BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 7 (1874), p. 153-191

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1874__7__153_1>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES (1).

T. LXXVIII, 1er semestre 1874 (suite et fin).

N° 14. Séance du 6 avril 1874.

CHASLES. — *Sur les polygones inscrits ou circonscrits à des courbes.*

Après avoir donné un résumé historique très-intéressant de cette théorie des polygones, qui a occupé les géomètres depuis fort longtemps, M. Chasles montre que le principe de correspondance s'applique avec une grande facilité à ce genre de questions, qu'il permet de généraliser, et qui le conduit en outre à traiter diverses autres questions qui se rapportent à la figure que l'on a sous les yeux. Parmi les nombreux théorèmes démontrés par M. Chasles, nous citerons les suivants :

1° *Lorsque tous les côtés d'un polygone abcd...* ω *doivent être tangents à des courbes respectives de classes* n', n'', n''', ..., *et que tous ses sommets* $a_1, b_1, \ldots$, *moins le dernier, doivent glisser sur des courbes d'ordre* m_1, m_2, m_3, ..., *le sommet libre* ω *décrit une courbe de l'ordre* $2m_1m_2 \ldots n'n''n''' \ldots$.

2° *Lorsque tous les sommets consécutifs d'un polygone abc... a' glissent sur des courbes d'ordre* m_1, m_2, m_3, ..., *et que les côtés consécutifs, moins le dernier, sont tangents à des courbes de*

(1) Voir *Bulletin*, t. VI, p. 285.

classes n', n'',..., le dernier côté enveloppe une courbe de la classe $2n'n''\ldots m_1 m_2 m_3\ldots$.

Faye. — *Cyclones solaires; fin de la Réponse au* Dr Reye, *et observations au sujet d'un article de la* Bibliothèque universelle de Genève *et d'une réclamation de* M. Lockyer.

Tisserand (F.). — *Observations faites à l'Observatoire de Toulouse dans les mois de février et mars 1874.*

Ces observations concernent les éclipses des satellites de Jupiter et les taches du Soleil.

Mannheim (A.). — *Construction directe du centre de courbure en un point de la section faite dans une surface par un plan quelconque.*

N° 15. Séance du 13 avril 1874.

Stephan. — *Sur l'extrême petitesse du diamètre apparent des étoiles fixes.*

Des expériences qu'il a faites, l'auteur conclut que le diamètre apparent des étoiles examinées est une très-faible fraction du nombre 0'',158.

Vicaire (E.). — *Sur la température de la surface solaire.*

Durrande (H.). — *Déplacement d'un système de points. Propriétés géométriques dépendant des paramètres différentiels du second ordre.*

M. Durrande part de l'hypothèse que les composantes de la vitesse d'un point quelconque du système en mouvement sont des fonctions linéaires des coordonnées de ce point; dans une première Note, présentée à l'Académie le 6 mai 1872, il avait indiqué plusieurs propriétés relatives aux vitesses du système; dans la Note actuelle il s'occupe des accélérations et énonce plusieurs propositions.

Catalan (E.). — *Sur la projection stéréographique.*

N° 16. Séance du 20 avril 1874.

Faye. — *Lettre relative à un calcul de Pouillet sur le refroidissement de la masse solaire.*

Pistoye (de). — *Sur les équations aux différentielles partielles qui peuvent être intégrées sans fonctions arbitraires engagées sous le signe somme.*

Halphen. — *Sur les points singuliers des courbes algébriques planes.*

Voici quelques-uns des principaux résultats énoncés par M. Halphen :

« L'abaissement de la classe d'une courbe, dû à un point singulier quelconque, est égal au double de la somme des ordres des segments infiniment petits et infiniment voisins de ce point, interceptés par la courbe sur une sécante dont la distance au point singulier est infiniment petite du premier ordre, et qui fait des angles finis avec les tangentes de la courbe en ce point. »

L'auteur remarque que ce théorème est implicitement contenu dans un Mémoire de M. Cayley. (*Quarterly Journal,* t. VII.)

« Le nombre des points d'inflexion absorbés par un point singulier est égal au triple de l'abaissement que ce point produit dans la classe, diminué de sa multiplicité, et augmenté de la somme des multiplicités des points qui lui correspondent dans la courbe corrélative. »

M. Halphen s'occupe ensuite des développées et signale plusieurs lois générales auxquelles sont soumises les développées successives d'une courbe algébrique donnée.

N° 17. Séance du 27 avril 1874.

Kronecker (L.). — *Sur les faisceaux de formes quadratiques et bilinéaires.*

Ledieu (A.). — *Note sur la décomposition du travail des forces.*

Painvin (L.). — *Sur les courbes unicursales.*

L'auteur donne les équations explicites des polaires de divers ordres d'une courbe unicursale quelconque, lorsqu'on connaît les expressions de ses coordonnées en fonction d'un paramètre arbitraire.

