Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques

Paul Tannery

Quelques fragments d'Apollonius de Perge

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 5, nº 1 (1881), p. 124-136

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1881_2_5_1_124_1>

QUELQUES FRAGMENTS D'APOLLONIUS DE PERGE;

Par M. PAUL TANNERY.

I. Dans son commentaire sur le premier Livre des *Éléments* d'Euclide ([1]), Proclus fait dix citations différentes d'Apollonius de Perge.

Les deux suivantes ne présentent qu'un intérêt secondaire :

P. 71, 19 : « C'est ainsi qu'Archimède dans ses Livres *Sur la sphère et le cylindre*, qu'Apollonius et tous les autres semblent employer comme des principes accordés les théorèmes démontrés dans cet Ouvrage (les *Éléments*). »

([1]) *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarii*, edit. Friedlein. Leipzig, 1873.

P. 356,8 : « Ainsi Apollonius montre quelle est la caractéristique (τὸ σύμπτωμα) de chaque conique. »

Deux autres indiquent des écrits perdus du grand géomètre alexandrin :

P. 74,28 : « Comme ce qui concerne les *irrationnelles non classées* dont Apollonius a poursuivi l'étude. » Il s'agit de l'Ouvrage que Woepcke a essayé de restituer d'après les indications d'un manuscrit arabe (1).

P. 105,5 : « L'hélice, dont toutes les parties sont similaires et peuvent coïncider entre elles, comme le démontre Apollonius dans son écrit *Sur la vis* (2). » Et plus bas, p. 105,5 : « Cette hélice est à parties similaires (ὁμοιομερής), comme l'a démontré Apollonius. »

Mais il est six de ces citations qui renferment de véritables fragments d'un travail, également perdu, relatif aux *Éléments*, et sur lequel l'attention n'a point encore été appelée, malgré le caractère spécial de ces fragments, et l'intérêt qu'ils nous paraissent offrir.

Fr. 1 (Proclus, 100, 6-19).

« Disons aussi, avec Apollonius, que nous avons la notion de la ligne lorsque nous disons de mesurer seulement la longueur d'une route ou d'un mur; car alors nous ne pensons pas en plus à la largeur, mais nous ne tenons compte que de la distance dans un seul sens ; tandis que, si nous mesurons une aire, nous considérons la surface ; si un puits, le solide. Dans ce dernier cas, nous réunissons ensemble toutes les distances pour dire que le puits est de tant, en longueur, en largeur et en profondeur. Les sens peuvent d'ailleurs nous donner une perception de ligne lorsque nous regardons les séparations des endroits

(1) *Mémoires présentés à l'Académie des Sciences*, t. XIV, p. 658-720.

(2) Περὶ τοῦ κοχλίου. M. Cantor (*Vorlesungen über Geschichte der Matematik*, Leipzig, 1880, p. 296) dit que le contenu de cet ecrit est complètement inconnu. D'après Pappus, livre VIII, le κοχλίας est notre vis sans fin (ὁ καλούμενος ἄπειρος κοχλίας), dont il décrit d'ailleurs l'emploi, soit pour engrener une roue dentee, soit pour produire un mouvement rectiligne longitudinal. Pappus invoque d'ailleurs (edit. Hulstch, 1110, 20) Apollonius au sujet de la construction de la vis. Il est donc clair que l'écrit cité par Proclus renfermait au moins la theorie géometrique de l'hélice.

éclairés et de ceux qui sont dans l'ombre, soit sur la Lune, soit sur la Terre. Car il y a là un intermédiaire sans dimension suivant la largeur, mais qui s'étend en longueur entre la lumière et l'ombre. »

Fr. 2 (Proclus, 123, 16-17). — Comp. 124, 18, et 125, 17.

« Apollonius définit l'angle la contraction (συναγωγή) en un seul point d'une surface ou d'un solide sous une ligne ou une surface brisée. »

Fr. 3 (Proclus, 194, 25, et 195, 5).

