COMPOSITIO MATHEMATICA

HORST KNÖRRER

Zum $K(\pi, 1)$-Problem für isolierte Singularitäten von vollständigen Durchschnitten

Compositio Mathematica, tome 45, nº 3 (1982), p. 333-340

<http://www.numdam.org/item?id=CM_1982__45_3_333_0>

COMPOSITIO MATHEMATICA, Vol. 45, Fasc. 3, 1982, pag. 333–340

ZUM $K(\pi, 1)$-PROBLEM FÜR ISOLIERTE SINGULARITÄTEN VON VOLLSTÄNDIGEN DURCHSCHNITTEN

Horst Knörrer

1. Einleitung

Es wird vermutet, daß für eine große Klasse von Singularitäten analytischer Räume das Komplement der Diskriminante im Basisraum der semi-universellen Deformation ein Eilenberg–MacLane Raum $K(\pi, 1)$ ist, d.h. daß alle Homotopiegruppen außer der ersten verschwinden ([10], §4). Für die einfachen Hyperflächensingularitäten wurde diese Vermutung von Brieskorn und Deligne bestätigt ([1], [2], [3]); und dies sind zur Zeit auch die einzigen Hyperflächensingularitäten, für die diese Vermutung nachgeprüft werden konnte.

In dieser Arbeit wird das $K(\pi, 1)$-Problem für zwei isolierte Singularitäten von vollständigen Durchschnitten entschieden. Für die nulldimensionale Singularität mit den Gleichungen $x_1^2 + x_2^2 = 0$, $x_1x_2 = 0$ (die Singularität $\tilde{D}_3$ in der Notation von [6], $F_3^{2,2}$ in Giusti's Klassifikation [4]) wird gezeigt, daß das Komplement der Diskriminante im Basisraum der semi-universellen Deformation *kein* $K(\pi, 1)$ ist. Dagegen ist für die Kurvensingularität mit den Gleichungen $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$, $x_1x_2 = 0$ ($\tilde{D}_4$ in der Bezeichnungsweise von [6], S_5 in Giusti's Notation) das Komplement der Diskriminante wieder ein $K(\pi, 1)$.

Zum Beweis repräsentieren wir gewisse verselle Deformationen dieser Singularitäten durch Familien $F' : X' \to S$ von affinen Durchschnitten zweier Quadriken. Ist $s \in S$ ein Punkt im Komplement der Diskriminante, so läßt sich der projektive Abschluß der Faser $X'_s := F'^{-1}(s)$ durch einen projektiven Automorphismus auf eine gewisse Normalgestalt bringen. Das Bild der 'unendlich fernen Hyperebene' unter diesem Automorphismus ist dann eine Hyper-

0010–437X/82030333–08$00.20/0

ebene, die den Durchschnitt von zwei Quadriken in Normalgestalt transversal trifft. Durch diese Konstruktion läßt sich die Untersuchung des Komplements der Diskriminante bei den Singularitäten $\tilde{D}_3$ bzw. $\tilde{D}_4$ zurückführen auf die Untersuchung des Raums aller Hyperebenen in $\mathbb{P}_2(\mathbb{C})$ bzw. $\mathbb{P}_3(\mathbb{C})$, die zu einem festen null- bzw. eindimensionalen nichtsingulären Durchschnitt von zwei Quadriken transversal sind.

N. A'Campo, F. Ehlers, H. van der Lek und E. Looijenga möchte ich für viele interessante und nützliche Diskussionen danken. Ihren Anregungen ist es u.a. zu verdanken, daß mein ursprünglicher Beweis des Resultates über die Singularität $\tilde{D}_3$ wesentlich vereinfacht werden konnte.