Flammarion (C.). — *Orbite de l'étoile double γ de la Vierge.*

COMBESCURE (É.). — *Théorème concernant les équations aux différences partielles simultanées.*

Étant données deux équations aux dérivées partielles des ordres r et s respectivement, M. Combescure en déduit une nouvelle équation de l'ordre $(r+s-1)$, et il indique diverses applications de la formule qu'il obtient.

MANNHEIM (A.). — *Construction directe du rayon de courbure de la courbe de contour apparent d'une surface qu'on projette orthogonalement sur un plan.*

JORDAN (C.). — *Sur la limite du degré des groupes primitifs qui contiennent une substitution donnée.*

M. Jordan, qui s'était déjà occupé de cette question dans le *Journal de Liouville*, en 1871, puis dans le *Bulletin de la Société Mathématique de France*, tome I, y revient pour donner une démonstration beaucoup plus simple du théorème fondamental, et présente une limite qui embrasse tous les cas.

RENAN (H.). — *Éléments et éphémérides de la planète* (127).

N° 18. Séance du 4 mai 1874.

LEDIEU (A.). — *Observations à propos d'une récente Communication de M. Faye, relative à un calcul de Pouillet, sur le refroidissement de la masse solaire.*

AOUST. — *Sur les intégrales des équations différentielles des courbes qui ont même polaire.*

Le but de cette Note est de montrer comment on obtient les intégrales générales des équations différentielles des courbes de la question posée au moyen des équations données (*Comptes rendus*, 1870), du problème généralisé des *roulettes*, consistant à trouver, sous forme finie, les équations de la courbe décrite par un point lié avec une courbe non plane dans le cas où cette courbe, entraînant le point décrivant, roule sur une courbe également non plane, sous cette condition que les plans osculateurs des deux courbes coïncident à chaque instant.

FLAMMARION (C.). — *Phénomènes observés sur les satellites de Jupiter.*

N° 19. Séance du 11 mai 1874.

Serret (J.-A.). — *Remarques sur une Note de M. l'abbé Aoust, insérée dans le Compte rendu de la dernière séance.*

M. Serret fait remarquer qu'il a résolu, il y a déjà longtemps, les diverses questions dont M. Aoust s'occupe dans la Note mentionnée.

Ledieu (A.). — *Idées générales sur l'interprétation mécanique des propriétés physiques et chimiques des corps.*

N° 20. Séance du 18 mai 1874.

Chasles. — *Questions relatives à des séries de triangles semblables assujettis à trois conditions communes.*

M. Chasles énonce d'abord les théorèmes généraux dans lesquels les trois conditions se rapportent à trois courbes différentes; en voici quelques-uns :

1. Lorsque des triangles semblables $aa'a''$ ont leur sommet a sur une courbe d'ordre m, et leurs côtés aa', $a'a''$ tangents respectivement à deux courbes de classes n', n'', leur côté aa'' enveloppe une courbe de la classe $2mn'$; leur sommet a' décrit une courbe d'ordre $2n'n''$; leur sommet a'' décrit une courbe de l'ordre $3mn'n''$.

2. Lorsque des triangles semblables $aa'a''$ ont leurs sommets a, a' sur deux courbes d'ordre m, m_1, et leur côté aa' tangent à une courbe de classe n', leur côté aa'' enveloppe une courbe de la classe $2mn'$, et leur côté $a'a''$ une courbe de la classe $2m_1n'$; leur sommet a'' décrit une courbe de l'ordre $2mm_1n'$, ...

M. Chasles examine ensuite le cas où deux conditions se rapportent à une même courbe, et la troisième à une autre courbe, puis le cas où les trois conditions se rapportent à une même courbe. Toutes ces propositions sont démontrées à l'aide du principe de correspondance.

Faye. — *Lettre de M. Faye, avec une réplique de M.* Gautier.

Ledieu (A.). — *Idées générales sur l'interprétation mécanique des propriétés physiques et chimiques des corps* (suite).

Darboux (G.). — *Sur le choc des corps.*

Voici en quels termes M. Darboux résume l'objet de sa Note :

« Dans l'ancienne théorie du choc des corps élastiques, on décomposait le phénomène en deux portions, l'une pendant laquelle les corps se compriment, l'autre pendant laquelle il y a décompression, et l'on admettait que les percussions reçues par les deux corps dans les deux portions du choc sont rigoureusement égales. Dans la séance du 19 janvier 1874, M. Resal s'est proposé de donner la solution complète du problème, en admettant seulement que la force vive totale a la même valeur avant ou après le choc, ce qui est de toute évidence si l'on fait abstraction du frottement, des déformations permanentes et des mouvements vibratoires de toute nature qui subsistent après le choc. Les résultats obtenus de cette manière sont d'une telle simplicité, ils offrent par eux-mêmes un tel intérêt, qu'il m'a paru utile de les démontrer, en partant seulement du principe des forces vives étendu avec les modifications convenables au cas où il y a des percussions. »

Violle (J.). — *Sur la température du Soleil.*

N° 21. Séance du 25 mai 1874.

