les sections communes de ces plans sont parallèles."
  Cf. Aut. 7, qui utilise textuellement ce théorème.

- Eucl. XI, 19 : "Si deux plans sécants sont perpendiculaires à un autre plan, la section commune aux deux premiers plans sera elle aussi perpendiculaire à l'autre plan."
  Cf. Aut. 7, qui l'utilise mais dans un libellé légèrement différent.

Notons enfin qu'Euclide lui-même, dans les *Phénomènes*, un traité de géométrie sphérique, présente des théorèmes dont Autolycos avait fourni la démonstration ; Euclide se contente alors d'un "cela a été démontré" (prop. 2), ou "c'est évident" (prop. 7).

- Eucl. *Phén.* 2 : "En l'espace d'une rotation, le cercle qui passe par les pôles de la sphère sera deux fois perpendiculaire à l'horizon ; le cercle du zodiaque sera deux fois perpendiculaire au méridien, mais jamais à l'horizon ... ."
  Cf. Aut. 10, qui démontre la première partie du théorème précédent ; le libellé est exactement le même ; Euclide se dispense de la démonstration sur ce point.

- Eucl. *Phén.* 7 : "Le cercle du zodiaque fait ses levers et ses couchers sur toute la partie de l'horizon qui se trouve entre les tropiques, à condition que le plus grand des cercles toujours visibles soit inférieur au tropique, et,dans ses allers et retours, il prend des directions opposées ... ."

Cf. Aut. 11, qui,dans un libellé plus strictement géométrique, présente la première partie de ce théorème et en donne la démonstration, ce qui permet à Euclide de dire simplement, à propos de cette première partie du théorème : "c'est évident".

Faut-il conclure de là qu'Euclide a lu les traités d'Autolycos et les a directement utilisés dans les *Phénomènes* ? Rien ne le prouve en fait, puisque l'on a pu constater qu'Autolycos lui-même citait très exactement des théorèmes inclus dans les *Sphériques*, de deux siècles postérieurs, de Théodose de Bithynie. La seule conclusion qu'on en peut tirer, c'est que, bien avant l'époque d'Autolycos et d'Euclide, existait un fonds commun de théorèmes, aussi bien en matière de géométrie plane que de géométrie sphérique, qui avaient déjà pris leur forme définitive et dont l'énoncé devait se perpétuer sans le moindre changement durant des siècles. C'est probablement le caractère formulaire[18] de ces énoncés qui leur a assuré une si grande longévité.

Ainsi, le traité d'Autolycos montre, encore mieux me semble-t-il que les *Eléments* d'Euclide, le haut degré d'élaboration auquel était parvenue la géométrie grecque bien avant l'époque hellénistique. A l'étude des figures planes et des figures à trois dimensions, s'était en effet ajoutée l'étude du "mouvement des solides", expression par laquelle Platon définissait déjà, et avec juste raison, l'astronomie, qui chez les Grecs reposait plus sur la géométrie que sur l'observation. Proclus soutient que toute l'investigation d'Euclide dans les *Eléments* était orientée vers les études cosmiques[19] ; peut-être y a-t-il là une pointe d'exagération ; mais il est bien évident qu'en Grèce, sous l'influence pythagoricienne peut-être, c'est l'étude du cosmos et de son mouvement qui a déterminé l'essor de la géométrie.

NOTES

1) Proclus, *In primum Euclidis elementorum librum Commentarii*, ed. Friedlein, Leipzig, 1873, repr. 1967, p.65 sqq. (trad. anglaise par Glenn R. Morrow, *A commentary on the first book of Euclid's elements*, Princeton, 1970 ; trad. italienne par M.T. Cardini, *Commento al I libro degli Elementi di Euclide*, Pise, 1978).

2) Hippocrate de Chios (c. 470 - 400) a travaillé sur la quadrature des lunules. Théodore de Cyrène, né c. 460, aurait enseigné les mathématiques à Platon et Théétète. Archytas de Tarente (fl. première moitié du IV^e s.), mathématicien et homme d'Etat, avait grande réputation dans l'Antiquité ; Platon l'admirait beaucoup. Théétète d'Athènes (c. 414 - 369), l'ami et le disciple de Platon et de Théodore de Cyrène, a

travaillé sur les irrationnelles.Léon et Néocleidès ne sont connus que par cette mention de Proclus. Les *Eléments* de Léon ont probablement été rédigés vers 375.