2. Die Singularität $\tilde{D}_3$

Ähnlich wie in [6] repräsentieren wir eine verselle Deformation dieser Singularität durch eine Familie $F: X \to S$ von projektiven Durchschnitten zweier Quadriken, wobei

$$S := \mathbb{C}^2 \times \mathbb{C}^2 \times \mathbb{C}^2$$

$$X := \{(x; u, v, w) \in \mathbb{P}_2(\mathbb{C}) \times S / x_1^2 + x_2^2 + u_1 x_0 x_1 + u_2 x_0 x_2 = w_1 x_0^2. \\ \text{und } x_1 x_2 + v_1 x_0 x_1 + v_2 x_0 x_2 = w_2 x_0^2\}$$

$F: X \to S$ die von der Projektion $\mathbb{P}_2(\mathbb{C}) \times S \to S$ induzierte Abbildung bezeichnet.

Die Fasern von F bestehen aus – mit Multiplizität gezählt – vier Punkten in $\mathbb{P}_2(\mathbb{C})$, und die Diskriminante $D \subset S$ ist die Menge derjenigen $s \in S$, für die mindestens zwei der vier Punkte in der Faser $X_s := F^{-1}(s)$ zusammenfallen. Die $\mathbb{C}^*$-Aktion auf S, die durch $t \cdot (u, v, w) = (tu, tv, t^2 w)$ gegeben ist, führt die Diskriminante $D \subset S$ in sich über; deshalb repräsentiert das Paar (S, D) den Homotopietyp des Keims von (S, D) im Nullpunkt (im Sinne von [8], prop. 2). Da $F: X \to S$ eine verselle Deformation ist, hat also nach [9], III. 2.1 $S - D$ den Homotopietyp des Komplements der Diskriminante im Basisraum der semi-universellen Deformation der Singularität $\tilde{D}_3$. In diesem Paragraphen wollen wir zeigen

Satz 1: *$S - D$ ist kein $K(\pi, 1)$.*

Zum Beweis konstruieren wir zunächst eine Überlagerung von

$S-D$, die es ermöglicht, die Punkte in den Fasern X_s zu numerieren. Wir setzen

$$\widetilde{S-D} := \{\tilde{s} = (s; p_1(\tilde{s}), p_2(\tilde{s}), p_3(\tilde{s}), p_4(\tilde{s})) \in (S-D) \times \mathbb{P}_2(\mathbb{C})^4 /$$
$$X_s = \{p_1(\tilde{s}), \ldots, p_4(\tilde{s})\}\}.$$

$\pi : \widetilde{S-D} \to S-D$, $\tilde{s} = (s; p_1(\tilde{s}), \ldots, p_4(\tilde{s})) \mapsto s$ ist dann eine unverzweigte Überlagerung, also ist $\pi_i(\widetilde{S-D}) = \pi_i(S-D)$ für $i \geq 2$.

Für $\tilde{s} \in \widetilde{S-D}$ sind je drei der vier Punkte $p_1(\tilde{s}), \ldots, p_4(\tilde{s}) \in \mathbb{P}_2(\mathbb{C})$ nicht kollinear. Wählen wir also vier Standardpunkte $\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_4$ in $\mathbb{P}_2(\mathbb{C})$, von denen keine drei auf einer Geraden liegen, so gibt es für jedes $\tilde{s} \in \widetilde{S-D}$ einen eindeutig bestimmten projektiven Automorphismus $\sigma(\tilde{s}) \in PGL(3, \mathbb{C})$ mit $\sigma(\tilde{s})(p_i(\tilde{s})) = \bar{p}_i$.

