BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Comptes rendus et analyses

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 4, nº 1 (1880), p. 65-77

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1880_2_4_1_65_0>

COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

НАЧАЛА ЕВКЛИДА съ пояснительнымъ введеніемъ и толкованіями. Ординарнаго Профессора Императорскаго Университета Св. Владиміра *М.-Е. Ващенко-Захарченко*. — Кіевъ, въ типографіи Императорскаго Университета Св. Владиміра, 1880 (1).

Le célèbre Livre des *Éléments* n'a pas manqué d'éditions : celle que nous annonçons est au moins la quatre cent soixante et unième depuis l'invention de l'imprimerie. Malgré ce nombre toujours croissant, on manquait d'une édition rédigée au point de vue des dernières découvertes, faites depuis un demi-siècle sur la nature des principes de la Géométrie élémentaire. Nous avons aujourd'hui la satisfaction d'annoncer que cette lacune est remplie par la remarquable publication dont nous venons de transcrire le titre; grâce aux Notes et aux Suppléments dont le savant éditeur l'a enrichi, le Traité d'Euclide peut maintenant servir de texte pour l'enseignement élémentaire, et en même temps de guide pour les géomètres qui veulent prendre connaissance des recherches de l'ordre le plus élevé auxquelles l'étude approfondie des principes de la science de l'espace a donné lieu dans ces dernières années.

L'Ouvrage du professeur de Kief est précédé d'une intéressante Préface, où l'on mentionne d'abord les efforts faits de nos jours par plusieurs géomètres éminents pour rappeler l'attention des auteurs et des lecteurs sur l'immortel Traité d'Euclide, dont l'usage comme Livre d'enseignement est tombé en désuétude dans tous les pays, sauf l'Angleterre. L'étude de la Géométrie devant avoir pour principal but le développement des aptitudes logiques, rien ne saurait être plus profitable que la connaissance approfondie du chef-d'œuvre de la science antique, chef-d'œuvre que les modernes n'ont pas encore réussi à faire oublier, et qui reste toujours, depuis

(1) *Les Éléments d'Euclide*, avec une Introduction explicative et des Commentaires, par M.-E. Vachtchenko-Zakhartchenko, professeur ordinaire à l'Université Impériale de Saint-Vladimir. Kief, imprimerie de l'Université Impériale de Saint-Vladimir. — Grand in-8°, XVI-750 pages, 601 figures dans le texte. Prix : 6 roubles.

plus de vingt siècles, le modèle le plus parfait de raisonnement rigoureux. De notre temps, la Science s'est développée tout autour du domaine d'Euclide; les conséquences de ses principes s'étendent chaque jour à l'infini; les principes eux-mêmes ont été soumis à un sévère examen : au milieu de ces merveilleux progrès, le corps de doctrine du géomètre alexandrin n'a pas été entamé; tout au plus a-t-on proposé quelques simplifications ou corrigé quelques négligences de détail, dont la plupart peuvent être le fait de l'ignorance des copistes ou du zèle maladroit des commentateurs.

Est-ce à dire pour cela que le Livre d'Euclide, sous sa forme archaïque, soit le dernier mot de la science géométrique et qu'il faille imiter l'exemple des Anglais, qui naguère encore l'étudiaient mot pour mot, comme s'il se fût agi d'un texte sacré? Nous sommes loin de le penser, et notre ferme croyance est qu'il y a tout avantage, dans l'étude d'une science quelconque, à remplacer la marche synthétique et apodictique des anciens par la marche analytique qui est mieux appropriée aux tendances modernes, et qui, n'affirmant une vérité qu'au moment où elle vient d'être démontrée, accoutume l'esprit à se rendre compte de tout. Mais il n'en reste pas moins vrai que, pour celui qui aspire à une connaissance approfondie de la Géométrie, la lecture d'Euclide est un des plus utiles exercices auxquels il puisse se livrer.

Une des causes qui ont détourné les commençants de cette étude, c'est la forme prolixe et embarrassée qu'imposait aux anciens le manque des notations si claires et si concises à l'usage desquelles les Mathématiques doivent en grande partie les immenses progrès que nous admirons depuis deux siècles. La plupart des traducteurs d'Euclide se sont fait un devoir de respecter la forme antique, en se plaçant au point de vue archéologique et littéraire, et dès lors il n'est pas étonnant que l'on ait presque partout abandonné le vieux géomètre, qui n'était en réalité qu'à moitié traduit, et qu'on lui ait préféré ses successeurs qui s'exprimaient en langage moderne et facilement intelligible.