Resal (H.). — *Note sur le mouvement du pendule conique, en ayant égard à la résistance de l'air.*

Dans une expérience sur le pendule conique, M. Resal remarque que la décroissance des arcs d'écart maxima était un peu plus rapide lorsque la masse du pendule recevait à l'origine une vitesse horizontale que lorsqu'on se plaçait dans les conditions de l'expérience de Foucault ; il crut devoir attribuer ce fait à la résistance de l'air, et c'est ce que justifie l'analyse qu'il présente aujourd'hui, dans laquelle il a supposé la résistance de l'air proportionnelle au carré de la vitesse.

Secchi (le P.). — *Observations sur le spectre des comètes.*

Catalan (E.). — *Sur l'addition des fonctions elliptiques.*

Aoust. — *Réponse de M. l'abbé* Aoust *aux observations de M.* Serret.

N° 22. Séance du 1er juin 1874.

Bontemps (Ch.). — *Du mouvement de l'air dans les tuyaux.*

Aoust. — *Sur les intégrales des équations différentielles des courbes dont le lieu des centres des ellipsoïdes osculateurs, semblables et semblablement placés, est une courbe donnée.*

Durrande (H.). — *Sur un problème de Mécanique.*

Dans cette Note, relative aux arcs *synchrones,* l'auteur s'est proposé de rattacher les diverses questions qui se rapportent à ce sujet à une même relation géométrique.

Zeuthen (H.-G.). — *Sur les principes de correspondance du plan et de l'espace.*

Voici les deux théorèmes énoncés et démontrés par M. Zeuthen :

1. Soit donnée dans un plan une correspondance telle : 1° qu'à un point quelconque X correspondent α' points X', et à un point X', α points X ; 2° que le lieu des points X ou X' dont les points homologues se trouvent sur une droite donnée soit une courbe d'ordre β ; alors il existe dans le plan $(\alpha + \alpha' + \beta)$ points où deux homologues X et X' coïncident.

2. Soit donnée dans l'espace une correspondance telle : 1° qu'à un point quelconque X correspondent α' points X', et à un point X', α points X ; 2° que les lieux des points X et X' dont les points homologues se trouvent sur une droite donnée soient des courbes dont les ordres soient respectivement égaux à β et β' ; alors il existe $(\alpha + \alpha' + \beta + \beta')$ points où deux homologues X et X' coïncident.

Amigues. — *Sur l'aplatissement de la planète Mars.*

Darboux (G.). — *Sur le choc des corps.*

Cette Note complète la Communication précédente en déterminant, par une voie purement géométrique, l'expression de la percussion totale.

Perrier (F.). — *Sur la nouvelle triangulation de l'île de Corse.*

N° 23. Séance du 8 juin 1874.

CHASLES. — *Détermination du nombre des triangles semblables qui satisfont à quatre conditions.*

Les considérations préliminaires dont M. Chasles fait précéder l'énumération des nombreuses propositions qu'il énonce sont très-importantes pour l'application du principe de correspondance: nous pensons qu'il est utile de les reproduire intégralement.

« Lorsque l'une des quatre conditions auxquelles doivent satisfaire des triangles semblables à un triangle donné est indépendante des trois autres, le nombre des triangles cherché est une conséquence immédiate des théorèmes compris dans ma Communication précédente. Je n'aurai donc point à parler de ce cas de la question générale; mais, lorsque la quatrième condition se lie à l'une des premières, la question n'est plus une conséquence des théorèmes précédents, et elle présente, en général, plus de difficultés.

» En voici la raison. Dans les premières recherches, on a toujours eu à déterminer un lieu géométrique d'un sommet des triangles, ou une courbe enveloppe d'un côté, et le principe de correspondance s'appliquait immédiatement à ces deux recherches; mais maintenant ce n'est plus un lieu géométrique ou une courbe enveloppe qu'il faut trouver, c'est un nombre déterminé de solutions; et l'on ne peut plus, en général, se servir de deux séries de points qui se correspondent sur une droite, ou, ce qui revient au même, de deux séries de droites qui se correspondent autour d'un même point. Mais s'il arrive que l'une des courbes de la question soit unicursale, comme dans le cas d'une conique, on établira immédiatement sur cette courbe les deux séries de points que nécessite le principe de correspondance, et la solution s'ensuivra. Or, si l'on a reconnu, par les diverses questions relatives au sujet, que la quatrième condition introduite ne donne pas lieu d'avoir égard aux points multiples de la courbe que l'on veut considérer, et qu'ainsi la solution générale pour une courbe quelconque ne serait point modifiée dans le cas où l'on supposerait que cette courbe eût quelque point multiple, on pourra regarder le résultat relatif à une courbe unicursale comme étant celui même qu'on obtiendrait pour une courbe quelconque. Cette considération autorise donc à supposer une des courbes unicursales, et à former sur cette courbe les deux séries de points que demande le principe de correspondance.