Da keiner der Punkte $p_i(\tilde{s})$ auf der 'unendlich fernen' Geraden $H := \{x \in \mathbb{P}_2(\mathbb{C}) / x_0 = 0\}$ liegt, ist für jedes $\tilde{s} \in \widetilde{S-D}$ das Bild von H unter $\sigma(\tilde{s})$ eine Gerade in $\mathbb{P}_2(\mathbb{C})$, die die Punkte $\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_4$ nicht trifft. $\tilde{s} \mapsto \sigma(\tilde{s})(H)$ definiert deshalb eine holomorphe Abbildung Φ von $\widetilde{S-D}$ in den Raum T aller Geraden in $\mathbb{P}_2(\mathbb{C})$, die $\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_4$ nicht treffen. Zwei Punkte $\tilde{s}, \tilde{s}'$ von $\widetilde{S-D}$ liegen offenbar genau dann in der gleichen Faser von Φ, wenn es einen projektiven Automorphismus gibt, der H in sich überführt und die Punkte $p_1(\tilde{s}), \ldots, p_4(\tilde{s})$ auf die Punkte $p_1(\tilde{s}'), \ldots, p_4(\tilde{s}')$ abbildet. Sei deshalb G die Gruppe aller Automorphismen von $\mathbb{P}_2(\mathbb{C})$, die die Punkte $(0, 1, 1)$ und $(0, 1, -1)$ von H entweder festlassen oder vertauschen. G operiert auf S folgendermaßen:

> Für einen Punkt $s = (u, v, w) \in S$ ist X_s die Menge der Basispunkte des Büschels $\mathcal{L}_s$ von Quadriken in $\mathbb{P}_2(\mathbb{C})$, das durch $x_1^2 + x_2^2 + u_1x_0x_1 + u_2x_0x_2 - w_1x_0^2 = 0$ und $x_1x_2 + v_1x_0x_1 + v_2x_0x_2 - w_2x_0^2 = 0$ definiert wird. Dieses Büschel induziert auf der 'unendlich fernen' Geraden H das Büschel $\bar{\mathcal{L}}$, das von $x_1^2 + x_2^2 = 0$ und $x_1x_2 = 0$ aufgespannt wird. Umgekehrt ist jedes Büschel $\mathcal{L}$ von Quadriken in $\mathbb{P}_2(\mathbb{C})$, das auf H das Büschel $\bar{\mathcal{L}}$ induziert, gleich einem der Büschel $\mathcal{L}_s$ für einen eindeutig bestimmten Punkt $s = p(\mathcal{L}) \in S$. Die beiden singulären Quadriken von $\bar{\mathcal{L}}$ sind gerade $2 \times \{(0, 1, 1)\}$ und $2 \times \{(0, 1, -1)\}$[1]; und diese beiden Quadriken spannen $\bar{\mathcal{L}}$ schon auf. Ist also $s \in S$ und $g \in G$, so induziert das durch g transformierte Büschel $\mathcal{L}_s^g$ auf H wieder das Büschel $\bar{\mathcal{L}}$, und wir setzen $g \cdot s := p(\mathcal{L}_s^g)$.

[1] Nulldimensionale singuläre Quadriken sind doppelt zu zählende Punkte.

Die Operation von G auf S führt D in sich über. Die G-Operation auf $S-D$ läßt sich liften zu einer freien Operation auf $\widetilde{S-D}$ durch

$$g\cdot\tilde{s}=(g\cdot\pi(\tilde{s});g(p_1(\tilde{s})),\ldots,g(p_4(\tilde{s}))).$$

LEMMA 1: *$\Phi:\widetilde{S-D}\to T$ ist ein G-Prinzipalbündel.*

BEWEIS: Ist $g\in PGL(3,\mathbb{C})$ ein Automorphismus, der $p_1(\tilde{s}),\ldots,p_4(\tilde{s})$ auf $p_1(\tilde{s}'),\ldots,p_4(\tilde{s}')$ abbildet und H in sich überführt, so führt g auch das von $\mathscr{L}_{\pi(\tilde{s})}$ auf H induzierte Büschel $\mathscr{L}_{\pi(\tilde{s})}|_H=\bar{\mathscr{L}}$ in $\mathscr{L}_{\pi(\tilde{s}')}|_H=\bar{\mathscr{L}}$ über. Die singulären Quadriken von $\bar{\mathscr{L}}$ werden also von g permutiert. Dies sind die Quadriken $2\times\{(0,1,1)\}$ und $2\times\{(0,1,-1)\}$, deshalb ist $g\in G$. Dies zeigt, daß die Fasern von Φ aus G-Orbits auf $\widetilde{S-D}$ bestehen.