Déjà, cependant, nous avons plusieurs éditions des *Éléments* où l'on a tenu compte des convenances des lecteurs contemporains. Nous pouvons citer, entre autres, l'édition de Barrow (1655) en Angleterre, celle de Lorenz (1781) en Allemagne, sans parler des innombrables éditions classiques répandues dans les écoles de la

Grande-Bretagne, et dans lesquelles, depuis quelques années, les notations modernes empiètent de plus en plus sur la version littérale.

Dans sa longue pratique de l'enseignement et des examens, M. le professeur Vachtchenko-Zakartchenko avait reconnu, dans la plupart des Traités classiques contemporains, de graves et nombreuses imperfections dont on pouvait suivre la généalogie en remontant, non jusqu'à Euclide lui-même, mais à quelques-uns de ses médiocres commentateurs, qui n'avaient pu se rendre compte de l'œuvre du maître sans l'abaisser à leur niveau en la défigurant. Il a pensé avec raison qu'avant de vouloir, comme tant d'autres, *faire mieux* qu'Euclide, on devait commencer par apprendre à *faire aussi bien*, en se pénétrant de l'esprit de rigueur qui règne dans les *Éléments* et dont bien peu d'écrivains scientifiques contemporains ont su approcher. Pour favoriser cette étude, il a entrepris la tâche considérable d'une édition de la *partie géométrique* des *Éléments*, traduite dans la langue mathématique usitée de nos jours et accompagnée d'Additions et de Notes explicatives, qui mettent l'antique géomètre en face de la science actuelle et montrent combien sa doctrine vingt fois séculaire est plus voisine des conclusions de nos grands mathématiciens contemporains que celle de bon nombre de Traités publiés depuis cinquante ans.

Avant de parler de la Préface, sur laquelle nous reviendrons, nous nous occuperons d'abord de la remarquable *Introduction* que le savant professeur a placée en tête de son Ouvrage et dans laquelle il discute à fond le sens et la portée des *hypothèses géométriques* d'Euclide. Ces hypothèses sont au nombre de quatre, déduction faite des principes qui s'appliquent à toute espèce de quantités et qui sont réunis, dans les meilleures éditions, aux hypothèses géométriques sous la dénomination d'*axiomes* ou *notions communes* (κοιναὶ ἔννοιαι). M. Zakhartchenko a adopté, avec raison, la classification de Barrow, de Robert Simson, de Lorenz, qui réduit à trois le nombre des *demandes* (αἰτήματα) et qui réunit aux *axiomes* les trois énoncés que d'autres éditeurs, tels que Peyrard et August, en avaient distraits, bien que leur nature n'eût rien de commun avec celle des *demandes* précédentes (¹).

(¹) En effet, les *demandes* 1, 2 et 3 portent uniquement sur la *possibilité* d'exécuter

Les quatre hypothèses géométriques sont contenues, implicitement ou explicitement, dans les axiomes portant, suivant la classification suivie par l'auteur, les nos 8, 10, 12 et 11, en intervertissant ici à dessein l'ordre des deux derniers.

L'axiome 8 (τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστί) suppose avant tout l'idée indéfinissable de l'*invariabilité des figures* lorsqu'on les transporte soit dans le plan, soit dans l'espace. Cette propriété des figures étant admise, l'*égalité* des figures est *définie* par la possibilité de les faire coïncider soit l'une avec l'autre, soit (axiome 1) chacune successivement avec une même troisième. Ainsi l'axiome 8 contient implicitement la *première hypothèse* essentielle de la Géométrie, celle de l'*invariabilité des figures*.

L'axiome 10 (πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι), que Peyrard et August rangent, ainsi que les deux suivants, parmi les *demandes*, est, en réalité, un théorème résultant immédiatement de la *deuxième hypothèse,* laquelle consiste à admettre l'existence d'une surface superposable à elle-même dans toutes ses parties, soit à la fois directement ou par retournement (comme le plan), soit seulement directement (comme la sphère).

