BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

P. MANSION

Sur les points de dédoublement de M. J. Plateau

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 3, nº 1 (1879), p. 514-515

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1879_2_3_1_514_1>

MÉLANGES.

SUR LES POINTS DE DÉDOUBLEMENT DE M. J. PLATEAU;

PAR M. P. MANSION.

MONSIEUR LE RÉDACTEUR,

Permettez-moi de vous indiquer une petite erreur typographique qui s'est glissée dans mon résumé (*Bulletin*, 2e série, t. II, IIe Partie, p. 243) de la Note de M. J. Plateau, intitulée *Quelques exemples curieux de discontinuité en Analyse*. Dans l'équation de la seconde courbe du n° 4, le facteur $(y - \cos\sqrt{x})$ doit être affecté de l'exposant 2. Cette équation est déduite de celle-ci,

$$x = my^2\left[(1+y^3) \pm (\sqrt{1+y^2})^3\right],$$

en remplaçant y par $(y - \cos\sqrt{x})$.

Si je signale ici ce petit erratum, c'est uniquement pour reproduire exactement, dans mon résumé, les exemples mêmes de l'article original. Nous avons observé en effet, avec M. Plateau, que, si dans les deux exemples rapportés dans sa Note on supprime l'exposant 2 qui affecte le facteur $(y - \cos x)$, les nouvelles équations ainsi obtenues, savoir

$$(1) \qquad x = (y - \cos\sqrt{x})\left\{1 \pm \sqrt{1 - [y - \cos\sqrt{x}]}\right\},$$

$$(2) \quad x = m(y - \cos\sqrt{x})\left\{1 + (y - \cos\sqrt{x})^3 \pm \left[\sqrt{1 + (y - \cos\sqrt{x})^2}\right]^3\right\},$$

sont celles de deux nouvelles courbes présentant aussi, en

$$(x = 0,\ y = 1),$$

un point de dédoublement. A un certain point de vue, ces points de dédoublement sont même plus remarquables que ceux que M. Plateau a signalés dans la Note citée, parce que les tangentes aux deux branches de la courbe, qui se rencontrent en ces points, au lieu de se confondre, sont distinctes.

Considérons, en effet, l'équation (1). Elle se déduit de

$$x = y(1 \pm \sqrt{1-y}) \tag{3}$$

en changeant y en $(y - \cos\sqrt{x})$. L'équation (3) représente une courbe ayant à l'origine un point double, tangente à l'axe des y et à la droite $x = 2y$, et formant une espèce de *folium* dans l'angle des x et des y positifs; au-dessous de l'axe des x, elle se prolonge indéfiniment suivant deux branches situées l'une d'un côté, l'autre de l'autre de l'axe des y. Si l'on remplace, dans l'équation (3), y par $(y - \cos\sqrt{x})$, de manière à obtenir l'équation (1), la feuille et la branche de droite sont modifiées, les ordonnées étant augmentées de $\cos\sqrt{x}$; la branche de gauche disparaît. Le nouveau *folium* ainsi obtenu est maintenant tangent, au point $(x = 0, y = 1)$, à l'axe des y et à une parallèle à l'axe des x.

La courbe (2) présente des particularités analogues. Toutefois, dans l'angle des axes positifs, elle se compose, non d'une feuille, mais de deux branches indéfinies se rencontrant sous un angle dont la grandeur dépend de m. Si $m = 1$, cet angle est encore de 30°.

Agréez, etc. P. Mansion.