Für eine Gerade $h\in T$ hat die Einschränkung $\mathscr{L}|_h$ des Büschels $\mathscr{L}$ aller Quadriken durch $\bar{p}_1,\ldots,\bar{p}_4$ genau zwei – voneinander verschiedene – singuläre Quadriken $2\times\{q_1\}$ und $2\times\{q_2\}$. Wählt man einen projektiven Automorphismus ρ mit $\rho(q_1)=(0,1,1)$ und $\rho(q_2)=(0,1,-1)$, so ist offenbar $\rho(h)=H$ und $\mathscr{L}^\rho|_H=\bar{\mathscr{L}}$. h ist also das Bild von $(p(\mathscr{L}^\rho);\rho\bar{p}_1,\ldots,\rho\bar{p}_4)\in\widetilde{S-D}$ unter Φ; und dadurch ist auch die Surjektivität von Φ gezeigt.

Weil G frei auf $\widetilde{S-D}$ operiert, ist damit Lemma 1 bewiesen.

Da die Zusammenhangskomponente der Eins in der Gruppe G homotopieäquivalent zu $S^1\times S^1$ ist, genügt es wegen der langen exakten Homotopiesequenz für die Faserung $\Phi:S-D\to T$ zum Beweis von Satz 1 zu zeigen, daß $\pi_2(T)$ nicht endlich erzeugt ist. Dies folgt aus

LEMMA 2: *Die universelle Überlagerung von T ist homotopieäquivalent zu dem Raum $\{(y_1,y_2,y_3)\in\mathbb{R}^3/y_i\in\mathbb{Z}$ für mindestens ein $i\}$.*

BEWEIS: Sind $\bar{p}_1^*,\ldots,\bar{p}_4^*$ die den Punkten $\bar{p}_1,\ldots,\bar{p}_4$ entsprechenden Geraden in dem zu $\mathbb{P}_2(\mathbb{C})$ dualen projektiven Raum $\mathbb{P}_2^*$, so ist $T=\mathbb{P}_2^*-\bar{p}_1^*\cup\cdots\cup\bar{p}_4^*$. T ist also isomorph zum Komplement von drei nicht duch einen Punkt gehenden Geraden in einer affinen Ebene. Nach [5], Theorem 1 ist deshalb T homotopieäquivalent zu $\{(\eta_1,\eta_2,\eta_3)\in S^1\times S^1\times S^1/\eta_i=1$ für mindestens ein $i\}$. Dieser Raum hat die in Lemma 2 angegebene universelle Überlagerung.

3. Die Singularität $\tilde{D}_4$

Analog wie für die Singularität $\tilde{D}_3$ repräsentieren wir auch für diese Singularität eine verselle Deformation durch eine Familie $F : X \to S$ von projektiven Durchschnitten zweier Quadriken, wobei

> $S := \mathbb{C}^3 \times \mathbb{C}^3 \times \mathbb{C}^2$ und für einen Punkt $s = (u, v, w) \in S$ die Faser $X_s \subset \mathbb{P}_3(\mathbb{C})$ durch die beiden Gleichungen $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + u_1x_0x_1 + u_2x_0x_2 + u_3x_0x_3 = w_1x_0^2$ und $x_1x_2 + v_1x_0x_1 + v_2x_0x_2 + v_3x_0x_3 = w_2x_0^2$ beschrieben wird.

$D \subset S$ sei die Diskriminante $D := \{s \in S/X_s \text{ ist singulär}\}$. Genau wie in §2 sieht man, daß $S - D$ den Homotopietyp des Komplements der Diskriminante im Basisraum der semi-universellen Deformation der Singularität $\tilde{D}_4$ repräsentiert.

SATZ 2: *$\pi_i(S - D) = 0$ für $i \geq 2$.*

Der Beweis folgt der gleichen Linie wie in §2; allerdings sind die Fasern X_s für $s \in S - D$ jetzt elliptische Kurven, und deshalb treten Moduli auf.