« Soit en effet $A = B$ et $B = C$: je dis que $A = C$. Puisque, en effet, $A = B$ occupe le même lieu que lui, et puisque $B = C$ occupe le même lieu que ce dernier, A occupera le même lieu que C. Ils sont donc égaux. »

Comp. 183, 13 : « Apollonius a vainement essayé de donner des démonstrations des axiomes. » 183, 18 : « Apollonius voulant montrer la vérité de l'axiome que les choses égales à une même sont égales entre elles. » 194, 10 : « Il s'en faut de beaucoup que nous approuvions le géomètre Apollonius pour les prétendues démonstrations qu'il a données des axiomes, *en se posant comme l'antagoniste d'Euclide.* » 194, 21 : « La démonstration qu'Apollonius croit avoir trouvée pour le premier axiome. »

Fr. 4 (Proclus, 279, 16, et 280, 4).

« Apollonius de Perge divise comme suit par moitié une droite limitée donnée. Soit AB la droite limitée qu'il s'agit de diviser par moitié. De A comme centre, avec AB pour rayon, décrivez un cercle; puis de B comme centre, avec BA comme rayon, un autre cercle; joignez les intersections des cercles, CD. Cette droite divise AB par moitié. En effet, menez CA, CB; toutes deux sont égales à AB; CD est commun, et $DA = DB$ pour les mêmes raisons. Donc $\widehat{ACD} = \widehat{BCD}$, en sorte que AB est partagé par moitié d'après le 4. »

Remarque. — La construction d'Apollonius est au fond identique à celle d'Euclide (I, 10), mais celui-ci la présente comme construction sur AB d'un triangle équilatéral ACB et comme division par moitié de l'angle en C. Apollonius ne refait que la première partie de la démonstration et s'arrête quand on peut la compléter d'après le texte d'Euclide. « Le 4 » est la proposition I, 4, d'Euclide sur l'égalité de deux triangles ayant un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun, proposition sur laquelle il faut, en effet, s'appuyer pour démontrer que AB est effectivement partagé par moitié, soit en E. Car, dirons-nous avec Euclide, puisque AC = CB, que CE est commun, les deux côtés AC, CE sont égaux aux deux BC, CE chacun à chacun, et les angles compris ACE = BCE. Donc les bases AE = BE. Donc, etc.

Fr. 5 (Proclus, 282, 8-19).

« Apollonius élève de cette manière la perpendiculaire. Sur AC soit D quelconque, et sur CB (¹), CE = CD. De D comme centre, avec ED pour rayon, décrivez un cercle; puis de E comme centre, avec DE pour rayon, un autre cercle ; menez FC : je dis qu'elle est à angle droit; car, si l'on mène FD, FE, elles seront égales ; d'ailleurs, DC = CE et FC est commun, de sorte que les angles en C seront égaux d'après le 8. Donc ils sont droits. »

Remarque. — « Le 8 » est la proposition I, 8 d'Euclide (égalité de deux triangles dont les trois côtés sont égaux chacun à chacun). La construction d'Apollonius est encore identique au fond à celle d'Euclide (I, 11), qui la présente comme formation sur DE du triangle équilatéral DEF. Les deux démonstrations sont de même identiques au fond.

Fr. 6 (Proclus, 335, 16, et 336, 5).

« Nous n'approuvons pas la construction d'Apollonius (²), car elle a besoin de théorèmes du Livre III. Prenant l'angle quelconque CDE, et la droite AB de D comme centre, avec CD pour rayon,

---

(¹) Prolongement de AC; le point C est celui auquel il faut elever la perpendiculaire à la droite AB. Plus loin, F est l'intersection des deux cercles décrits.

(²) Construire en A, sur la droite AB, un angle égal à un angle donné CDE.

il décrit l'arc CE, et de même, de A comme centre, avec AB pour rayon, l'arc FB; puis, prenant l'arc FB = arc CE, il mène AF et fait voir que les angles en A et D sont égaux comme interceptant des arcs égaux. Il a dû, au reste, prendre AB = CD pour que les cercles soient égaux. »

Remarque. — La construction d'Euclide (I, 23) est celle d'un triangle égal à un triangle dont il a les trois côtés. Avec la sienne, Apollonius pouvait évidemment composer une démonstration analogue à celle d'Euclide et n'avait certes pas besoin de recourir aux propositions 27 et 28 du Livre III des *Éléments* : « 28. Dans des cercles égaux, des droites égales sous-tendent des arcs égaux, etc. — 27. Dans des cercles égaux, les angles interceptant des arcs égaux sont égaux, qu'ils soient au centre ou à la circonférence. » En présence de l'affirmation de Proclus sur le texte d'Apollonius, il faut admettre que ce dernier avait démontré, dans son préambule aux *Éléments* que nous révèlent les fragments 1, 2, 3, les premières parties de ces propositions III, 27, 28.

