

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 7
(1874), p. 15-37

http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1874__7__15_0

© Gauthier-Villars, 1874, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

MONTHLY NOTICES OF THE ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY OF LONDON (1) (suite).

T. XXXIII; novembre 1872 à février 1873.

RAPPORTS ANNUELS

ADRESSÉS AU CONSEIL DE LA SOCIÉTÉ ROYALE ASTRONOMIQUE, PAR LES DIRECTEURS
DES DIFFÉRENTS OBSERVATOIRES DE LA GRANDE-BRETAGNE.

Observatoire Royal de Greenwich.

Pendant l'année qui vient de s'écouler, l'Observatoire de Greenwich s'est lancé dans une voie nouvelle, l'Astronomie physique : d'une part, on a observé régulièrement avec un appareil spectroscopique, fixé au grand équatorial, le Soleil, les étoiles et les nébuleuses; d'autre part, on a continué avec le photohéliographe de Kew la belle série des photographies du Soleil, commencée par M. Warren de la Rue, dans cet établissement.

L'Astronome royal, M. Airy, ayant été chargé par le gouvernement et par la Société royale Astronomique de diriger tous les préparatifs des expéditions relatives à l'observation du passage de Vénus, l'Observatoire de Greenwich a dû vérifier et essayer tous les instruments (il y en a vingt) destinés à ces expéditions; tous sont actuellement terminés, et de plus les cabanes d'observation destinées à les abriter sont aussi achevées : c'est là une excellente précaution dont on ne saurait trop féliciter l'Astronome royal. Ajoutons que les observateurs chargés de l'observation du passage de Vénus s'exercent, dès à présent, à Greenwich, au maniement des instruments qu'ils doivent emporter, et à l'observation elle-même du passage, en pointant, comme l'a proposé autrefois M. Wolf, astronome à l'Observatoire de Paris, sur une planète artificielle qu'un mouvement micrométrique approche ou éloigne du bord d'un écran.

(1) Voir *Bulletin*, t. VI, p. 299.

Au nombre des travaux extraordinaires faits par l'Observatoire de Greenwich en 1872, il faut encore ranger la part qu'il a prise à la détermination de la différence de longitude entre Washington, Paris et Greenwich, faite au moyen du câble transatlantique français, par M. le professeur Hilgard du *Coast-Survey* des États-Unis.

Quant aux travaux ordinaires de l'Observatoire, ils ont suivi leur cours habituel ; néanmoins, le système des observations du cercle méridien a été considérablement étendu, par l'addition, aux étoiles cataloguées jusqu'alors, des étoiles circumpolaires de grandeur inférieure à la 6^e, que l'on a observées régulièrement à leur culmination inférieure et à leur culmination supérieure, afin d'étudier l'erreur de collimation de l'instrument.

Aux observations équatoriales on a ajouté aussi l'observation continue des *phénomènes* que présentent les satellites de Jupiter ; cette addition est fort importante, car elle poussera certainement les autres Observatoires à suivre la même voie et à préparer ainsi des matériaux considérables pour la détermination de la masse de Jupiter.

Quant au personnel, il a été fort peu modifié. A la fin de septembre 1872, M. Carpenter, chargé des observations à l'altazimut, a donné sa démission. Il a été remplacé, au mois de décembre, par M. Downing, du Collège de la Trinité, à Dublin.

Observatoire de Radcliffe (Oxford).

Grâce à la libéralité du Comité des Curateurs (*Board of Trustees*) de l'Observatoire, le travail de rédaction du troisième Catalogue de Radcliffe a pu continuer avec rapidité : toutes les observations de passage faites en 1872 sont réduites actuellement, ainsi que celles des déclinaisons faites en 1871.

Les observations au cercle méridien et à l'héliomètre ont d'ailleurs été faites d'après la même marche que dans les années précédentes, et toutes dirigées vers la formation d'un nouveau Catalogue ; M. Main y a cependant ajouté l'observation des occultations des étoiles par la Lune, et des phénomènes que présentent les satellites de Jupiter.

Observatoire de la Trinité (Cambridge).

Il y a quelques années, la Société Astronomique allemande (*die Astronomische Gesellschaft*) proposait aux astronomes la réobservation de toutes les étoiles, jusqu'à la 9^e grandeur, contenues dans le Catalogue d'Argelander (*die Durchmusterung des nordlichen Himmels*); c'est à l'exécution de cette idée que l'Observatoire de Cambridge a, cette année encore, consacré la plus grande partie de ses efforts. Les observations s'y font par zones, procédé qui permet d'atteindre une grande rapidité, sans éprouver cependant trop de fatigue : aussi observe-t-on à Cambridge environ quarante étoiles par heure.

Pendant l'année 1872, l'Observatoire de Cambridge a été relié télégraphiquement avec l'Office Météorologique central de Londres.

Observatoire Royal d'Édimbourg.

Les travaux faits à Édimbourg en 1872 paraissent avoir été peu nombreux, à l'exception toutefois des observations météorologiques; celles-ci ont été continuées avec la régularité accoutumée.

L'Observatoire d'Édimbourg est en outre chargé de la centralisation et de la réduction des observations météorologiques faites dans les cinquante-cinq stations de la *Société Météorologique d'Écosse*.

M. Ch. Piazzi Smyth, directeur de l'Observatoire, a passé la plus grande partie de l'année à Palerme, en compagnie de MM. Cacciatore et Tacchini; il a fait à l'Observatoire Royal une série d'observations du spectre de la lumière zodiacale qui présentent un grand intérêt.

Pendant le cours de cette année, d'assez notables améliorations ont été apportées aux instruments de l'Observatoire : un nouveau *gun-signal*, pour la distribution journalière de l'heure, a été établi à Dundee, *gun-signal* qui a été relié télégraphiquement à l'Office général des postes d'Édimbourg.