3) Eudoxe de Cnide (c. 408 - 355), mathématicien et astronome, proposa l'hypothèse des sphères homocentriques pour expliquer le mouvement des planètes ; ce système fut perfectionné par Callippe de Cyzique, modifié par Aristote, et contesté par Autolycos de Pitane (cf. infra). Ménechme (fl. 350 avt J.C.) découvrit les sections coniques. Deinostrate son frère fut aussi un mathématicien éminent. Theudios de Magnésie a vécu probablement vers 350.

4) Athénée de Cyzique et Hermotimos ne sont pas connus par ailleurs. Philippe de Menda (ou d'Oponte) était en pleine activité vers 340 / 330. Proclus insiste beaucoup sur l'influence de Pythagore d'abord, de Platon ensuite, sur le développement de la géométrie en Grèce.

5) Arcésilas (c. 316 - 242) prit la tête de l'Académie après la mort de Cratès, vers 285.

6) Pour l'oeuvre d'Autolycos, cf. J. Mogenet, *Autolycos de Pitane, Histoire du texte, suivi de l'édition critique*, Louvain, 1950 ; Autolycos de Pitane, *La sphère en mouvement, Levers et couchers héliaques*, éd. et trad. G. Aujac, Paris, 1979.

7) Euclide, *Opera omnia*, ed. J.L. Heiberg et H. Menge, 8 vol., Leipzig, 1883 - 1916 ; trad. anglaise par T.L. Heath, 3 vol., Cambridge, 1909, repr. 1925, et New York 1956 ; trad. française libre par G.J. Kayas, Paris 1978. L'édition de Heiberg a été reproduite, sans la version latine, par les soins de E. Stamatis, Leipzig, 1969 - 1973.

8) Théodose de Bithynie (fl. c. 70 avt J.C.) est l'auteur de trois traités conservés : les *Sphériques* en trois livres (ed. J.L. Heiberg, *A.G.G.*,19, 3, Berlin, 1927 ; trad. française par P. Ver Eecke, Paris, 1927, repr. 1959) ; *Les jours et les nuits*, en deux livres (ed. Fecht, *A.G.G.*, 19, 4, Berlin, 1927) ; *Les lieux géographiques* (ed. Fecht, *ibid.* sous le titre latin *De habitationibus*). Ces trois traités font partie, avec les deux traités d'Autolycos, les *Phénomènes* et l'*Optique* d'Euclide, de la collection d'écrits astronomiques élémentaires connue sous le nom de *Petite Astronomie*.

9) Cf. Aristote, *Météorologiques*, III, 5, 376 b, où sont exposés des problèmes de géométrie sphérique.

10) Cf. Aristote, *Physique*, IV, 14, 223 b.

11) Euclide, *Les Phénomènes*, ed. H. Menge, Leipzig, 1916 ; éd. et trad. française P. Chiron, Toulouse, 1981 (thèse de 3^{e} cycle, exemplaires dactylographiés).

12) Pour les diverses parties des théorèmes, cf. Proclus, op. cit., p. 203 Friedlein.

13) Cf. Euclide, *Eléments*, III, 11, 12, 16, 19 ; VI, 26 ; XI, 5, 7. Cf. Archimède, *De l'équilibre des figures planes*, I, 8, 9, 11, 13.

14) Cf. (avec ou sans ἔστιν) Euclide, *El.* I, 14, 27, 40 ; III, 18 ; V, 18 ; XI, 3, 14. Cf. aussi Archimède, *De la sphère et du cylindre*, I, 13, 14, 33, 42, 44, etc.

15) Chez Archimède aussi, ἀδύνατον semble légèrement plus fréquent que ἄτοπον dans le raisonnement par l'absurde. C'est également ἀδύνατον qu'utilise Aristote dans les *Météor.* III, 5, 376 b dans un raisonnement par l'absurde.

16) Notamment en IX, 10 (bis), 13, 34, 43 ; XI, 16. Chez Archimède, la formulation employée est légèrement différente, mais souligne la contradiction avec l'hypothèse de départ (cf. *Sur les conoïdes et les sphéroïdes*, 9).

17) Ce qui tendrait à prouver que dans le corpus utilisé par Autolycos l'énoncé du théorème était légèrement différent.

18) Le théorème que l'on trouve dans Théodose, I, 15, fournit un exemple pittoresque de l'utilisation de formules stéréotypées ; les deux expressions "en deux parties égales et à angles droits" sont coordonnées en grec par τε (après le premier mot de la première expression) ... καί (qui annonce la seconde expression). Or l'une de ces deux moitiés de la conjonction de coordination est présente dans les occasions (prop. 5 et 7) où Autolycos n'utilise qu'une seule de ces expressions et, partant, où la coordination est aberrante (τε en 5 ; καί en 7).

19) Cf. Proclus, *op. cit.*, p.70 sqq. Friedlein.