II. Les trois derniers fragments semblent indiquer qu'Apollonius avait entrepris, non pas de refondre le corps même des *Éléments*, œuvre déjà classique de son temps, mais d'en donner comme une édition revue et corrigée, où, respectant le numérotage connu, il avait au moins essayé de rétablir en divers points la déduction logique naturelle, trop souvent masquée sous l'ordre artificiel ([1]) adopté par Euclide. A cet égard, il ne faisait que devancer les modernes.

Mais pour cette édition il avait composé un préambule relatif aux définitions et aux axiomes. Ce préambule semble avoir été passablement développé et, puisque la définition de l'angle solide (fr. 2) y était comprise, devait embrasser tous les concepts des divers Livres des *Éléments*, en sorte qu'il pouvait d'ailleurs être utilisé comme manuel, en dehors de l'étude de la Géométrie théorique, par exemple pour celle de la Géométrie pratique. Il pourrait donc, dans une certaine mesure, être comparé à l'écrit

---

([1]) Nous n'employons pas ce mot dans un sens de blâme; si nous constatons un fait indéniable, nous n'en sommes que plus portés à regarder surtout le premier Livre des *Éléments* comme un chef-d'œuvre de composition.

Heronis definitiones, p. 1-40 de l'édition de Héron de Hultsch (Berlin, 1864).

Mais tandis que ce dernier écrit, dont le véritable auteur est d'ailleurs postérieur à Posidonius, n'est qu'une pure compilation des diverses définitions données par les différents auteurs (¹), et que nous aurons même par suite à y rechercher des fragments d'Apollonius, l'œuvre de ce dernier devait sans doute former un ensemble homogène et bien ordonné. Enfin et surtout, le fragment 1 nous en indique un caractère tout spécial.

L'opinion commune est que nulle part on ne trouve, dans les écrits des géomètres du temps classique, un mot qui ne soit pas complètement indispensable pour leurs démonstrations (²). Ici nous voyons, au contraire, l'homme qui a porté le plus haut la Science antique sortir hardiment de l'ornière commune, pour entrer dans une voie où, cette fois, les modernes ne l'ont guère suivi jusqu'à présent; nous le voyons, dans le but de mieux préciser le caractère des concepts fondamentaux, ne pas craindre d'abandonner le domaine de l'abstraction mathématique et de faire appel aux notions concrètes et aux données de l'expérience vulgaire.

La singularité même de ce fragment nous autorise donc à rechercher, soit dans Proclus, soit dans Héron, les passages qui présentent le même caractère et à les restituer à Apollonius. Pour procéder avec quelque suite dans cette recherche, il suffit de remarquer que, dans l'ordre d'idées où s'était placé le réformateur, il devait partir, non pas du point, comme Euclide, mais du solide. Ici c'est à la seconde source qu'il faut recourir. Entre les définitions 1 et 2 du Livre XI des *Éléments,* nous y trouvons intercalé un texte que je n'hésite point à faire remonter à Apollonius, quoique le savant éditeur en suspecte la dernière phrase comme une glose postérieure au recueil du pseudo-Héron.

Fr. 8 (Héron, 11, 10-17).

« Un solide est ce qui possède trois dimensions. On appelle

(¹) On y retrouve, à côté de celles d'Euclide, toutes celles qu'a conservées Proclus et dont la plupart sont anonymes. Celles de Posidonius sont relatives au σχῆμα, aux parallèles et à la division des trapèzes.

(²) Comp. Hankel, *Zur Geschichte der Mathematik.* Leipzig, 1874, p. 393.

solides soit les corps, soit les lieux. Ainsi le corps mathématique est ce qui a dimension suivant trois sens, tandis que, simplement dit, un corps est ce qui, outre la dimension dans trois sens, est susceptible de résistance. »

De même pour la définition de la surface :

Fr. 9 (Héron, 10, 12).

« La surface est ce qui a dimension suivant deux sens. »

Fr. 10 (Proclus, 114, 20-25).