De plus, l'ancien équatorial de l'Observatoire d'Édimbourg, insuffisant à tous égards et par sa monture et par sa faible puissance optique, a été remplacé par un bel instrument de 2 pieds

(0^m,61) d'ouverture, construit dans les ateliers de M. Howard Grubb, de Dublin, à qui l'Astronomie devait déjà le grand télescope de l'Observatoire de Melbourne. Cet équatorial permettra à M. P. Smyth d'exécuter désormais chez lui les travaux pour lesquels il était obligé de recourir à l'aide de ses collègues mieux outillés.

Observatoire de Dunsink (Dublin).

M. Brünnow a continué, cette année, les recherches qu'il avait entreprises pour déterminer les parallaxes d'un certain nombre d'étoiles. En même temps, l'Astronome royal pour l'Irlande a étudié certains systèmes stellaires doubles, dont les orbites étaient inconnues.

Enfin, s'associant à la proposition faite par M. Galle, de Breslau, pour employer les observations des petites planètes à la détermination de la distance du Soleil à la Terre, M. Brünnow a suivi au nouvel équatorial de Dunsink, et pendant toute la durée de son opposition, la planète Phocée (25) : malheureusement ces observations, si remarquables par leur exactitude, ne peuvent conduire au but que l'on s'était proposé, par suite du manque d'observations correspondantes dans l'hémisphère austral.

Cette idée de M. Galle, qui doit donner la distance du Soleil à la Terre par une série d'approximations successives se continuant d'année en année, n'est point d'ailleurs abandonnée ; M. Brünnow et d'autres astronomes se proposent de la remettre à exécution dans les années suivantes ; tout nous porte à croire que leurs efforts seront bientôt couronnés du succès qu'ils méritent.

Observatoire de Glasgow.

Comme celui d'Édimbourg, l'Observatoire de Glasgow a fait peu d'observations pendant l'année 1872. Le personnel, d'ailleurs fort restreint, de cet établissement a été surtout employé à la réduction des nombreuses observations faites pendant les années précédentes.

Plus de 4000 positions d'étoiles, de la 6^e à la 9^e grandeur, appartenant aux zones de Bessel, seront ainsi mises à la disposition des astronomes. Il y a lieu de féliciter M. Grant, directeur de l'Observatoire de Glasgow, de l'interruption qu'il a eu le courage de faire

subir à ses observations. Toute observation non publiée doit être, en général, considérée comme perdue ; et il en est bien certainement ainsi, lorsque ces observations forment la révision d'un Catalogue auquel l'immense réputation de son auteur a fait attribuer une grande autorité.

Nous devons ajouter que la chute des météorites de novembre a été observée avec soin à l'Observatoire de Glasgow, et que les instruments météorologiques enregistreurs, établis sous les auspices du Comité météorologique de la Société Royale, y sont en pleine activité.

Observatoire de Liverpool.

Donner l'heure au port, étudier les chronomètres de la Marine marchande et faire des observations météorologiques, telles sont, on se le rappelle, les travaux qui ont été assignés à l'Observatoire de Bidston, Birkenhead. Aucun d'eux n'a été négligé.

Le mode d'inflammation du *time-gun* établi sur le *Morpeth Dock Pier Head*, à 3 milles environ de l'Observatoire, a été perfectionné ; deux fois chaque jour, l'Observatoire envoie au port de Liverpool la situation météorologique ; enfin, l'étude faite par M. Hartnup, sur cent chronomètres au moins, l'a conduit à des résultats importants :

1° Environ dix pour 100 des chronomètres étudiés ont une marche trop irrégulière pour qu'on puisse les employer en mer.

2° Souvent les défauts dans le mode de compensation des effets de la température (*compensation balance*) produisent dans la marche une variation de plusieurs secondes par jour.

3° Tous les chronomètres étant maintenus, une semaine entière chaque fois, aux températures successives de 55, 70, 85, 70 et 55 degrés Fahrenheit (30°, 5, 38°, 9, 47°, 2, 38°, 9, 30°, 5 C.), on a reconnu que les meilleurs chronomètres, réglés pour avoir la même marche aux températures extrêmes 55 et 85 degrés, présentaient, à la température intermédiaire 70 degrés, une variation dans leur marche égale à $\frac{6}{17}$ de seconde par jour. C'est, d'après M. Hartnup, la limite maximum que les constructeurs puissent atteindre aujourd'hui dans la compensation de leurs chronomètres.

Observatoire de Durham.

Le mauvais outillage de l'Observatoire de Durham a beaucoup entravé ses travaux. Depuis de longues années, le directeur, M. Chevallier, se consacrait à l'observation des planètes télescopiques dont les orbites étaient mal connues.

Mais il a été amené peu à peu à se convaincre qu'en raison de la petitesse croissante des planètes successivement découvertes, il fallait désormais, pour un travail de cette espèce, un instrument de dimensions beaucoup plus considérables que le sien, semblable, par exemple, au grand équatorial de Greenwich (dôme sud-ouest), ou à celui de Paris (dôme ouest). Aussi M. Chevallier a-t-il complètement modifié le plan de ses travaux, se limitant aux astres, qui, comme les comètes, offrent pour ainsi dire un caractère accidentel.

D'ailleurs les observations météorologiques se sont faites, cette année comme toutes les autres, très-régulièrement à l'Observatoire de Durham, et leur ensemble constitue, pour cette portion de l'Angleterre, l'une des bases les plus sérieuses de la science météorologique.

Observatoire de Kew.