Nach [11], I., Lemma 1.1 ist für einen Punkt $s \in S$ die Faser X_s genau dann nichtsingulär, wenn das Büschel $\mathfrak{L}_s$ aller Quadriken durch X_s genau vier verschiedene singuläre Quadriken enthält. Es sei

> $\widetilde{S - D} := \{\tilde{s} = (s; Q_1(\tilde{s}), \ldots, Q_4(\tilde{s}))/s \in S - D, Q_1(\tilde{s}), \ldots, Q_4(\tilde{s})$ sind die singulären Quadriken von $L_s\}$.

Die kanonische Projektion $\pi : \widetilde{S - D} \to S - D$ ist dann eine unverzweigte Überlagerung. Wir konstruieren nun eine Familie $f : Z \to B$ von eindimensionalen Durchschnitten zweier Quadriken in "Standardform". Sei

$$B := \{b \in \mathbb{C}/b \neq 0, 1\},$$

$$Z := \{(z, b) \in \mathbb{P}_3(\mathbb{C}) \times B/q_1(b, z) := z_0^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0 \text{ und } q_2(b, z) := z_1^2 + z_2^2 + bz_3^2 = 0\}$$

$f : Z \to B$ die von der Projektion $\mathbb{P}_3(\mathbb{C}) \times B \to B$ induzierte Abbildung.

Die vier singulären Quadriken im Büschel $\mathcal{L}'_b$ aller Quadriken durch Z_b werden dann durch die Gleichungen $q_1(b, z) = 0$, $q_2(b, z) = 0$,

$q_3(b, z) := q_2(b, z) - q_1(b, z) = 0$ und $q_4(b, z) := q_2(b, z) - bq_1(b, z) = 0$ beschrieben. Für $b \in B$ ist also das Doppelverhältnis der vier Punkte auf der projektiven Geraden $\mathscr{L}'_b$, die den Quadriken $Q'_i(b) := \{z \in \mathbb{P}_3(\mathbb{C}) / q_i(b, z) = 0\}$ entsprechen, gleich b.

$\phi : S \widetilde{-} D \to B$ sei die Abbildung, die jedem Punkt $\tilde{s} \in S \widetilde{-} D$ das Doppelverhältnis von $Q_1(\tilde{s})$, $Q_2(\tilde{s})$, $Q_3(\tilde{s})$, $Q_4(\tilde{s})$ in $\mathscr{L}_{\pi(\tilde{s})}$ zuordnet. Dann gibt es für jeden Punkt $\tilde{s} \in S \widetilde{-} D$ wenigstens einen projektiven Automorphismus von $\mathbb{P}_3(\mathbb{C})$, der $Q_i(\tilde{s})$ auf $Q'_i(\phi(\tilde{s}))$ und somit auch $X_{\pi(\tilde{s})}$ auf $Z_{\phi(\tilde{s})}$ abbildet (vgl. etwa [11], I, §2). Man prüft leicht nach, daß für jedes $b \in B$ die Gruppe aller projektiven Automorphismen, die die Quadriken $Q'_1(b), \ldots, Q'_4(b)$ jeweils in sich überführen, stets aus den Atumorphismen $(z_0, \ldots, z_4) \mapsto (\pm z_0, \ldots, \pm z_4)$ besteht. Folglich gibt es für jedes $\tilde{s} \in S \widetilde{-} D$ genau 16 projektive Automorphismen $\sigma \in PGL(4, \mathbb{C})$ mit $\sigma \cdot Q_i(\tilde{s}) = Q'_i(\phi(\tilde{s}))$. Wir setzen

$$S \approx D := \{(\tilde{s}, \sigma) \in (S \widetilde{-} D) \times PGL(4, \mathbb{C}) / \sigma \cdot Q_i(\tilde{s}) = Q'_i(\phi(\tilde{s}))\}.$$