« Nous avons la notion de la surface lorsque nous mesurons les aires et que nous en déterminons les limites en longueur et en largeur. Nous la percevons en quelque sorte lorsque nous considérons les ombres; car celles-ci, n'ayant point de profondeur, puisqu'elles ne peuvent pénétrer dans l'intérieur de la terre, ne possèdent qu'une largeur et une longueur. »

Fr. 11 (Héron, 10, 16-20).

« Ainsi l'on pense comme surface toute ombre et toute couleur, et de là les Pythagoriens appelaient la surface *couleur* (χροά). On pense aussi comme telle ce suivant quoi se fait le contact de l'air à la terre ou à tout autre corps solide, ou de l'air à l'eau, ou de l'eau au gobelet ou à tout autre récipient. »

Pour celle de la ligne, en dehors du fragment 1 :

Fr. 12 (Héron, 8,5).

« La ligne est ce qui a dimension dans un seul sens (1). »

Fr. 13 (Héron, 8,8-18).

« On peut dire qu'une ligne est, par exemple, ce qui sépare la lumière solaire de l'ombre, ou l'ombre de la partie éclairée, ou

(1) Lire τὸ ἐφ' ἓν διάστατον et non τὸ ἓν δ.

bien encore, dans un vêtement, ce qu'on pense comme continu et séparant la pourpre de la laine et la laine de la pourpre. Nous possédons déjà, acquise par habitude, une notion de la ligne comme douée de longueur seulement, et non de largeur ni de profondeur. Ainsi nous disons qu'un mur est, par exemple, de 100 coudées, nous ne regardons ni à la largeur ni à l'épaisseur, ou une route est de 50 stades, nous ne nous inquiétons que de la longueur, et non de la largeur ; une telle évaluation, lorsque nous la faisons ainsi, est linéaire. »

Si l'on compare ce fragment au n° 1, il est clair qu'il conserve de plus près le texte exact d'Apollonius, mais que les deux extraits faits par Proclus et le pseudo-Héron doivent être complétés l'un par l'autre.

Enfin pour le point :

FR. 14 (Héron, 7, 10 et 7, 11-13).

« Le point est une limite sans dimension. Il se trouve subsister pour l'intelligence seule, comme quelque chose qui n'a ni parties ni grandeur. »

III. Jusqu'ici nous avons marché sur un terrain à peu près solide, mais il n'en est plus de même si nous voulons aborder les importantes définitions du plan et de la droite. Nul doute cependant qu'Apollonius n'ait dû rejeter les obscures définitions euclidiennes (¹) ; mais quelles étaient celles qu'il avait adoptées ?

Ici le critérium fourni par le fragment 1 nous fait défaut ; mais, si nous nous rappelons le théorème d'Apollonius sur l'hélice cité par Proclus, lorsque nous voyons Héron (9, 27 et 10, 9) donner la génération de l'hélice et terminer par l'énoncé de ce théorème, lorsque nous retrouvons des définitions qui semblent calculées pour en faire ressortir l'importance [Héron, 11, 4-5 : « La surface plane est celle dont toutes les parties peuvent coïncider entre elles de toutes manières. » (Comp. Proclus,

---

(¹) Le sens dans lequel les explique Proclus, et qui paraît le plus plausible, revient à définir la droite comme mesurant l'intervalle entre deux quelconques de ses points, la surface plane comme mesurant l'intervalle entre un contour fermé tracé sur elle par des droites. Le vice de ces définitions est assez palpable.

120, 10.) — Héron, 9, 2-3) : « La ligne droite est celle dont toutes les parties peuvent coïncider entre elles de toutes manières. » (Comp. Proclus, 110, 20)]. Ne pouvons-nous pas à bon droit regarder tout ce qui appartient à cet ordre d'idées comme dérivant de l'Ouvrage d'Apollonius ?

Toutefois ce n'était qu'un côté de la question, et il avait dû l'envisager sous d'autres faces, en développant les concepts du plan et de la ligne droite. Les fragments sur la surface et la ligne en général supposent en effet les notions concrètes correspondantes pour les mesures pratiques, ce qui revient au fond aux définitions euclidiennes. Mais Euclide, pour donner une forme mathématique à ces notions, s'est vu obligé d'introduire le concept de l'égalité comme connu sans définition. Apollonius, au contraire, comme il est évident d'après le fragment 3, définissait l'égalité d'après l'occupation du même lieu, c'est-à-dire la coïncidence, ce qui nous ramène bien, d'ailleurs, aux définitions ci-dessus du plan et de la droite.

