

R. ROUSSEAU

**Reconnaissance de la structure de blocs
d'un tableau de correspondance par la
classification ascendante hiérarchique :
contre-exemple complémentaire**

Les cahiers de l'analyse des données, tome 14, n° 3 (1989),
p. 377-378

http://www.numdam.org/item?id=CAD_1989__14_3_377_0

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1989, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

RECONNAISSANCE DE LA STRUCTURE DE BLOCS D'UN TABLEAU DE CORRESPONDANCE PAR LA CLASSIFICATION ASCENDANTE HIÉRARCHIQUE: CONTRE-EXEMPLE COMPLÉMENTAIRE

[REC. BLOC. IIbis]

R. ROUSSEAU*

La présente note rend compte de résultats complémentaires obtenus alors que l'article [REC. BLOC. II], (ce n°, pp. 257-266) était déjà composé et mis en page: on peut dire qu'est maintenant obtenue une réponse complète au problème posé; dans la mesure où nous établissons ici que la reconnaissance de la structure de blocs n'est assurée que dans le cas où tous les blocs ont une cardinalité inférieure ou égale à 3, ou une inertie inférieure ou égale à 1.

Structure de blocs non reconnue par la CAH: $n \geq 4$, $p=1, 2, 3$

On considère un tableau de correspondance décomposé en deux blocs; dont le premier, $I_1 \times J_1$, est celui défini dans [REC. BLOC. II], §6.2, avec $n=4$, $\epsilon=0.1$; et le deuxième, $I_2 \times J_2$, est l'un des trois tableaux de correspondance carrés proposés ci-dessous.

contre-exemple à REC BLOC
nombre de colonnes = 6

	j1	j2	j3	j4	j5	j6
i1	1	0	0	0	0	0
i2	0	1	0	0	0	0
i3	0	0	1	0	0	0
i4	.1	.1	.1	0	0	0
i5	0	0	0	2	2	0
i6	0	0	0	2	0	2
i7	0	0	0	0	2	2

contre-exemple REC BLOC
nombre de colonnes = 5

	j1	j2	j3	j4	j5
i1	1	0	0	0	0
i2	0	1	0	0	0
i3	0	0	1	0	0
i4	.1	.1	.1	0	0
i5	0	0	0	6	3
i6	0	0	0	3	6

contre-exemple REC BLOC
nombre de colonnes = 4

	j1	j2	j3	j4
i1	1	0	0	0
i2	0	1	0	0
i3	0	0	1	0
i4	.1	.1	.1	0
i5	0	0	0	6

Dans les trois cas, les valeurs des écarts entre éléments de I_1 sont:

$$\begin{aligned} \text{crit}(1, 2) &= \text{crit}(1, 3) = \text{crit}(2, 3) = 0.99 & ; \\ \text{crit}(1, 4) &= \text{crit}(2, 4) = \text{crit}(3, 4) = 0.139 & . \end{aligned}$$

(*) Université Catholique de l'Ouest, I.M.A., B.P. 808, 49005 ANGERS Cedex.