La période décennale, pendant laquelle M. Warren de la Rue s'était chargé des frais que nécessitent les observations au photohéliographe de Kew, expirait au mois de février 1872. Néanmoins on les a continuées jusqu'à la fin de mars. Les mesures et réductions des photographies solaires pour les années 1867, 1868 et 1869 sont en cours de publication dans les *Philosophical Transactions of the Royal Society*; les autres observations de janvier 1870 au 31 mars 1872 seront mesurées et réduites dans le courant de 1873.

A partir de la fin de mars, les observations du Soleil ont été faites à Kew, avec une lunette de $2\frac{1}{2}$ pouces d'ouverture, par la méthode du conseiller Schwabe de Dessau. Nous avons dit plus haut que le photohéliographe de Kew est maintenant installé à l'Observatoire de Greenwich.

L'observatoire de Kew a en outre étudié, pendant l'année 1872, un photohéliographe construit par M. Dallmeyer pour l'Observatoire de Poulkova. Cet instrument, commandé en vue de l'observation du prochain passage de Vénus, paraît être supérieur à celui de

Kew, et les images qu'il donne sont presque complètement exemptes de distorsions.

Observatoire de Stonyhurst.

Les observations astronomiques ont été presque complètement impossibles à Stonyhurst, par suite du mauvais état du ciel. Les travaux de l'Observatoire sont donc purement physiques. On a continué à y enregistrer les variations du magnétisme terrestre et les principaux phénomènes météorologiques.

En outre, pendant les vacances du Collège, le Rév. Perry; directeur de l'Observatoire du Collège de Stonyhurst, a fait le relevé magnétique de la Belgique.

Observatoire de Temple (Rugby).

Cet Observatoire, propriété de l'École de Rugby, vient d'être fondé par les soins et à la mémoire du Rév. Temple, évêque actuel d'Exeter et dernier directeur de l'École. Construit entièrement en bois, l'Observatoire de Rugby possède un équatorial de $8 \frac{1}{2}$ pouces d'ouverture, construit autrefois par Alvan Clark pour le célèbre Dawes, un réflecteur de $12 \frac{1}{2}$ pouces construit par With, et une chambre obscure pour les observations spectroscopiques.

MM. Wilson et Seabroke, professeurs à l'École de Rugby, y ont fait un grand nombre d'observations de protubérances solaires et de mesures d'étoiles doubles, en même temps qu'ils formaient aux observations astronomiques un certain nombre de leurs élèves, préparant, dans la mesure de leurs moyens, le recrutement du personnel des nombreux observatoires de la Grande-Bretagne.

Observatoire de lord Lindsay (Dun Echt, Aberdeen).

L'année qui vient de s'écouler a été consacrée à terminer l'installation et l'essai de nombreux instruments achetés par lord Lindsay; ce sont les suivants :

1° Un cercle méridien de Troughton et Simms, semblable à celui de l'Observatoire de Cambridge; son objectif a 8 pouces d'ouverture et 8 pieds 6 pouces de distance focale : les lectures des cercles divisés se font avec huit microscopes micrométriques.

2° Un équatorial de M. Howard Grubb, de Dublin, ayant 15 pouces d'ouverture et 15 pieds de foyer.

3° Un équatorial, de MM. Cook, d'York, de 6 pouces d'ouverture et 6 pieds de foyer.

4° Un héliomètre, dû à Repsold, de Hambourg, ayant 4 pouces français d'ouverture.

5° Un télescope newtonien, de 13 pouces d'ouverture avec 10 pieds 6 pouces de foyer, monté équatorialement.

6° Un grand chronographe.

7° Un altazimut, de Troughton et Simms, dont les cercles ont 12 pouces de diamètre.

Lord Lindsay espère, en outre, pouvoir installer au commencement de 1873 un beau sidérostas de Foucault, qu'il a commandé l'été dernier à MM. Eichens et Martin, de Paris.

La plupart de ces instruments serviront tout d'abord à l'expédition gigantesque que lord Lindsay organise à ses frais, et dont il fera lui-même partie, pour aller observer le prochain passage de Vénus, dans l'île Maurice.

Observatoire de Leyton.

Comme les années précédentes, l'Observatoire de M. Barclay s'est principalement occupé de l'observation des étoiles doubles et des étoiles auxquelles on soupçonne un mouvement propre; les observations seront publiées prochainement et formeront le troisième volume des *Leyton Observations*.

M. Talmage, qui a actuellement la direction de l'Observatoire de M. Barclay a, en outre, observé à l'équatorial de 10 pouces les comètes de l'année et les *phénomènes* des satellites de Jupiter.

Observatoire de M. Buckingham.

Le grand télescope de 21 pouces d'ouverture libre, que possède cet Observatoire, a été employé par M. Buckingham à des mesures de Jupiter, de Saturne et d'un certain nombre d'étoiles; à l'examen attentif des particularités que présentent la surface de Vénus, Mars et Jupiter; et à l'étude suivie du trapèze de la nébuleuse d'Orion, trapèze dans lequel il n'a pu, malgré la puissance optique de l'instrument, reconnaître trace d'étoile.

Observatoire de M. Knott.

Des observations d'étoiles variables et quelques mesures d'étoiles doubles, tel est le bilan des travaux de Woodcroft, travaux que le mauvais état du ciel a considérablement entravés.

Observatoire Royal du Cap de Bonne-Espérance.

L'attention du personnel de l'Observatoire a été surtout portée vers la réduction et la publication des observations faites au cercle méridien de 1856 à 1861 : on a formé ainsi un catalogue de 1159 étoiles.

Le *time-ball* du port Élizabeth a été relié à l'Observatoire par un second fil, fil de retour, qui indique à l'Observatoire le moment de la chute de la boule du *time-ball*. Ce signal de retour revient à l'Observatoire environ 0^s,5 après que le premier courant en est parti.

