SMF

Vie de la Société

Bulletin de la S. M. F., tome 31 (1903), p. 299-302

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1903__31__299_1>

COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

SÉANCE DU 4 NOVEMBRE 1903.

PRÉSIDENCE DE M. BOREL.

Communications :

M. Raffy : *Sur une propriété des lignes de courbure des surfaces.*

M. Borel : *Sur les ensembles de droites.*

SÉANCE DU 18 NOVEMBRE 1903.

PRÉSIDENCE DE M. PAINLEVÉ.

Élections :

MM.	Louis Roche,	présenté par	MM.	Blutel et Grévy ;
	Niels Nielsen,	»		Picard et Painlevé ;
	Zervos (Panaïotis),	»		Raffy et Estanave ;
	G. Remoundos,	»		Painlevé et Raffy ;
	F. Godey,	»		Raffy et Bricard ;
	J.-O. Müller,	»		Hadamard et Borel ;
	Fueter,	»		Hadamard et Borel ;
	Lebeuf,	»		Bühl et Bricard,

sont élus membres de la Société à l'unanimité des membres présents.

Communications :

M. Raffy : *Sur certaines classes de surfaces isothermiques.*

M. Suchar : *Sur les équations différentielles du second degré, réciproques.*

M. Hadamard : *Sur les solutions à surface singulière des équations aux dérivées partielles linéaires* (solutions qui varient comme une puissance à exposant non entier; cas où la surface singulière est un conoïde caractéristique; applications aux solutions analogues à $\frac{1}{r}$).

M. Borel : *Sur la détermination des intégrales des équations aux dérivées partielles au moyen de leurs singularités.*

M. Hadamard fait la Communication suivante :

Sur les surfaces à courbure positive.

Un théorème bien connu d'Ossian Bonnet montre la connaissance de la courbure d'une surface comme capable de fournir, sur la forme d'une surface, des renseignements beaucoup plus précis qu'elle ne pourrait le faire sur la forme d'une courbe. Si, en effet, la courbure d'une surface est partout positive et supérieure à un nombre fixe, la surface est fermée et la plus grande distance géodésique de deux de ses points est inférieure à un nombre que l'on peut assigner. Rien de pareil ne peut être affirmé pour une courbe dont la courbure est toujours de même sens et limitée inférieurement. Celle-ci peut fort bien présenter un nombre quelconque de boucles (et, par conséquent, de points doubles) et ne se fermer jamais ou se fermer seulement au bout d'un trajet aussi long qu'on voudra.

Cette remarque montre que le théorème suivant :

Une surface S *à courbure partout positive* (*laquelle est supposée dépourvue de singularités et de nappes infinies et, par conséquent, fermée*) *est un corps convexe, c'est-à-dire située entièrement d'un même côté d'un quelconque de ses plans tangents*

n'est nullement évident *a priori,* l'énoncé correspondant relatif aux courbes étant faux.

Pour les surfaces, au contraire, la conclusion est exacte. Elle s'établit aisément en partant de ce théorème :

Une surface fermée S *à courbure positive correspond d'une manière univoque à sa représentation sphérique.*

Considérons, en effet, un point O de la surface S et supposons que le plan tangent en ce point (plan que nous supposerons horizontal) traverse S.

Le point le plus haut et le point le plus bas de S seront alors distincts de O ; leurs normales intérieures seront verticales et de sens différents. L'une d'elles devrait donc être de même sens que la normale intérieure en O, de sorte qu'il devrait exister deux points ayant même représentation sphérique.

Il est à remarquer que le raisonnement précédent ne suppose nullement la non existence de lignes doubles où deux nappes de surface se traverseraient l'une l'autre pourvu que chacune de ces nappes reste régulière. *L'impossibilité de telles lignes est, au contraire, démontrée par cette voie :* elle est manifestement contradictoire avec la convexité de la surface.

La correspondance univoque qui existe entre la surface S et sa représentation sphérique est démontrée dans un Mémoire : *Sur certaines propriétés des trajectoires en Dynamique* (1). On peut également la déduire du théorème de M. W. Dyck sur la *curvatura integra* d'une surface fermée. Cette courbure totale est, en effet, d'après le théorème en question, au plus égale à 4π. Or il est clair qu'on obtiendrait, au contraire, un total supérieur à 4π si, la courbure étant positive, certaines parties de la sphère figuraient deux fois dans la représentation sphérique.

La limitation de la *curvatura integra* apparaîtrait ainsi comme étant en relation avec la convexité, la conclusion contraire relative aux courbes étant liée à ce fait que la rotation totale de la tangente peut être d'un nombre quelconque de circonférences.

---

(1) *Journal de Mathém.*, 3e série, t. III, 1857, p. 352-353, n° 23.

SÉANCE DU 2 DÉCEMBRE 1903.

PRÉSIDENCE DE M. PAINLEVÉ.

Communications :

M. Bioche : *Sur un problème d'analyse combinatoire.*

M. Borel : *Sur les séries convergentes de fonctions continues.*

M. Andoyer : *Sur les coordonnées polaires dans l'espace.*

SÉANCE DU 16 DÉCEMBRE 1903.

PRÉSIDENCE DE M. BLUTEL.

Élections :

MM. Walter Ford, présenté par MM. Laisant et Hadamard;
Marotte, » Painlevé et Bricard,
sont élus membres de la Société à l'unanimité des membres présents.

Correspondance :

M. de Sparre adresse des *Remarques sur la question de Mécanique posée au Concours d'agrégation en* 1903.

Communications :

M. Raffy : *Sur deux classes de surfaces isothermiques dépendant de deux fonctions arbitraires.*

M. Lecornu : *Sur le mouvement d'un point pesant guidé par une courbe rigide.*

M. Estanave : *Sur un hyperbolographe à liquide.*

FIN DU TOME XXXI.