Il est clair que les propriétés correspondantes devaient dès lors être mises en lumière pour la sphère et le cercle. Pour la première de ces figures, Héron donne trois définitions : celle d'Euclide (XI, 14), par génération suivant révolution d'un demi-cercle, vient en dernier lieu ; la première est la descriptive classique de Théodose de Tripoli ; la deuxième, au contraire, semble bien répondre au procédé apollonien, de combiner les notions vulgaires avec l'exactitude des concepts mathématiques.

Héron, 24, 13-14 : « La sphère est une figure solide exactement ronde, en sorte que les distances à partir du milieu soient partout égales. »

De cette définition et d'une autre analogue pour le cercle, Apollonius, après avoir distingué le concave et le convexe (Héron, 17, 16), pouvait immédiatement déduire l'*homœomérie* de ces figures et quelques autres de leurs propriétés les plus simples, notamment, pour le cercle, la proposition (non démontrée par Euclide, I, déf. 17) que le diamètre partage par moitié le cercle et la circonférence, celles que laisse supposer le fragment 6, et même leurs réciproques, que si une figure jouit de l'une de ces propriétés, cette figure est un cercle ; c'est à cet ordre d'idées que semble se rapporter, dans Héron (15, 26 et 16, 1), la phrase corrompue suivante :

« On peut dire aussi que le cercle est une ligne [1] telle que toutes les parties égales correspondent toujours à des intervalles (cordes) égaux. »

IV. Mais ces développements ne pouvaient être complétés qu'après la définition de l'angle (fr. 2). Nous la retrouvons dans Héron, avec quelque différence.

Héron, 11, 19-20 : « L'angle est une contraction effectuée en un point sous une surface ou ligne brisée. »

14, 8-11 : « Une surface est brisée sur une ligne lorsqu'en la prolongeant elle ne retombe pas sur elle-même ; on la pense prolongée lorsqu'elle ne semble pas arrêtée dans son développement en longueur. On pense de même un plan prolongé. »

11, 20-26 : « On dit qu'une ligne est brisée lorsqu'en la prolongeant elle ne retombe pas sur elle-même.

» Des angles, les uns sont plans, les autres solides ; les plans ou solides sont d'ailleurs rectilignes ou non. »

12, 1, 8, 9 : « L'angle plan est en général une contraction en un point sous une ligne brisée. »

14, 4, 7 : « L'angle solide est en général une contraction de solide sous un point. »

14, 12-16 : « On appelle en particulier *angles solides rectilignes* ceux dont les surfaces formant ces angles sont comprises sous des angles plans rectilignes, comme ceux des pyramides, des solides polyèdres et des cubes ; *non rectilignes* ceux pour lesquels il en est autrement, comme pour l'angle d'un cône. »

La définition conservée par Proclus ne permettrait point de faire ainsi simplement la distinction entre les angles solides et les angles plans ; car, au sens de cette définition, il semble bien que pour deux génératrices d'un cône, outre l'angle plan qu'elles comprennent, on doive considérer aussi des angles de surface conique. L'abandon de ce point de vue est également prouvé par une définition (Héron, 14, 4-5) de l'angle solide comme contraction, non plus de solide (Apollonius), mais de surface.

Néanmoins, dans les textes ci-dessus, on doit faire remonter à

---

[1] On pourrait lire : λέγεται δὲ καὶ ἄλλως κυκλικὴ (au lieu de κύκλος) γραμμὴ ἥτις κ. τ. λ., « que la ligne circulaire est telle que, etc. »

Apollonius probablement les définitions des lignes et surfaces brisées, sûrement le concept de l'angle solide au sommet du cône, qui est étranger à Euclide. Quant à l'angle dièdre, les anciens n'en ont jamais élaboré la notion que sous le terme d'*inclinaison* (κλίσις).

V. Il serait imprudent de pousser plus loin nos conjectures sur les définitions d'Apollonius ; reste à parler de son travail sur les axiomes.

On sait qu'après les définitions du premier Livre d'Euclide se trouve un certain nombre de propositions classées, les unes comme postulats (αἰτήματα), les autres comme notions communes ou axiomes.