Le service des observations à l'Observatoire du Cap est d'ailleurs un peu entravé depuis quelques années, par suite de la vacance de la troisième place d'assistant, vacance qu'on ne peut remplir depuis plus de deux ans.

Observatoire de Melbourne.

A Melbourne, comme au Cap, les observations méridiennes ont été interrompues pendant l'année 1872, et l'on a préféré s'occuper de la réduction et de la publication de toutes les observations faites jusque-là. Ces observations, faites en vue d'un examen général du ciel austral (*Melbourne zones of the southern Survey*), sont, en effet, fort nombreuses et comprennent actuellement plus de 48 000 étoiles ; il y a là de riches matériaux qu'il importe avant tout de faire connaître.

Quant au grand télescope de Melbourne, il n'est pas pour cela resté inoccupé. M. Ellery, qui vient de remplacer M. Le Sueur, l'a employé à des mesures et dessins de la nébuleuse et des étoiles voisines de η d'Argus, à des observations de Sirius et de son compagnon, de Vénus, Jupiter et Saturne, à la révision de la carte lunaire du Comité de l'Association Britannique, à des photographies de la Lune et de la nébuleuse voisine de η d'Argus, etc.

Ajoutons que les observations météorologiques et magnétiques ont été continuées sans aucune modification au plan tracé par M. Le Sueur.

Observatoire de Sydney.

L'Observatoire de Sydney a à remplir, dans la Nouvelle-Galles du Sud, un rôle excessivement important; outre les observations astronomiques proprement dites, il doit présider à l'installation des stations météorologiques et magnétiques de cette vaste contrée. M. Russell, astronome actuel du gouvernement de la Nouvelle-Galles du Sud, n'a perdu de vue aucun de ces objets.

Le nombre des stations météorologiques de la Nouvelle-Galles s'est considérablement accru; il en existe maintenant quarante-deux, et leurs observations sont publiées mensuellement.

Elles se font, en général, comme dans toute l'Angleterre, au moyen d'appareils enregistreurs; mais les stations établies dans les ports de mer ont en outre ce que les Anglais appellent un *tide-gauge register*, c'est-à-dire un mesureur de marées, qui en enregistre la hauteur et l'époque.

Quant aux observations astronomiques, M. Russell les a continuées d'après le plan qu'il s'était imposé l'an dernier. Toutefois l'équatorial a été plus et mieux employé: on a fait avec cet instrument un grand nombre de mesures d'étoiles doubles et une carte complète de la nébuleuse et des étoiles voisines de η d'Argus.

A ces travaux réguliers sont venus d'ailleurs s'en ajouter d'autres. Ainsi l'Observatoire a déterminé la latitude de la ville d'Orange, et sa différence de longitude avec Sydney; et c'est lui encore qui procède aux préparatifs commandés par le gouvernement de la Nouvelle-Galles du Sud pour l'observation du prochain passage de Vénus. On construit à cet effet deux observatoires temporaires, l'un près de la pointe méridionale de la colonie, l'autre sur les montagnes qui sont à l'est de Sydney.

(A suivre.)

C. A.

PROCEEDINGS OF THE LONDON MATHEMATICAL SOCIETY. — In-8° (1).

T. IV; 1871-1873.

SYLVESTER. — *De la décomposition d'un nombre en une somme de deux nombres premiers.* (2 p.)

L'illustre auteur annonce la solution complète de ce problème.

SYLVESTER. — *Sur ce théorème, que toute progression arithmétique qui contient un nombre premier en contient une infinité.* (1 p.)

CAYLEY (A.). — *Sur les surfaces divisibles en carités infiniment petits par leurs lignes de courbure.* (2 art.; 2 p.)

CAYLEY (A.). — *Sur les surfaces lieux du sommet d'un cône qui passe par m points fixes et touche 6 — m lignes fixes.* (37 p.)

Si l'on désigne par a, b, \dots la condition de passer par un point, par α, β, \dots celle de toucher une droite, les ordres de ces surfaces sont donnés par le tableau suivant :

$a b c d e f$	4	$a b \alpha \beta \gamma \delta$	24
$a b c d e \alpha$	8	$a \alpha \beta \gamma \delta \varepsilon$	14
$a b c d \alpha \beta$	16	$\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \zeta$	8
$a b c \alpha \beta \gamma$	24		

Après avoir remarqué que cette détermination de l'ordre résulte des principes de M. Chasles sur les coniques satisfaisant à six conditions, l'auteur étudie d'une manière très-détaillée et très-complète les singularités et les équations de ces différentes surfaces.

GLAISHER (J.-W.-L.). — *Sur les constantes qui se présentent dans certaines sommations par la série de Bernoulli.* (9 p.)

ROBERTS (S.). — *Sur les surfaces parallèles aux conicoïdes et aux coniques.* (34 p.)

L'auteur examine d'abord les surfaces à centre et leurs surfaces parallèles, dont il étudie les variétés et les singularités. Il considère ensuite le paraboloïde, la parabole, le cône. La seconde Partie

(1) Voir *Bulletin*, t. IV, p. 45.

du Mémoire est consacrée aux surfaces réciproques des précédentes et à quelques surfaces associées, au sujet desquelles il donne un grand nombre de résultats.

STRUTT (J.-W.). — *Sur les vibrations d'un gaz contenu dans une enveloppe rigide sphérique.* (11 p.)

L'auteur intègre par le moyen des fonctions de Laplace l'équation différentielle du problème, et il applique la solution à divers cas spéciaux.

CAYLEY (A.). — *Sur la description mécanique de certaines courbes du sixième ordre.* (6 p.)

Ce sont des courbes ayant neuf points doubles.

GLAISHER (J.-W.-L.). — *Sur les fonctions dont les dérivées forment une suite récurrente.* (4 p.)