$S \approx D$ ist dann eine unverzweigte Überlagerung von $S \widetilde{-} D$ und somit auch von $S - D$. Für jedes $s \in S - D$ trifft X_s die 'unendlich ferne' Ebene $H := \{x \in \mathbb{P}_3(\mathbb{C}) / x_0 = 0\}$ transversal in den vier Punkten $P_1 := (1, 0, i)$, $P_2 := (1, 0, -i)$, $P_3 := (0, 1, i)$ und $P_4 := (0, 1, -i)$. Deshalb ist für jedes $(\tilde{s}, \sigma) \in S \approx D$ die Ebene $\sigma(H)$ transversal zu $Z_{\phi(s)}$. Sei $\mathbb{P}_3^*$ der Raum aller Ebenen in $\mathbb{P}_3(\mathbb{C})$ und

$$T := \{(h, b) \in \mathbb{P}_3^* \times B / h \text{ ist transversal zu } Z_b\}.$$

LEMMA 1: *Die Abbildung* $\Phi : S \approx D \to T$, $(s, \sigma) \mapsto (\sigma(H), \phi(s))$ *ist ein lokal triviales Faserbündel. Die Faser von* Φ *ist homotopieäquivalent zu einer disjunkten Vereinigung von endlich vielen* 1-*Sphären.*

BEWEIS: Wir bezeichnen mit $G \subset PGL(4, \mathbb{C})$ die Gruppe aller Automorphismen von $\mathbb{P}_3(\mathbb{C})$, die die Punkte $P_1, \ldots, P_4$ von H permutieren. G operiert auf $S - D$ folgendenmaßen:

> Ist $s \in S - D$ und $g \in G$, so ist $g(X_s)$ ein nichtsingulärer Durchschnitt von zwei Quadriken in $\mathbb{P}_3(\mathbb{C})$ mit $g(X_s) \cap H = \{P_1, \ldots, P_4\}$. Man sieht leicht, daß $g(X_s)$ von der Form $X_{g \cdot s}$ für einen eindeutig bestimmten Punkt $g \cdot s \in S - D$ ist.

Diese Operation liftet sich auf $\widetilde{S - D}$ durch $g : \tilde{s} \mapsto (g \cdot \pi(\tilde{s}); gQ_1(\tilde{s}), \ldots, g \cdot Q_4(\tilde{s}))$ und auf $S \approx D$ durch $g : (\dot{s}, \sigma) \to (g \cdot \dot{s}, \sigma \circ g^{-1})$. Wie im Beweis von Lemma 1 in §2 prüft man nach, daß $\Phi : S \approx D \to T$

ein G-Prinzipalbündel ist. Die Zusammenhangskomponente der Eins in G hat den Homotopietyp von S^1. Damit ist Lemma 1 bewiesen.

Aus der langen exakten Homotopiesequenz für Faserungen folgt, daß der Totalraum einer Faserung ein $K(\pi, 1)$ ist, wenn Basis und Faser der Faserung es sind. Deshalb wollen wir nun zeigen, daß die Basis T der Faserung $\Phi : S - \tilde{\tilde{D}} \to T$ ein $K(\pi, 1)$ ist. Dazu zeigen wir zunächst

LEMMA 2: *Die Projektion $T \to B, (h, b) \mapsto b$ ist ein differenzierbares lokal triviales Faserbündel. Ist E der Torus $\mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$ und $A := \{(y_1, \ldots, y_4) \in E^4 / y_i \neq y_j$ für $i \neq j$ und $\Sigma_{i=1}^4 y_i = 0\}$, so ist die Faser dieses Bündels diffeomorph zu $A' := A/S_4$, wobei die symmetrische Gruppe S_4 auf E^4 durch Vertauschen der Komponenten operiert.*

BEWEIS: Sei $b_0 \in B$, U eine zusammenziehbare Umgebung von b_0 und $s : U \to Z$ ein Schnitt von $f|_U : Z|_U \to U$. Indem man $s(b)$ als Nullpunkt für die Addition in der elliptischen Kurve Z_b wählt, wird $f|_U : Z|_U \to U$ ein (differenzierbar) triviales Bündel von Gruppen mit Faser E. Ist $(h, b) \in T|_U$, so sind die vier Durchstoßspunkte von h mit Z_b verschieden, und ihre Summe in Z_b ist Null. Umgekehrt spannen vier voneinander verschiedene Punkte in Z_b, deren Summe Null ist, eine Ebene h in $\mathbb{P}_3(\mathbb{C})$ auf, die Z_b transversal trifft. Deshalb ist $T|_U$ (differenzierbar) isomorph zu $U \times A'$.

