

# BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

## Comptes rendus et analyses

*Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2<sup>e</sup> série,*  
tome 6, n° 1 (1882), p. 37-40

[http://www.numdam.org/item?id=BSMA\\_1882\\_2\\_6\\_1\\_37\\_0](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1882_2_6_1_37_0)

© Gauthier-Villars, 1882, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

HEINE (E.). — HANDBUCH DER KUGELFUNCTIONEN. THEORIE UND ANWENDUNGEN; Zweiter Band : ANWENDUNGEN DER KUGELFUNCTIONEN UND DER VERWANDTEN FUNCTIONEN. — Berlin, G. Reiner, 1881 (1).

Nous avons déjà rendu compte du premier Volume de la nouvelle édition que publie M. Heine (2) de son *Traité des fonctions sphériques*. Le second Volume, que nous avons sous les yeux, termine l'Ouvrage et contient les applications à la Physique mathématique et à la théorie des quadratures mécaniques. En fait, les fonctions sphériques jouent un rôle fondamental dans tous les problèmes de la théorie de l'attraction et de la chaleur. Exposer en détail toutes leurs applications équivaldrait à écrire un *Traité complet de Physique mathématique*. M. Heine, sans avoir cette prétention, a passé en revue les problèmes essentiels, et il a exposé les résultats les plus importants acquis à cette partie de la science par les beaux travaux de Laplace, de Gauss, de Green, de Lamé et aussi par ses propres recherches.

La première Partie traite des quadratures mécaniques. L'auteur examine avec quelque détail, en même temps que la méthode de Gauss, celle de Cotes et de Newton, fondée sur l'emploi des ordonnées équidistantes. Il termine en exposant ce qui concerne la généralisation de la méthode de Gauss et l'intégrale

$$\int_g^h f(z) \frac{dz}{z-x}.$$

La seconde Partie traite du potentiel. Un premier Chapitre contient les généralités et les problèmes relatifs à la sphère. Puis M. Heine examine successivement, et dans des Chapitres séparés, l'ellipsoïde de révolution, l'ellipsoïde à trois axes inégaux, le cylindre, le cône, l'emploi de la méthode des rayons vecteurs réciproques et son application à deux sphères, ainsi que le tore.

(1) Voir *Bulletin*, II, 371.

(2) Décédé le 24 octobre 1881, à l'âge de 61 ans.

La troisième Partie comprend les applications à la Théorie analytique de la chaleur.

Enfin, une quatrième Partie, assez peu développée (vingt pages), comprend l'étude de quelques questions des plus simples d'Hydrodynamique.

L'Ouvrage se termine par quelques suppléments au Tome I<sup>er</sup>, où l'auteur a eu surtout pour but de faire connaître les recherches les plus importantes, faites depuis la publication de son premier Volume.

Nous ne pouvons que confirmer l'appréciation déjà donnée lors de l'apparition du premier Volume. La publication de l'Ouvrage de M. Heine est un véritable service rendu à la Science; cette nouvelle édition, si augmentée, sera accueillie avec faveur et exercera une influence réelle sur le développement des théories au progrès desquelles l'auteur a déjà si notablement concouru par ses travaux personnels.

G. D.



BELTRAMI (E.). — SULL' EQUILIBRIO DELLE SUPERFICIE FLESSIBILI ED INESTENSIBILI (1).

L'auteur fait remarquer que le Mémoire de M. Lecornu, inséré dans le XLVIII<sup>e</sup> Cahier du *Journal de l'École de Polytechnique*, a, très opportunément, ramené l'attention des géomètres sur un sujet qui n'avait pas été convenablement approfondi, et qui paraissait même abandonné dans ces derniers temps. Il ajoute que M. Lecornu a suivi une méthode nouvelle, et qu'il a établi un lien étroit entre la question mécanique par lui traitée et la théorie géométrique de la déformation des surfaces. Mais la question purement mécanique de l'équilibre d'une surface flexible et inextensible avait été souvent étudiée, bien que son historique ne soit pas, à la vérité, aussi bien établi que celui d'autres questions moins intéressantes et moins compliquées.

Sans remonter jusqu'au problème de la voile de Jean Bernoulli, qui dérive de la théorie de la courbe funiculaire, M. Beltrami fait

---

(1) *Memorie dell' Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*, 4<sup>e</sup> série, t. III; 1882.

remarquer que Lagrange (*Méc. anal.*, Partie I, Section V, Chapitre III, § II) et Poisson, dans son Mémoire de 1814, *Sur les surfaces élastiques* (*Mém. de l'Inst. de France*, 1812, p. 167), avaient cherché à établir une théorie générale qui s'applique, en particulier, au cas d'une surface flexible et inextensible. Cisa de Grésy, dans ses *Considérations sur l'équilibre des surfaces flexibles et inextensibles* (*Mém. de l'Ac. de Turin*, 1<sup>re</sup> Série, t. XXIII, 1817), n'a fait autre chose que remettre en examen et discuter les hypothèses et les formules de ces deux illustres auteurs. S'ils n'ont pas à la vérité donné les véritables équations de l'équilibre, ils ont du moins indiqué clairement la voie à suivre, et leur méthode devait se prêter à l'emploi des coordonnées curvilignes.

Mais M. Beltrami insiste surtout sur les recherches de Mossotti qui, en 1851, a consacré une des leçons de son cours de Mécanique rationnelle à l'étude de l'équilibre des surfaces flexibles et inextensibles, en l'accompagnant de quelques exemples. M. Beltrami discute ce travail, en examinant une erreur dans laquelle est tombé Mossotti, erreur qui n'affecte pas du reste les applications faites par ce géomètre.

M. Beltrami, après avoir mis en évidence par des considérations extrêmement simples les imperfections de la marche suivie par Mossotti, établit, dans l'article 2 de son travail, le principe général de l'équilibre, et de cet unique principe il déduit les équations indéfinies et les équations aux limites en coordonnées curvilignes les plus générales. C'est une application très élégante du principe des vitesses virtuelles. De ces équations d'équilibre il déduit ensuite une théorie de la tension superficielle qui est pleinement d'accord avec celle que M. Lecornu a obtenue par des procédés géométriques.

La suite du Mémoire est consacrée à l'étude de plusieurs cas d'équilibre remarquables par leur simplicité et leur généralité. L'un d'eux avait été signalé par Poisson, les autres sont nouveaux. Cet important travail se termine par l'étude de quelques formules relatives à la déformation infiniment petite d'une surface flexible et inextensible. M. Beltrami fait remarquer que l'on pourrait aussi écrire les équations du mouvement d'une telle surface. Malheureusement, on connaît si peu de surfaces pour lesquelles on

puisse résoudre le problème de la déformation, que ces équations  
auraient peu d'applications utiles.

G. D.