Il s'agit des fonctions définies par l'équation

$$\frac{d^n u}{dx^n} = u.$$

Ces fonctions, considérées déjà par M. Olivier, donnent lieu à des relations remarquables, analogues à celles qui lient les sinus et les cosinus.

MAXWELL (J.-Cl.). — *Des transformations de figures dans l'espace, qui jouissent de la propriété de conserver les angles.* (3 p.)

ROBERTS (S.). — *Des transformations de M. Cremona entre deux figures planes, et des Tables qui s'y rapportent.* (18 p.)

Étude nouvelle d'une importante question, se terminant par un grand nombre de tableaux de ces transformations.

COTTERILL (T.). — *Sur une forme algébrique et sur la géométrie de sa connexion dualistique avec un polygone plan ou sphérique.* (3 p.)

SPOTTISWOODE (W.). — *Remarque sur plusieurs récentes généralisations de l'Algèbre.* (17 p.)

Étude détaillée des questions relatives aux nombres complexes. Examen particulier des nombres alternés de Grassmann et de Hankel, et application de ces nombres à la théorie des équations différentielles.

HERMITE (Ch.). — *Sur l'intégration des fonctions circulaires.* (10 p.; fr.)

CAYLEY (A.). — *Sur la description mécanique d'une courbe cubique.* (3 p.)

CLIFFORD. — *Sur un théorème relatif aux polyèdres, analogue à celui de M. Cotterill sur les polygones plans.* (7 p.)

Pour tout polyèdre de n sommets n'ayant que des faces triangulaires, il y a une surface de classe $n - 4$ touchant tous les plans diagonaux. Elle contient toutes les lignes diagonales, et ces propriétés suffisent à la déterminer. Si la surface touche le plan de l'infini, le volume du solide est zéro.

CAYLEY (A.). — *Sur la description mécanique de certaines courbes quartiques par un mandrin à ovale modifié.* (4 p.)

CAYLEY (A.). — *Sur les lignes géodésiques dans le cas particulier d'une surface quadrique.* (21 p.)

Ce Mémoire contient une étude de l'équation différentielle des lignes géodésiques. Les coordonnées des points de la surface sont considérées comme des fonctions de deux paramètres p, q . L'auteur donne les différentes formules, et discute la forme des lignes géodésiques dans le cas d'un ellipsoïde et d'un hyperboloïde réglé.

GLAISHER (J.-W.-L.). — *Sur une déduction de la propriété des nombres de Bernoulli découverte par von Staudt.* (3 p.)

CLIFFORD. — *Géométrie de l'ellipsoïde.* (2 p.)

Examen de la représentation d'un ellipsoïde sur un plan; étude des transformées des lignes de courbure.

ROBERTS (S.). — *Sur les surfaces parallèles.* (18 p.)

Ordre $2(m^3 - m^2 + m)$, classe $2m(m - 1)^2$, ordre du cône tangent $2m^2(m - 1)$, nombre de ses arêtes doubles

$$2m(m - 1)(m^4 - m^3 - 7m + 8), \text{ etc.}$$

L'auteur détermine un grand nombre de singularités.

SMITH (H.-J.-S.). — *Notes arithmétiques : 1° sur les invariants arithmétiques d'une matrice rectangulaire, dont les constituants sont des nombres entiers; 2° sur les systèmes de congruences linéaires; 3° sur une démonstration arithmétique d'un théorème de Calcul intégral.* (17 p.)

Étant donnée une matrice $\| a_{ij} \|$ du type $n \times (n + m)$, si l'on désigne par ∇ , le plus grand commun diviseur des déterminants mineurs d'ordre s , les nombres $\nabla_1, \dots, \nabla_n$ sont appelés par l'auteur les *invariants arithmétiques*. L'auteur indique sur ces invariants des propositions essentielles.

Il examine ensuite les congruences linéaires, et termine par la démonstration arithmétique d'un théorème de Calcul intégral.

STRUTT (J.-W.). — *Étude de la perturbation produite par un obstacle sphérique sur les ondes sonores*. (30 p.)

Développement complet de la solution de ce problème; examen détaillé des cas particuliers et des différentes hypothèses des ondes sonores.

WOLSTENHOLME. — *Sur la sommation de certaines séries*. (5 p.)

HAYWARD (R.-B.). — *Sur l'extension du terme AIRE à un circuit fermé dans l'espace*. (2 p.)

GLAISHER (J.-W.-L.). — *Sur l'évaluation d'une classe d'intégrales définies renfermant des fonctions circulaires en numérateur et des puissances de la variable seulement en dénominateur*. (11 p.)

ROBERTS (S.). — *Note sur les normales et la surface des centres d'une surface algébrique*. (5 p.)

L'auteur recherche d'abord, dans divers cas particuliers, le nombre des normales qu'on peut mener d'un point à une surface; puis il examine la surface des centres de courbure, dans le cas où la surface proposée offre des singularités, ou est dans une situation particulière par rapport au plan ou au cercle de l'infini. L'article sera continué.

GLAISHER (J.-W.-L.). — *Sur le calcul de la valeur de l'unité angulaire théorique avec un grand nombre de décimales*. (4 p.)

WOLSTENHOLME. — *Sur les systèmes d'équations porismatiques, tant algébriques que trigonométriques*. (9 p.)

WOLSTENHOLME. — *Sur les épicycloïdes et les hypocycloïdes*. (7 p.)

Discussion des plus importantes propriétés de ces courbes au moyen de leur double mode de génération, et examen particulier des plus remarquables.

WOLSTENHOLME. — *Sur le lieu du point de concours de deux tangentes rectangulaires à la cardioïde.* (3 p.)

WOLSTENHOLME. — *Du mouvement elliptique, l'accélération ayant une direction constante.* (3 p.)