L'axiome 12 (δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν) précise la définition assez vague qu'Euclide a donnée précédemment de la ligne droite (définition 4). Il admet pour cela, comme *troisième hypothèse,* l'existence d'une ligne superposable à elle-même dans toutes ses parties lorsqu'on la déplace soit en l'entraînant avec une portion de surface superposable à elle-même (propriété qui convient non seulement à la ligne droite, mais aussi au cercle et à l'hélice), soit encore en faisant tourner cette surface autour de deux points de cette ligne (propriété qui appartient à la ligne droite exclusivement).

Ces trois hypothèses suffisent à la démonstration des *vingt-huit* premières propositions du premier Livre, lesquelles s'appliquent

---

certaines constructions, de tracer certaines figures, comme l'exigeait la loi qu'Euclide s'était imposée, de ne s'appuyer sur aucune construction avant d'avoir indiqué les moyens de la réaliser. Cela équivaut à dire que, pour tracer les figures de la Géométrie plane, il faut se munir d'une règle et d'un compas. Les axiomes déplacés par les éditeurs que Peyrard a suivis expriment, au contraire, des vérités objectives ou des définitions de mots indépendantes, les unes et les autres, de nos moyens de construction.

indifféremment aux figures planes et aux figures tracées sur une même sphère. Ce n'est certainement pas sans dessein qu'Euclide a groupé ainsi ces propositions, en les plaçant avant celles qui ne peuvent s'établir sans le secours d'un nouveau principe, la *quatrième hypothèse,* exprimée par l'axiome 11, plus généralement connu sous le nom impropre de *postulatum d'Euclide*.

Cet axiome a été depuis longtemps le sujet de nombreuses recherches. Son analogie apparente avec les énoncés de certains théorèmes qui se déduisent des trois hypothèses précédentes a porté un grand nombre de géomètres à en chercher une démonstration fondée sur les mêmes principes. Tous leurs efforts ont échoué jusqu'à présent, et l'on sait maintenant, de science certaine, qu'ils échoueront toujours (1).

Il n'en est pas moins vrai que les tentatives faites par des mathématiciens comme Legendre, pour diminuer d'une unité le nombre des hypothèses géométriques, ont, du moins, contribué puissamment à élucider la question et ont eu pour résultat important de faire connaître avec précision quelles sont les propositions de la Géométrie plane qui sont indépendantes de l'axiome des parallèles.

Après avoir exposé les belles recherches de Legendre sur les divers énoncés qui peuvent remplacer l'axiome 11, M. Zakhartchenko aborde les théories de la Géométrie non-euclidienne, en suivant principalement la marche tracée par Lobatchefsky et tenant compte des travaux plus récents de M. Beltrami. On lira avec intérêt et profit ce résumé substantiel de soixante pages, qui forme actuellement le complément indispensable d'un Traité de Géométrie élémentaire. Nous ne pouvons qu'approuver l'auteur d'avoir fait de ce résumé un Chapitre entièrement indépendant du reste de l'Ouvrage, la lecture de cette théorie délicate supposant un esprit déjà exercé aux déductions géométriques et accoutumé à raisonner en dehors du concours immédiat des sens.

---

(1) Cette certitude, qui résulte des études profondes faites depuis un demi-siècle sur ce sujet difficile, n'empêche pas de voir chaque jour les géomètres les plus novices user leurs forces à la recherche d'une solution qui a résisté aux efforts des plus grands génies et dont d'autres génies non moins illustres ont démontré l'impossibilité. Dans ces dernières années, cette maladie géométrique a pris les proportions d'une véritable épidémie.

Pour faire connaître maintenant à nos lecteurs le contenu de la nouvelle édition d'Euclide, et leur rappeler en même temps l'ordre des matières traitées dans les *Éléments,* nous ne saurions prendre un meilleur guide que l'auteur lui-même, en donnant ici la traduction d'une partie de son intéressante Préface :

« Les *Éléments* d'Euclide se composent de quinze Livres, dont les deux derniers sont attribués à Hypsiclès [1]. Parmi les treize autres, ceux qui portent les n^{os} V, VII, VIII, IX et X contiennent l'Arithmétique des anciens, savoir les Livres V, VII, VIII, IX, l'Arithmétique des quantités rationnelles, le Livre X celle des irrationnelles. De ces Livres arithmétiques je n'ai traduit que le V^{e} et le X^{e}, qui ont un caractère plus géométrique, surtout le X^{e}. J'ai cru pouvoir me dispenser de traduire les autres.