Da die Basis B der Faserung $T \to B$ ein $K(\pi, 1)$ ist, brauchen wir wegen Lemma 1 und 2 zum Beweis von Satz 2 nur noch zu zeigen, daß auch die Faser $A' = A/S_4$ ein $K(\pi, 1)$ ist. Weil S_4 frei auf A operiert, folgt dies aus

LEMMA 3: (Okonek [7].) *$\pi_i(A) = 0$ für $i \geq 2$.*

BEWEIS: Sei $A_n := \{(y_1, \ldots, y_n) \in (E - \{0\})^n / y_i \neq y_j$ für $i \neq j$ und $y_i \neq 0$ für $i = 1, \ldots, n\}$. $A_n \to A_{n-1}$, $(y_1, \ldots, y_n) \mapsto (y_1, \ldots, y_{n-1})$ ist eine Faserung, deren Faser ein gelochter Torus ist. So beweist man induktiv, daß die Räume A_n alle $K(\pi, 1)$ sind. Anderseits liefert die Abbildung $A \to A_3$, $(y_1, \ldots, y_4) \mapsto (y_1 - y_4, y_2 - y_4, y_3 - y_4)$ einen Isomorphismus zwischen A und A_3.

LITERATUR

[1] E. BRIESKORN: *Singular elements of semi-simple algebraic groups.* Actes du Congrès intern. Math. 1970, Tome 2, 279–284.

[2] E. BRIESKORN: *Sur les groupes de tresses (d'après V.I. Arnold)*. In: Séminaire Bourbaki 24 (1971/72), no. 401, p. 21–49. Lecture Notes in Mathematics 317, Berlin Heidelberg New York, Springer-Verlag 1973.

[3] P. DELIGNE: Les immeubles des groupes de tresses généralisés. *Inventiones math. 17*, 273–302 (1972).

[4] M. GIUSTI: *Classification des singularités isolées simples d'intersections complètes.* Preprint, Ecole Polytechnique 1977.

[5] A. HATTORI: Topology of $\mathbb{C}^n$ minus a finite number of affine hyperplanes in general position. *Journ. Fac. Science Tokyo 22*, 205–221 (1975).

[6] H. KNÖRRER: Die Singularitäten vom Typ $\tilde{D}$. *Math. Ann. 251*, 135–150 (1980).

[7] Chr. OKONEK: Das $K(\pi, 1)$-Problem für affine Wurzelsysteme vom Typ A_n, B_n. *Math. Zeitschr. 168*, 143–148 (1979).

[8] D. PRILL: Local classification of quotients of complex manifolds by discontinuous groups. *Duke Math. Journ. 34*, 375–386 (1967).

[9] B. TEISSIER: *Cycles évanouissants, sections planes et conditions de Whitney.* In: Singularités à Cargèse, p. 285–326. Astèrisque 7–8 (1973).

[10] R. THOM: *The bifurcation subset of a space of maps.* In: Manifolds-Amsterdam 1970, p. 202–208. Lecture Notes in Mathematics 197, Berlin Heidelberg New York, Springer-Verlag 1971.

[11] A. TYURIN: On intersections of quadrics. *Russ. Math. Surveys 30*, 51–105 (1975).

(Oblatum 12-III-1981)

Horst Knörrer
Mathematisch Instituut
Rijksuniversiteit Leiden
Wassenaarseweg 80
2333 AL Leiden
The Netherlands

und

SFB 40 Theoretische Mathematik
Beringstr. 1
D 5300 Bonn 1
W.-Germany