MAXWELL (J.-Cl.). — *Sur la théorie d'un système de conducteurs électrisés, et sur d'autres théories physiques renfermant des fonctions quadratiques homogènes.* (3 p.)

MAXWELL (J.-Cl.). — *Sur les lignes focales d'un faisceau réfracté.* (5 p.)

HERMITE (Ch.). — *Sur une application de la théorie des courbes unicursales.* (2 p.)

M. Hermite indique, dans une Lettre à M. Cayley, comment on peut employer les courbes unicursales pour résoudre diverses questions, en particulier pour intégrer l'équation $F\left(u, \frac{du}{dx}\right) = 0$, déjà traitée par MM. Briot et Bouquet. M. Hermite développera sans doute ce travail, et nous aurons à revenir sur les importants points de vue qu'il signale ici.

CAYLEY (A.). — *Plan d'un appareil pour tracer les courbes.* (2 p.)

CAYLEY (A.). — *Sur les courbes bicursales.* (6 p.)

ROBERTS (S.). — *Sur les caractéristiques plückériennes des épitrochoïdes et hypotrochoïdes, et des courbes qui s'y rattachent.* (3 p.)

STRUTT (J.-W.) (lord RAYLEIGH). — *Théorèmes généraux relatifs aux vibrations.* (11 p.)

TIDSSKRIFT FOR MATHEMATIK, udgivet af H.-G. Zeuthen. Tredie Række (¹).

T. I et II; 1871-1872.

ZEUTHEN (H.-G.). — *Sur le principe de dualité.* (2 art.)

Dans le premier de ces deux articles, qui font suite à un article

(¹) Voir *Bulletin*, t. V, p. 277. Nous ajoutons ici quelques nouveaux développements sur plusieurs articles déjà signalés.

sur la dualité dans la Géométrie de *situation*, l'auteur expose la dualité au moyen des coordonnées cartésiennes; dans le second, il l'expose au moyen des coordonnées projectives, et en prouve la généralité.

LORENZ (L.) et ZACHARIE (G.). — *Compensation des erreurs d'observation*. — Polémique à l'occasion de ce Mémoire.

M. Lorenz, dans son article, traite la question du nombre des constantes (éléments) dont il faut se servir pour compenser les erreurs d'une série donnée d'observations. Il faut, d'après lui, choisir le nombre (e) de manière que $[p\nu^2] + 2em^2$ soit un minimum, $[p\nu^2]$ étant la somme des carrés des corrections multipliés respectivement par les poids des observations, et m étant l'erreur moyenne correspondante à l'unité de poids. M. Zachariæ conteste ce principe, et M. Lorenz le défend, en même temps qu'il cherche à montrer l'insuffisance de la méthode ordinaire.

ZEUTHEN (H.-G.). — *Démonstration élémentaire d'un théorème d'Algèbre supérieure*.

Il s'agit de ce théorème de Clebsch, que tout covariant de formes algébriques linéaires, à n variables, est une fonction entière et rationnelle des formes données et de leurs déterminants (ou de covariants identiques). L'auteur prouve, par une substitution particulière, qu'il en est une fonction rationnelle. L'expression trouvée conduit à des équations identiques, qui servent à la rendre entière.

T. III; 1873.

GRAM (J.-P.). — *Essai d'un développement élémentaire des principes fondamentaux de la théorie des invariants*. (21 p.)

1. Formes algébriques. Transformations linéaires. — 2. Forme des relations de transformation. — 3. Invariants simultanés absolus. — 4. Invariants. — 5. Formules symboliques. — 6. Fonctions qui se rattachent aux invariants.

THIELE (T.-N.). — *Sur une formule d'approximation*. (11 p.)

Si $\varphi(x)$ désigne une fonction qui, comme la fonction e^{-x^2} , par exemple, s'annule, ainsi que toutes ses dérivées, pour $x = \pm \infty$, et que l'on applique à cette fonction la formule connue pour le passage

des intégrales aux sommes,

$$(1) \left\{ \begin{aligned} \sum_{r=r_1}^{r=r_2} \varphi(c+ar) &= \frac{1}{a} [\varphi(c+ar_1) + \varphi(c+ar_2)] \\ &= \frac{1}{a} \int_{c+ar_1}^{c+ar_2} \varphi(x) dx + \frac{B_1 a}{1.2} [\varphi'(c+ar_2) - \varphi'(c+ar_1)] + \dots, \end{aligned} \right.$$

cette formule se réduit, pour $r_1 = -\infty$, $r_2 = +\infty$, à la simple équation

$$(2) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx = a \cdot \sum_{r=-\infty}^{r=+\infty} \varphi'(c+ar),$$

c'est-à-dire que *l'intégrale est égale à l'intervalle multiplié par la somme*. Le raisonnement qui se fonderait, pour établir la formule (2), simplement sur ce que, pour $r = \pm \infty$, chaque terme de la série du second membre de (1) s'annule, ne serait nullement rigoureux, à cause de la présence de nombres de Bernoulli dans les coefficients de la série. M. Thiele, après avoir reconnu par expérience que la formule (2) fournit toujours une grande approximation, a voulu l'établir directement, et il y est parvenu par la considération des fonctions Θ de Jacobi.

LORENZ (L.). — Réponse à M. Zachariæ.

PETERSEN (J.). — Sur la convergence des séries. (6 p.)

L'auteur expose, d'une manière qu'il considère comme plus propre à en faire comprendre l'esprit, la démonstration des caractères de convergence établis par Cauchy, Duhamel et Bertrand (ou de Morgan), pour les cas douteux successifs.

THIELE (T.-N.). — Exposition intuitive (orienterende) de la théorie des fonctions elliptiques, et essai pour en faciliter l'étude. (20 p.)

