

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Remarque mathématique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 8
(1875), p. 208

http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1875__8__208_0

© Gauthier-Villars, 1875, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REMARQUE MATHÉMATIQUE,

Par A. POPOF, membre honoraire de l'Université de Kazan (1).

(TRADUIT DU RUSSE.)

La formule analytique suivante me semble nouvelle :

$$e^{-hx^2} = A_1 e^{-ax} + A_2 e^{-a^2x} + A_3 e^{-a^3x} + \dots,$$

h et a désignant des nombres positifs arbitraires, le second a étant > 1 , et l'expression générale des coefficients constants A_i étant

$$A_i = M_i \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{a^i} - \frac{a^{2i} - a^i(a^2 - 1) + (a^2 - 1)(a - 1)}{a^{3i}(a - 1)(a^2 - 1)} \cdot 2h \\ + \frac{[a^{4i} - a^{3i}(a^4 - 1) + a^{2i}(a^4 - 1)(a^3 - 1) - a^i(a^4 - 1)(a^3 - 1)(a^2 - 1)]}{a^{5i}(a - 1)(a^2 - 1)(a^3 - 1)(a^4 - 1)} \cdot 1.3(2h)^2 \\ - \dots \end{array} \right\},$$

où l'on a posé

$$M_i = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{a - 1} - \frac{2a^i}{(a - 1)(a^2 - 1)} + \frac{3a^{2i}}{(a - 1)(a^2 - 1)(a^3 - 1)} \\ - \frac{4a^{3i}}{(a - 1)(a^2 - 1)(a^3 - 1)(a^4 - 1)} + \dots \end{array} \right\}^{-1}.$$

Le terme général de la série qui représente la valeur de A_i est ainsi

$$\frac{1.3.5 \dots (2p - 1) (-2h)^p M_i}{a^{2(p+1)i}(a - 1)(a^2 - 1) \dots (a^{2p} - 1)} \\ \times [a^{2pi} - a^{(2p-1)i}(a^{2p} - 1) + \dots + (a^{2p} - 1) \dots (a^3 - 1)(a^2 - 1)(a - 1)].$$

Cette formule n'est qu'un cas particulier d'un autre développement général,

$$F(x) = A_1 e^{-r_1 x} + A_2 e^{-r_2 x} + A_3 e^{-r_3 x} + \dots,$$

dans lequel

$$r_1 < r_2 < r_3 < r_4 < \dots,$$

et où la somme

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \dots = \text{une quantité finie.}$$

(1) Extrait des *Ученныя Записки И. Каз. Университета*, année 1874, 2^e livraison.