» Livre I. — Ce Livre se compose de quarante-huit propositions formant deux groupes distincts, dont le premier comprend vingt-huit propositions fondées sur les axiomes relatifs aux quantités en général et sur deux axiomes géométriques, savoir : la définition de la ligne droite et la possibilité de superposer les parties du plan soit directement, soit par retournement. Ce groupe de théorèmes constitue la base de la Géométrie ; ils sont rangés dans un tel ordre logique, que, en dehors de quelques changements de peu d'importance, cet ordre ne saurait être altéré.

» Le second groupe de théorèmes découle de la célèbre *hypothèse* d'Euclide connue sous le nom de *postulatum*. Ces théorèmes sont le fondement de la théorie des parallèles et de celle de la proportionnalité. Pour bien faire comprendre l'importance et le rôle de l'*hypothèse* d'Euclide, il est utile, dans une dernière revision de l'enseignement de la Géométrie, que le maître expose, à la suite de la proposition XXVIII, les six premières propositions de l'*Introduction* mise en tête de la présente édition, lesquelles expliquent la liaison qui existe entre l'hypothèse euclidienne et la somme des angles d'un triangle. De la théorie des parallèles se déduit le groupe

---

[1] Friedlein a établi (*Bullettino di Bibliogr. e di Storia delle Scienze matem. e fis.*, t. VI, 1863, p. 493-529) que le Livre XIV peut bien être l'ouvrage d'Hypsiclès, qui vivait au II^{e} siècle *avant* (et non *après*) notre ère. Mais il n'en est plus de même pour le Livre XV, qui appartient à une époque beaucoup plus récente, et M. Th.-H. Martin (*Bullettino di Bibl.*, t. VII, 1874) attribue cette médiocre production au philosophe néoplatonicien Damascius (VI^{e} siècle *après* J.-C.). (*Note de la Rédaction.*)

des théorèmes XXXV à XLVIII, relatifs à l'équivalence des figures. Ce groupe comprend le fameux *théorème de Pythagore,* démontré au moyen des figures équivalentes.

» LIVRE II. — Il se compose de propositions exprimant géométriquement les identités algébriques qui découlent des trois lois fondamentales des quantités :

» 1° La loi de *commutativité,* représentée par les deux identités

$$a + b = b + a, \quad a.b = b.a,$$

dont la première exprime l'addition des lignes et la seconde la construction d'un rectangle de côtés a et b ;

» 2° La loi de *distributivité,* représentée par l'identité

$$a(b \pm c) = a.b \pm a.c.$$

» 3° La loi de *répétition,* représentée par l'identité

$$a^n a^m = a^{n+m};$$

en Géométrie plane, cette identité ne peut être que de la seconde dimension, c'est-à-dire qu'elle donne

$$a.a = a^2;$$

en Stéréométrie, elle est de la troisième dimension, savoir,

$$a.a.a = a^2.a = a^3.$$

» Les propositions II à X sont des identités algébriques, reproduites sous cette dernière forme dans la Note 5 à la fin du Livre. A l'aide des propositions IV à VII, on peut résoudre géométriquement les équations du second degré de la forme

$$x^2 \pm px = q^2 \quad \text{et} \quad px - x^2 = q^2.$$

La proposition XI a reçu le nom de *sectio aurea* ou *divina.*

» La plupart des propositions de ce Livre ne figurent pas dans nos Traités classiques, bien qu'elles soient très utiles pour la représentation concrète des identités algébriques et pour le développement parallèle des transformations algébriques et des constructions géométriques. Le Livre II est l'Algèbre des anciens; au moyen des propositions qu'il renferme, les géomètres de l'antiquité ont effectué les transformations géométriques correspondantes à celles de notre calcul algébrique. Au point de vue pédagogique, ce Livre est d'une haute valeur; le maître doit en tirer profit pour mettre en évidence les liens étroits qui unissent l'Algèbre à la Géométrie.