L'auteur, ayant eu l'occasion, dans ses recherches sur une formule d'approximation mentionnées plus haut, d'étudier de nouveau la théorie des fonctions elliptiques, présente ici les principes de cette théorie d'une manière qui lui a paru la plus simple et la plus lumineuse, en s'appuyant sur les propriétés des fonctions Θ de Jacobi, qu'il désigne dans son Mémoire par la lettre Φ .

STEEN (A.). — *Une proposition générale.* (2 p.)

Étant donnée l'équation différentielle

$$\frac{dx}{Ax + By + C} = \frac{dy}{A'x + B'y + C'}$$

$$= \frac{\lambda dx + \mu dy}{(A\lambda + A'\mu)x + (B\lambda + B'\mu)y + C\lambda + C'\mu},$$

où λ et μ sont deux facteurs indéterminés, on rend la dernière fraction intégrable en assujettissant λ et μ à la condition

$$\frac{A\lambda + A'\mu}{\lambda} = \frac{B\lambda + B'\mu}{\mu}.$$

On en tire alors la valeur commune des intégrales

$$\int \frac{dx}{Ax + B\mu + C}, \quad \int \frac{dy}{A'x + B'y + C'},$$

où l'une des variables doit être remplacée par sa valeur en fonction de l'autre tirée de l'intégrale de l'équation.

ZEUTHEN (H.-G.). — *Sur la forme des courbes du troisième et du quatrième ordre.* (21 p., 1 pl.)

Les résultats que l'auteur expose relativement à la forme des courbes du *troisième* ordre sont connus; pour les établir ici, il s'est servi en partie de moyens analogues à ceux qu'il emploie ensuite pour l'étude de la forme des courbes du *quatrième* ordre. Ces résultats ont été exposés devant le Congrès des Naturalistes scandinaves, et plus tard dans un article des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (1).

OPPERMANN (L.). — *Quelques propositions élémentaires sur la convergence des séries.* (3 p.)

CHRISTIANSEN (C.). — *Sur l'addition des rectangles.* (3 p.)

STEEN (A.). — *Deux fractions continues, relatives aux intégrales elliptiques.* (5 p.)

L'auteur développe en fraction continue des intégrales particulières des deux équations différentielles du second ordre auxquelles

(1) Séance du 28 juillet 1873. Voir *Bulletin*, t. VI, p. 78.

satisfont les intégrales elliptiques complètes, considérées comme fonctions du carré du module.

STEEN (A.). — *Récréation mathématique.*

Question de probabilité.

STEEN (A.). — *Les progrès des études mathématiques en Danemark dans ce siècle.* (13 p.)

LORENZ (L.). — *Sur le facteur d'Euler.* (3 p.)

Démonstration de deux théorèmes de M. P.-C.-V. Hansen :

1° Si l'équation différentielle

$$M dx + N dy = 0,$$

où M, N sont des fonctions rationnelles de x, y , a des facteurs d'intégration exprimables au moyen des fonctions élémentaires (algébriques, logarithmiques ou exponentielles) de x, y , l'un d'eux au moins doit être de la forme

$$\varphi = e^{C_1 \log U_1 + \dots + C_m \log U_m + V},$$

U_1, \dots, U_m, V étant des fonctions rationnelles de x, y , et C_1, C_2, \dots, C_m des constantes.

2° Si l'équation différentielle

$$dy = P dx,$$

où P est une fonction algébrique de x, y , a des facteurs d'intégration exprimables au moyen des fonctions élémentaires de x, y , l'un d'eux au moins doit être de la forme

$$\varphi = e^{C_1 \log U_1 + \dots + C_m \log U_m + V}$$

U_1, \dots, U_m, V étant des fonctions rationnelles de x, y, P , et C_1, \dots, C_m des constantes.

JUEL (C.). — *Sur les courbes podaires.* (12 p.)

VIERTELJAHRSSCHRIFT DER NATURFORSCHENDEN GESELLSCHAFT IN ZÜRICH (1).

XVII^e année; 1872.

WOLF (R.). — *Communications astronomiques*. Nos XXX, XXXI, XXXII. (3 art., 34-44-32 p.)

Observations des taches solaires en 1871, calcul des nombres relatifs et des variations pour cette année, et nouveau calcul des mêmes quantités pour l'année précédente. Sur une périodicité des cirrus, parallèle à celle des taches solaires. Études sur un pendule à seconde électrique construit par Hipp. Suite de la bibliographie des taches solaires.

Sur une dépendance présumée entre la fréquence des cyclones et des taches solaires; sur les déterminations de la variation magnétique à Pékin. — Sur l'Arithmétique de Jost Bürgi, et sur ses méthodes pour le calcul d'une grande Table de sinus. Bürgi (2), déjà connu comme ayant inventé les logarithmes en même temps que Neper, est aussi l'auteur d'une Table trigonométrique, la plus étendue qui eût été construite à son époque. Cette Table, qui n'a pas été imprimée, contenait, avec huit décimales, les sinus des angles, de 2 en 2 secondes. Bürgi avait composé une Introduction, que M. Frisch, dans son édition des œuvres de Kepler, désigne sous le nom de « *Byrgii Arithmetica* », et dont une copie, malheureusement inachevée, se trouve parmi les manuscrits de Kepler, à la Bibliothèque de l'Observatoire de Poulkova. Dans ce travail, dont M. Wolf cite des extraits intéressants, Bürgi expose les procédés qu'il a suivis pour porter à un plus haut degré que ses prédécesseurs l'exactitude et l'étendue des Tables de sinus. Il a calculé directement, à l'aide de bissections, de trisections et de quintisections, la corde de 4 secondes ou de la 324000^{ième} partie de la demi-circonférence, en résolvant, par des approximations successives, des équations du troisième et du quatrième degré. De là il a déduit, par des procédés semblables à ceux que l'on emploierait aujourd'hui, les sinus des multiples de 2 secondes. Bürgi paraît avoir inventé, en même temps que Simon

(1) Voir *Bulletin*, t. IV, p. 50.