Du temps de Geminus (1er siècle avant J.-C.), que Proclus compile, la question de l'authenticité du classement de ces propositions était aussi embrouillée qu'aujourd'hui. En tout cas, ce critique ne reconnaissait comme postulats que les trois relatifs à la construction de la droite et du cercle, dont le caractère particulier semble garantir l'adoption comme tels par Euclide, et leur inscription par lui en tête des propositions.

Il est bien douteux, au contraire, que l'auteur des *Éléments* se soit jamais proposé de réunir en tête de son Livre les divers lemmes qu'il a admis comme accordés dans le cours de ses propositions. S'il avait fait ce travail, il eût certes évité d'en accroître autant le nombre, et surtout de prendre comme axiomes des théorèmes dont la démonstration est facile. La collection n'a donc été faite qu'après lui, et elle le fut dans différents ordres d'idées, comme le montrent les divergences qui existent relativement au nombre et au classement de ces axiomes (1).

Toutefois, ce travail put être fait dès avant Apollonius, qui trouva ainsi soulevée la question du perfectionnement à apporter sur ce point à l'œuvre classique.

Rien n'indique que le grand géomètre alexandrin ait touché aux trois postulats de construction; il est clair au contraire, d'après le fragment 3, qu'il prend comme définition de l'égalité

(1) Nous admettrons le numérotage de l'édition de Gregory, uniquement parce qu'il est le plus complet.

l'axiome VIII (les choses qui coïncident sont égales entre elles), et probable dès lors qu'il définit de même le plus grand et le plus petit d'après l'axiome IX (le tout est plus grand que la partie).

Il lui était ainsi facile de démontrer les trois axiomes suivants, seuls reconnus par Proclus comme axiomes avec VIII et IX :

I. Les choses égales à une même sont aussi égales entre elles (fr. 3).

II. Si à des choses égales on ajoute des choses égales, les sommes sont égales.

III. Si de choses égales on retranche des choses égales, les restes sont égaux.

Il démontrait de même les suivants :

IV. Si à des choses inégales on ajoute des choses égales, les sommes sont inégales.

V. Si de choses inégales on retranche des choses égales, les restes sont inégaux.

VI. Les doubles d'une même chose sont égaux entre eux.

VII. Les moitiés d'une même chose sont égales entre elles.

Au contraire, nous n'avons aucune trace de la façon dont il pouvait envisager la théorie des parallèles et le fameux axiome XI, encore considéré par Proclus comme un théorème restant à démontrer (1).

Quant aux prétendus axiomes X, l'égalité de tous les angles droits, XII, que deux droites ne peuvent limiter un espace, le premier est certainement un théorème oublié par Euclide ; le

(1) Proclus ne rapporte que le travail de Ptolémée sur cette question, travail qu'il critique et qui, en effet, renferme des paralogismes. Il tente lui-même ou plutôt emprunte à quelque anonyme une démonstration fondée sur le lemme que, si une droite en rencontre une autre, elle rencontrera toutes les parallèles menées dans le plan à cette dernière.

second, lemme admis dans I, 4, pouvait être considéré par lui comme rentrant dans le premier postulat.

L'égalité des angles droits a probablement été démontrée par Apollonius, sinon avant lui ; mais on peut douter qu'il procédât par l'absurde, comme Proclus (188, 22, et 189, 10) ; quant au dernier axiome, sa vérité semble découler immédiatement de la façon dont nous avons admis qu'Apollonius définissait la droite. Proclus (239, 6-16) en donne une démonstration incomplète, car il admet que la coïncidence n'a pas lieu au delà des deux points supposés communs. Mais il est facile de corriger cette démonstration, obtenue en décrivant un cercle ayant son centre à l'un des points communs et passant par l'autre, puis en admettant que tout diamètre partage le cercle en parties égales. Il nous paraît également assez douteux que cette démonstration remonte à Apollonius.

En résumé, le célèbre auteur des *Coniques* a essayé d'imprimer la marque de son génie sur les questions soulevées par les principes de la Géométrie. Si la forme trop peu classique de son travail a été sans doute la raison prédominante du profond oubli dans lequel sont tombées ses tentatives, elles n'en sont pas moins à signaler, comme témoignant, dans l'antiquité, de courants d'idées analogues à ceux de temps plus modernes, et d'un effort sérieux pour échapper au joug d'une tradition, en réalité bien plus ancienne qu'Euclide, et d'autant plus difficile à briser.