» Livre III. — Euclide y expose toutes les propriétés fondamentales du cercle. Parmi les propositions de ce Livre, la VII^e et la VIII^e éclaircissent la notion de maximum et de minimum. Suivant nos habitudes actuelles, les propositions XXXV, XXXVI et XXXVII seraient exposées dans la section consacrée à la *similitude* des figures et aux *lignes proportionnelles;* mais la manière dont elles sont présentées dans le Livre III des *Éléments* donne une représentation concrète plus lumineuse.

» Livre IV. — On y trouve la résolution des problèmes suivants: *Inscrire ou circonscrire à un cercle un polygone régulier de trois, de quatre, de cinq, de six et de quinze côtés.* Une des propositions de ce Livre mérite une attention particulière : c'est la proposition X, d'où l'on tire un grand nombre de conséquences indiquées dans les problèmes qui se rapportent à ce Livre.

» Livre V. — C'est l'Arithmétique *rationnelle* des anciens. Certaines définitions de ce Livre ayant été l'objet de beaucoup de discussions, de malentendus et de recherches, j'ai expliqué dans les Notes la manière actuelle d'envisager les rapports et les proportions, et j'ai fait voir que la cinquième définition d'Euclide (¹), au sujet de laquelle se sont élevés des doutes, est identique à notre définition la plus générale, relative aux grandeurs incommensurables. Cette cinquième définition a été qualifiée d'*inintelligible,* parce qu'après elle vient la sixième (²), dans laquelle la proportionnalité est définie très simplement; mais cette dernière définition, dans son sens propre, se rapporte uniquement aux grandeurs commensurables. On rencontre plus loin encore une autre définition de la proportionnalité, la huitième (³). Cette triade de définitions a désorienté les géomètres.

(¹) Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων, καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, ἑκατέρου, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ληφθέντα κατάλληλα.

(²) Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον μεγέθη ἀνάλογον καλείσθω.

(³) Ἀναλογία δὲ ἡ τῶν λόγων ταυτότης.

» J'ai remarqué que, dans nos écoles, les élèves sont très faibles sur cette partie, et à cause de cela, dans les Notes 3 et 5, j'ai expliqué en détail tout ce qui touche aux rapports et aux proportions ([1]).

» LIVRE VI. — Ce Livre a pour objet les rapports des aires de figures et tous les théorèmes sur la proportionnalité et la similitude. Nous engageons les professeurs à appeler spécialement l'attention des élèves sur les propositions VIII à XIII, qui servent à construire des expressions algébriques telles que

$$\frac{ab}{c},\ \frac{a^2}{c},\ \frac{a^2bc}{efc},\ \frac{a^3}{bc},\ \sqrt{ab},\ \sqrt{a^2 \pm b^2},\ \ldots.$$

Il faut aussi remarquer les propositions XXIV à XXIX, qui manquent dans nos Traités, et qui ont cependant une grande importance, en ce qu'elles peuvent fournir la résolution des équations quadratiques. La proposition XXX donne une nouvelle construction de la *sectio aurea*, déjà traitée sous une autre forme dans le Livre II.

» Dans la Note 23, j'ai ajouté certains théorèmes qui ne se trouvent pas dans Euclide.

» Avec le Livre VI finit la planimétrie. Par conséquent les *Éléments* ne parlent pas de la mesure du cercle, c'est-à-dire de la recherche du rapport de la circonférence au diamètre. C'est pour cette raison que j'ai traité, dans l'*Appendice I*, des théories qui manquent chez Euclide, savoir des polygones en général, et particulièrement des polygones étoilés; j'ai donné toutes les propositions qui conduisent à la détermination du rapport de la circonférence au diamètre, avec l'historique de ces recherches et la traduction du Livre d'Archimède, Κύκλου μέτρησις, Livre dont on parle souvent, mais que bien peu de personnes ont lu. J'ai ajouté, dans les Notes, les éclaircissements nécessaires, et, enfin, j'ai expliqué la *méthode des limites* et les procédés modernes pour obtenir la détermination du nombre π.

