Aristide Marre

Extrait du manuscrit n° 24237 du fonds français de la Bibliothèque Nationale

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 4, nº 1 (1880), p. 27-30

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1880_2_4_1_27_1>

MÉLANGES.

EXTRAIT DU MANUSCRIT N° 24237 DU FONDS FRANÇAIS DE LA BIBLIOTHÈQUE NATIONALE;

PAR M. ARISTIDE MARRE.

Le manuscrit du fonds français de la Bibliothèque nationale coté sous le n° 24237, anciennement n° 169 du fonds de l'Oratoire, porte un titre qui a sans doute l'avantage d'être bref et concis, mais qui malheureusement a le tort de ne point indiquer d'une manière suffisamment exacte ce que renferme le Volume. Qu'on en juge. Il est intitulé *Éléments de Mathématiques*. Or les trois quarts des cent soixante-huit feuillets de tout format et de toute sorte dont il se compose sont consacrés à des études sur le Calcul intégral, l'Optique, la gnomonique, les logarithmes hyperboliques, la cycloïde, le pendule isochrone, etc., et l'on y rencontre même des pièces telles que celles-ci : Définition de la liberté et opinions sur la liberté chez les Thomistes, les Molinistes, etc. (en latin); Écrit des trois colonnes présenté à Innocent X par MM. Angray, Manessier, de Saint-Amour, de Lalane, députez vers Sa Sainteté de la part de quelques-uns de MM. les Évêques de France pour l'affaire des cinq propositions (en latin); Épigrammes de Racine, de Despréaux et de Perrault; deux pièces latines imprimées à Angers, dont une est le programme d'une Thèse à soutenir le 4 avril 1691 par François Chastelain, en la maison des Pères de l'Oratoire, à Angers.

Parmi les pièces si diverses et si disparates qui entrent sans beaucoup d'ordre dans le manuscrit n° 24237 du fonds français de la Bibliothèque nationale, nous en avons choisi deux, et nous les mettons sous les yeux des lecteurs du *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*, dans la pensée qu'elles pourront les intéresser.

PROBLÈME OU IL EST BESOIN D'ADRESSE.

Trouver deux nombres qui ayent même différence que leurs cubes.

Solution. — Les deux nombres qu'il faut trouver sont

$$\frac{4a}{aa+3} \quad \text{et} \quad \frac{aa-2a-3}{aa+3}.$$

Démonstration. — Leurs cubes sont

$$\frac{64a^3}{a^6+9a^4+27aa+27} \quad \text{et} \quad \frac{a^6-6a^5+3a^4+28a^3-9aa-54a-27}{a^6+9a^4+27aa+27}$$

dont la différence est

$$\frac{27+54a+9aa+36a^3-3a^4+6a^5-a^6}{a^6+9a^4+27aa+27},$$

laquelle, si l'on divise son antécédent et son conséquent par

$$a^4+6aa+9,$$

se réduit à

$$\frac{3+6a-aa}{aa+3} \quad \text{ou} \quad \frac{4a-aa+2a+3}{aa+3},$$

différence des deux nombres

$$\frac{4a}{aa+3} \quad \text{et} \quad \frac{aa-2a-3}{aa+3}.$$

Ces deux nombres sont donc tels qu'il falloit.

Exemples. — $\frac{5}{7}$ et $\frac{3}{7}$ sont deux nombres qui ont même différence que leurs cubes $\frac{125}{343}$ et $\frac{27}{343}$; car $\frac{5-3}{7}$ ou $\frac{2}{7}$ est la même chose que $\frac{125-27}{343}$ ou $\frac{98}{343}$, dont chaque terme est multiple de 49.

De même, $\frac{16}{19}-\frac{5}{19}$ ou $\frac{11}{19}=\frac{4096}{6859}-\frac{125}{6859}$ ou $\frac{3971}{6859}$, dont chaque terme est multiplié par 361.

Que si l'on ne se contente pas de cette solution, l'on peut tâcher d'en trouver quelqu'autre en cherchant quelque voie plus générale que celle que j'ai prise pour faire que la grandeur $4-3xx$ soit un quarré.

Et alors, appellant x le plus petit des deux nombres que l'on demande, l'autre sera toujours $x \pm y$, et $y=\frac{\mp 3x+\sqrt{4-3xx}}{2}$, qui est tout ce qu'on peut trouver de plus général dans cette question.

Problème.

Tout nombre entier, moindre d'une unité qu'un quarré, étant donné, trouver un autre nombre entier qui ne soit point un quarré, par lequel étant multiplié, le produit soit un quarré, c'est-à-dire, $qq-1$ étant donné, trouver x qui soit tel que $xqq-x$ soit un nombre entier quarré.

Solution. — Si l'unité ajoutée au nombre donné fait un quarré dont la racine soit plus grande ou plus petite d'une unité qu'un autre quarré, le nombre entier que l'on cherche sera plus grand ou plus petit d'une unité que cette racine.

Exemples. — 1° Le nombre donné est 24, auquel si l'on joint l'unité, on a le quarré 25, dont la racine 5 est plus grande d'une unité que le quarré 4 : il faut donc suivant la règle ajouter 1 à 5, et la somme 6 est un nombre entier qui n'est point un quarré, et qui, multipliant le nombre donné 24, produit le quarré 144.

2° On donne le nombre 8, moindre d'une unité que le quarré 9, dont la racine 3 est plus petite d'une unité que le quarré 4. Retranchant donc 1 de 3 selon la règle, on a pour reste le nombre entier 2, qui n'est pas un quarré, mais par lequel le nombre donné 8 étant multiplié, le produit est le nombre quarré 16.

3° 64 — 1 ou 63 est le nombre donné ; 8 racine de 64 est égale à 9 — 1 ; j'ôte donc 1 de 8 selon la règle, et j'ai le nombre entier 7, qui n'est point un quarré, et qui multipliant 63 me donne le quarré 441.

Démonstration. — Il faut que le nombre entier x soit tel que, multipliant le nombre entier donné $qq - 1$, le produit $xqq - x$ soit un quarré. Pour cela, supposons

$$x \pm 1 \infty q;$$

ainsi,

$$qq - 1 \infty xx \pm 2x + 1 - 1 \infty xx \pm 2x,$$

et

$$xqq - x \infty x^3 \pm 2xx,$$

qui est bien le quarré de $x\sqrt{x \pm 2}$, mais qui ne peut pas être un quarré parfait si $\sqrt{x \pm 2}$ n'est un nombre commensurable, ou, ce qui est la même chose, si x n'est égal à $dd \mp 2$, qui est un nombre entier plus grand ou plus petit d'une unité que le nombre $dd \mp 1$ égal à $x \pm 1$ ou q, lequel a une unité de plus ou de moins que le quarré quelconque dd. De sorte que, afin que le produit de $qq - 1$ par x soit un quarré parfait, il est nécessaire que q racine du quarré qq soit plus grande ou plus petite d'une unité qu'un quarré, et que x soit plus grand ou plus petit d'une unité que cette racine.