contre-exemple à RECBLOC nombre de colonnes = 6	contre-exemple RECBLOC nombre de colonnes = 5	contre-exemple RECBLOC nombre de colonnes = 4																																																																																																																																
<table border="0"> <tr><td></td><td>j1</td><td>j2</td><td>j3</td><td>j4</td><td>j5</td><td>j6</td></tr> <tr><td>i1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>i2</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>i3</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>i4</td><td>.1</td><td>.1</td><td>.1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>i5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>i6</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>i7</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>2</td></tr> </table>		j1	j2	j3	j4	j5	j6	i1	1	0	0	0	0	0	i2	0	1	0	0	0	0	i3	0	0	1	0	0	0	i4	.1	.1	.1	0	0	0	i5	0	0	0	2	2	0	i6	0	0	0	2	0	2	i7	0	0	0	0	2	2	<table border="0"> <tr><td></td><td>j1</td><td>j2</td><td>j3</td><td>j4</td><td>j5</td></tr> <tr><td>i1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>i2</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>i3</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>i4</td><td>.1</td><td>.1</td><td>.1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>i5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td><td>3</td></tr> <tr><td>i6</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>		j1	j2	j3	j4	j5	i1	1	0	0	0	0	i2	0	1	0	0	0	i3	0	0	1	0	0	i4	.1	.1	.1	0	0	i5	0	0	0	6	3	i6	0	0	0	3	6	<table border="0"> <tr><td></td><td>j1</td><td>j2</td><td>j3</td><td>j4</td></tr> <tr><td>i1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>i2</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>i3</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>i4</td><td>.1</td><td>.1</td><td>.1</td><td>0</td></tr> <tr><td>i5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td></tr> </table>		j1	j2	j3	j4	i1	1	0	0	0	i2	0	1	0	0	i3	0	0	1	0	i4	.1	.1	.1	0	i5	0	0	0	6
	j1	j2	j3	j4	j5	j6																																																																																																																												
i1	1	0	0	0	0	0																																																																																																																												
i2	0	1	0	0	0	0																																																																																																																												
i3	0	0	1	0	0	0																																																																																																																												
i4	.1	.1	.1	0	0	0																																																																																																																												
i5	0	0	0	2	2	0																																																																																																																												
i6	0	0	0	2	0	2																																																																																																																												
i7	0	0	0	0	2	2																																																																																																																												
	j1	j2	j3	j4	j5																																																																																																																													
i1	1	0	0	0	0																																																																																																																													
i2	0	1	0	0	0																																																																																																																													
i3	0	0	1	0	0																																																																																																																													
i4	.1	.1	.1	0	0																																																																																																																													
i5	0	0	0	6	3																																																																																																																													
i6	0	0	0	3	6																																																																																																																													
	j1	j2	j3	j4																																																																																																																														
i1	1	0	0	0																																																																																																																														
i2	0	1	0	0																																																																																																																														
i3	0	0	1	0																																																																																																																														
i4	.1	.1	.1	0																																																																																																																														
i5	0	0	0	6																																																																																																																														

Selon le cas considéré, les valeurs des autres écarts sont respectivement:

$$\begin{aligned}
 p = 3 \quad & \text{crit}(5, 6) = \text{crit}(5, 7) = \text{crit}(6, 7) = 0.25 \quad ; \\
 & \text{crit}(4, 5) = \text{crit}(4, 6) = \text{crit}(4, 7) = 0.119 \quad ; \\
 & \forall i \in \{1, 2, 3\}, \forall i' \in \{5, 6, 7\} : \text{crit}(i, i') = 0.83 \quad .
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p = 2 \quad & \text{crit}(5, 6) = 0.111 \quad ; \\
 & \text{crit}(4, 5) = \text{crit}(4, 6) = 0.106 \quad ; \\
 & \forall i \in \{1, 2, 3\}, \forall i' \in \{5, 6\} : \text{crit}(i, i') = 0.87 \quad .
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p = 1 \quad & \text{crit}(1, 5) = \text{crit}(2, 5) = \text{crit}(3, 5) = 0.922 \quad ; \\
 & \text{crit}(4, 5) = 0.134
 \end{aligned}$$

Ainsi, pour chacun des trois tableaux décomposés en blocs, la CAH agrégera au plus bas niveau, à la première étape, l'élément 4 de I_1 avec un élément quelconque de I_2 ; et ne reconnaîtra donc pas la décomposition du tableau en deux blocs.

Les trois contre-exemples se généralisent facilement au cas où l'on a un premier bloc, $I_1 \times J_1$, du type considéré dans [REC. BLOC. II], §6.2, avec $n = \text{card } I_1 \geq 5$; et un second bloc, $I_2 \times J_2$, égal à l'un de ceux définis précédemment, mais multiplié par une constante A convenable.

On montre que ε doit être strictement inférieur à $(1/3)$ pour $p \in \{1, 3\}$, et à $(1/8)$ pour $p = 2$, si l'on veut que l'écart entre l'élément n de I_1 et un élément quelconque de I_2 soit strictement inférieur à l'écart entre deux éléments de I_2 .

De plus, un calcul algébrique (non publié ici parce que trop long) permet d'établir que la constante multiplicative A affectant le second bloc doit être strictement supérieure à une valeur dépendant de n et du ε choisi (ainsi que de p) si l'on veut que l'écart minimum soit obtenu entre l'élément n de I_1 et un élément quelconque de I_2 .