([1]) Dans les définitions 10 et 11 du Livre V, M. Zakhartchenko a choisi, à l'exemple de Lorenz, le signe de la duplication ou de la triplication pour représenter ce que nous appelons maintenant l'*élévation au carré* ou *au cube* d'un rapport. Il écrit ainsi $2(a:b)$, $3(a:b)$ au lieu de $(a:b)^2$, $(a:b)^3$. Nous ne voyons pas bien clairement l'avantage qu'il trouve à ne pas adopter purement et simplement la notation moderne.

» Livre X. — C'est l'Arithmétique ou l'Algèbre *irrationnelle* des anciens, monument du génie profond des géomètres des temps antiques. On trouvera dans la Note 14 l'exposition en langage algébrique de toutes les recherches contenues dans ce Livre. Nous recommandons à l'attention spéciale du lecteur les dix-huit premières propositions, où sont développées, suivant la méthode des anciens, les propriétés fondamentales des grandeurs incommensurables, mais dont la lecture est loin d'être inutile aux géomètres de notre temps. La proposition XXIX, avec ses conséquences, mérite aussi qu'on s'y arrête, ainsi que la proposition CXVII. En somme, la lecture attentive du Livre tout entier ne peut manquer d'être profitable.

» Les Livres XI, XII et XIII contiennent la Stéréométrie; les deux suivants, le XIV^e^ et le XV^e^, sont communément attribués à Hypsiclès (¹). Dans les Notes et dans le texte, j'ai éclairci et complété ce qui, dans les *Éléments,* peut paraître obscur ou insuffisant, et j'ai rempli les lacunes laissées par Euclide. Je recommanderai à l'attention du lecteur la Note 1, relative à un passage du Livre XIII, où Euclide définit brièvement ce qu'il faut entendre par l'*analyse* et la *synthèse,* en donnant des exemples des deux méthodes. Dans ma Note, j'ai examiné ces méthodes en détail, avec des exemples à l'appui.

» Les Livres XIV et XV traitent des propriétés des polyèdres réguliers, et, dans l'*Appendice VIII sur les polyèdres,* j'ai exposé les découvertes les plus récentes faites sur ces corps.

» Enfin, les *Éléments* d'Euclide ne donnant pas la mesure des volumes et des surfaces des corps terminés par des faces planes ou courbes, j'ai présenté, dans l'*Appendice IX,* toutes les propositions relatives à cet objet.

» A la suite de cet *Appendice IX,* j'ai placé un Recueil de problèmes (²) sur chaque Livre, avec l'indication de la partie du Livre à laquelle chaque problème se rapporte et de la proposition dont dépend sa solution. J'ai ajouté, en dernier lieu, quelques problèmes remarquables, avec leurs solutions développées.

» Les *Appendices XI* et *XII,* qui terminent le Volume, traitent

(¹) *Voir* la note, p. 70.

(²) Ce Recueil ne contient pas moins de six cent cinquante-sept énoncés.

l'un des maxima et minima des grandeurs en Géométrie, l'autre des quantités négatives. Tous les deux contiennent des exemples choisis. »

M. Zakhartchenko a encore enrichi son Ouvrage d'un précieux complément, consistant dans trois index bibliographiques, dont le premier donne la liste de quatre cent soixante éditions d'Euclide, publiées dans presque toutes les langues littéraires depuis l'invention de l'imprimerie. Nous indiquerons encore quelques articles omis sur cette liste :

1685. Les quinze Livres des Elemens geometriques d'Euclide et son Livre des Donnez, par le sieur Henrion. Roüen et Paris. 2 vol. in-12.
1685. Euclidis elementorum Libri XV, breviter demonstrata, opera Isaaci Barrow. Londini, in-12.
1700. Les Elemens d'Euclide, par le P. Milliet-Dechales. Paris, in-12.
1809. Les Élémens de Géométrie d'Euclide, traduits littéralement par Peyrard. 2e édition, augmentée du Ve Livre. Paris, in-8°.
1840. Euklid's Elemente fünfzehn Bücher, übersetzt von Lorenz, nebst einem Anhang von Dippe. Halle, in-8°.

On pourrait encore y joindre l'Ouvrage suivant, quoique ce soit plutôt un *arrangement* qu'une traduction :

1663. Euclide rinnovato dal Sig. G.-A. Borelli. Bologna, in-12.

Vient ensuite la liste, par noms alphabétiques d'auteurs, des principaux travaux sur la Géométrie non euclidienne qui ont paru jusqu'à l'année 1880.