(2) Telle est la véritable orthographe de ce nom, que l'on a écrit à tort de diverses manières : Byrg, Byrgi, Burgi, etc.

Stevin, la notation et l'usage des fractions décimales ; il pratiquait aussi, comme on le fait de nos jours, la multiplication abrégée.

Suite du Catalogue des instruments, appareils et autres collections de l'Observatoire de Zurich.

Sur le Calendrier perpétuel allemand de Regiomontanus. Histoire de la prostaphérèse, inventée par Tycho, Wittich et Bürgi, pour l'usage auquel ont servi plus tard les logarithmes. La prostaphérèse (de deux mots grecs signifiant *addition* et *soustraction*) était une méthode consistant à remplacer, dans les formules de Trigonométrie sphérique, tous les produits de sinus par des sommes ou des différences, de sorte qu'il ne restât plus finalement qu'une division à effectuer. Ainsi la formule fondamentale

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}$$

s'employait sous la forme

$$\cos A = \frac{\cos a - \frac{1}{2} [\cos (b - c) + \cos (b + c)]}{\frac{1}{2} [\cos (b - c) - \cos (b + c)]}.$$

Cet ingénieux artifice, inventé probablement par Tycho et par Paul Wittich, et dont on ne trouve aucune trace chez les Arabes, ni chez Regiomontanus, a été employé à l'Observatoire de l'île de Hveen, à partir de 1582. C'est là sans doute ce qui a fait dire faussement que l'invention des logarithmes avait été rapportée de Danemark en Écosse, par un compatriote de Neper, nommé Craig.

SCHNEEBELI (H.). — *Les figures de poussière sur les conducteurs électriques de Kundt.* (6 p.)

WOLF (R.). — *Notice sur l'histoire des Sciences en Suisse* (suite). (4 art., 7-12-10-14 p.)

Suite des extraits de la correspondance de Zach avec Schiferli et Horner.

MOUSSON, WETTSTEIN, WOLF, WEILENMANN, etc. — *Sur l'aurore boréale du 4 février 1872.* (16 p.)

MOUSSON (A.). — *Remarques sur la construction d'un dispersiomètre.* (13 p.)

DENZLER (W.). — *Sur la décomposition des fonctions fractionnaires pures.* (12 p.)

L'auteur remarque que, si l'on décompose, par exemple, la fraction ⁽¹⁾

$$\frac{-x^2 - 5x + 23}{(x^2 + 4x + 13)^2}$$

sous la forme

$$\frac{A}{(x - 2 - 3i)^2} + \frac{B}{x - 2 - 3i} + \frac{C}{(x - 2 + 3i)^2} + \frac{D}{x - 2 + 3i},$$

et que l'on fasse disparaître les imaginaires, on retombe précisément sur la fraction proposée. Il expose un procédé général et expéditif pour obtenir directement la décomposition en fractions de la forme

$$\frac{\alpha}{\beta(x - b)^m} \quad \text{ou} \quad \frac{Ax + B}{C[(x - p)^2 + q^2]^m},$$

α, β, A, \dots étant des nombres réels.

WOLF (R.). — *Observations de la pluie d'étoiles du 27 novembre 1872.* (4 p.)

BECK (A.). — *Les propriétés fondamentales des systèmes de lentilles, exposées géométriquement.* (21 p.)

On suppose les rayons lumineux faisant de très-petits angles avec l'axe, et les surfaces sphériques, qui terminent les lentilles, correspondant à de très-petits angles au centre. La question a été traitée analytiquement par Gauss ⁽²⁾, Helmholtz ⁽³⁾, Maxwell ⁽⁴⁾, Hansen ⁽⁵⁾ et d'autres. Elle a été reprise avec succès, à l'aide de considérations géométriques, par C. Neumann ⁽⁶⁾, Martin, Reusch, Topler, etc. Möbius ⁽⁷⁾ avait déjà fait remarquer qu'il existait entre l'objet et l'image des relations de collinéation (homographie). Ainsi les procédés de la nouvelle Géométrie sont ceux qui conviennent le mieux pour une exposition claire de cette théorie. C'est dans ce sens qu'a été établie la théorie donnée par Lippich ⁽⁸⁾. Dans le

⁽¹⁾ Voir SCHLÖMILCH, *Comp. d. höh. Anal.*, t. I, p. 295.

⁽²⁾ *OEuvres*, t. V.

⁽³⁾ *Physiologische Optik*, 1856.

⁽⁴⁾ *Quarterly Journal of Mathematics*, t. II, 1858.

⁽⁵⁾ *Abhandl. d. Königl. sächs. Gesellschaft d. Wiss.*, t. X, 1872.

⁽⁶⁾ *Haupt-und Brennpunkte eines Linensystems*; Leipzig, 1866.

⁽⁷⁾ *Bericht d. Gesellschaft d. Wiss. in Leipzig*, t. VII, 1855.

⁽⁸⁾ *Fundamentalpunkte eines Systems centrirter brennender Kugelflächen.* Graz, 1871.

Mémoire de Casorati (¹), l'exposition analytique a été grandement simplifiée par l'emploi des déterminants, et il est prouvé que les propriétés fondamentales subsistent encore, lors même que le système n'est pas exactement centré. M. Beck établit par la Géométrie pure la théorie des systèmes de lentilles, avec la généralisation de Casorati.

WOLF (R.). — *Quelques remarques de Horner, sur les poids et mesures chinois.*

CULMANN. — *Étude graphique générale d'une poutre élastique de section variable et chargée d'une manière quelconque.*