Nous proposons d'y ajouter les deux articles suivants :

De Tilly (*J.-M.*). — Sur les principes de la Géométrie et de la Mécanique. Bordeaux et Bruxelles, 1879. Grand in-8°.
Wagner (*H.*). — Lehrbuch der Geometrie, nach Grundsätzen Bolyai's. Hamburg, 1874. In-8°.

Enfin un troisième index fait connaître les titres des principaux Ouvrages que l'auteur a consultés.

D'après cette Notice, où nous avons dû omettre bien des détails intéressants, le lecteur pourra déjà juger de l'importance de cette nouvelle édition du plus ancien des Traités de Géométrie. Le savant professeur de Kief, par son excellente traduction et par ses *Addi-*

tions, qui s'harmonisent si bien avec le texte, en a fait l'Ouvrage classique le plus neuf et le plus complet que nous possédions sur la Géométrie élémentaire. En attendant que les langues slaves aient pris dans notre enseignement une importance correspondante au rôle scientifique actuel des nations qui les parlent, nous appelons de tous nos vœux une traduction de ce beau Livre dans un idiome plus répandu chez nous.

Un travail aussi utile ne pouvant manquer d'avoir plusieurs éditions, nous nous permettrons d'indiquer en passant quelques améliorations typographiques dont il nous paraît susceptible.

Bien que l'usage des *titres courants* ne paraisse pas répandu dans l'imprimerie russe, nous croyons que l'on ferait une très utile innovation en l'appliquant à la prochaine édition des *Начала Евклида,* où l'indication du numéro du Livre en tête de chaque page faciliterait considérablement les recherches.

Nous désirerions aussi que l'énoncé de chaque proposition fût indiqué plus distinctement par quelque modification du type, par exemple en imprimant le mot *Предложение* en caractères gras.

Peut-être enfin serait-il bon de placer, en partie du moins, les notes au bas des pages, ce qui les mettrait plus en évidence, en empêchant de les confondre avec le texte.

Abstraction faite de ces *desiderata,* l'impression du Livre est d'une remarquable exécution et fait honneur aux presses de l'Université de Saint-Vladimir. Le texte nous a paru d'une grande correction, et les nombreuses figures qu'il contient sont gravées avec le plus grand soin. J. H.

RICCARDI (Prof. Pietro). — Notizie della vita del conte Pietro Abbati Marescotti (¹). Modena, Società tipografica, 1879. — Gr. in-8°, 15 pages.

D'après la charmante coutume établie en Italie, d'offrir aux nouveaux époux, comme présent de noces, un travail littéraire, l'auteur donne ici une courte Notice biographique d'un homme ayant appar-

(¹) Écrit à l'occasion du mariage de l'ingénieur comte Cesare Abbati Marescotti avec M^lle Adèle d'Allay-Marinelli.

tenu à la famille du marié. Né à Modène en 1768, le comte Pietro Abbati Marescotti étudia les Mathématiques sous la direction de Venturi, et, dans la suite, il se consacra tout entier à cette science. En 1826, il remplaça l'habile analyste Ferroni comme membre de la Société Italienne. Il occupa dans son pays natal, le duché de Modène, de hautes fonctions publiques, et mourut en 1842. Les travaux scientifiques de Marescotti sont encore peu connus du public; aussi devons-nous savoir gré à M. Riccardi de la Notice littéraire qu'il a jointe à son travail biographique. Ces travaux ne sont pas nombreux, mais ils sont loin d'être insignifiants. Dans une Lettre imprimée, adressée à son ami intime Ruffini, il communique une démonstration originale du fait, reconnu pour la première fois par Ruffini, que les racines d'une équation littérale du $m^{\text{ième}}$ degré ($m \geqq 5$) ne peuvent pas être exprimées au moyen d'irrationnelles algébriques. Trois autres Mémoires, dus à la plume de Marescotti, traitent encore de la théorie des équations, tandis que dans un quatrième Mémoire se trouve une solution nouvelle d'un problème de probabilités déjà résolu par Daniel Bernoulli et par Lagrange. L'histoire de l'Analyse ne pourra se dispenser de prendre note des résultats signalés ici par M. Riccardi. S. G.