» Alors on a, dans chaque question, plusieurs moyens différents de solution ; d'abord, parce qu'il peut se trouver sur une même courbe plusieurs points dont chacun donne lieu à l'application du principe de correspondance ; puis, parce qu'il peut se trouver plusieurs courbes dont chacune offrira ainsi un ou plusieurs moyens de solution. Il y aura donc, dans les questions qui vont se présenter, deux, trois, quatre manières d'appliquer le principe de correspondance. Il est bon de n'en négliger aucune comme vérification, et à raison des solutions étrangères qui peuvent être différentes dans chaque cas, et même ne pas exister. Je donnerai un exemple de cette multiplicité de solutions, mais ensuite une seule solution, pour restreindre l'étendue de cette Communication. »

Tresca. — *Sur la répartition de la chaleur développée par le choc.*

Cayley (A.). — *Note sur une formule d'intégration indéfinie.*

La proposition énoncée par M. Cayley est la suivante :

Si θ désigne un entier positif quelconque, l'intégrale

$$\int \frac{(x+p)^{m+n-\theta}(x+q)^{\theta}\,dx}{x^{m+1}(x+p+q)^{n+1}}$$

a pour valeur algébrique

$$(x+p)^{m+n-\theta+1}(x+p+q)^{-n}x^{-m}(\mathrm{A}+\mathrm{B}x+\mathrm{C}x^2+\ldots+\mathrm{K}x^{\theta-1}),$$

pourvu que les quantités m, n, p, q vérifient la condition unique

$$[m]^{\theta}p^{2\theta}+\frac{\theta}{1}[m]^{\theta-1}[n]^{1}p^{2\theta-2}q^{2}+\ldots+[n]^{\theta}q^{2\theta}=0,$$

où $[m]^{\theta}$ représente $m(m-1)\ldots(m-\theta+1)$.

Lucas (F.). — *Sur les petits mouvements d'un système matériel en équilibre stable.*

Combescure (É.). — *Observations sur une Note de M. Aoust.*

Darboux (G.). — *Sur le frottement dans le choc des corps.*

Weyr (Em.). — *Sur les lignes de courbure des surfaces réglées.*

L'auteur démontre le théorème suivant qu'il croit nouveau :

Les lignes de courbure d'une surface réglée sont touchées par toutes les génératrices de la surface, qui rencontrent le cercle imaginaire à l'infini.

On peut voir à ce sujet une Note de M. Darboux dans son Ouvrage ayant pour titre : *Sur une classe remarquable de courbes, etc.*, 1873 ; p. 23.

BONTEMPS (C.). — *Sur le mouvement de l'air dans les tuyaux.*

N° 24. Séance du 15 juin 1874.

FAYE. — *Théories solaires. Réponse à quelques critiques récentes.*

FOURET. — *Sur quelques propriétés des systèmes de courbes* ($\mu = 1$, $\nu = 1$).

Cette Note, qui fait suite à une Communication précédente, traite des systèmes de courbes représentés par l'équation différentielle

$$L(x\,dy - y\,dx) - M\,dy + N\,dx = 0,$$

où L, M, N désignent des fonctions linéaires de x et de y. L'auteur énonce plusieurs théorèmes intéressants.

DURRANDE (H.). — *Généralisation d'un théorème communiqué dans la séance du 1er juin.*

M. Durrande énonce la proposition suivante : « Avec une loi de force, par laquelle la vitesse du mobile ne dépend que des coordonnées de la position de ce mobile, si une série (f_1) de courbes homothétiques est telle, que tous les arcs de ces courbes compris entre deux courbes d'une série (ψ) soient *synchrones*, il existe une infinité d'autres séries (f_2) de courbes dont les arcs, compris entre deux courbes (ψ), sont également *synchrones*. »

N° 25. Séance du 22 juin 1874.

CLAUSIUS (R.). — *Sur un cas spécial du viriel.*

LEDIEU (A.). — *Théorie du choc des corps, en tenant compte des vibrations atomiques.*

LEDIEU (A.). — *Observations au sujet de la Réponse de M.* FAYE *à la critique concernant son complément au Mémoire de Pouillet sur la radiation solaire.*

JORDAN (C.). — *Sur les systèmes de formes quadratiques.*

Le Mémoire de M. Jordan est consacré à la solution des problèmes suivants :

1° Réduire un système de deux fonctions quadratiques;

2° Trouver les conditions d'équivalence de deux semblables systèmes;

3° Déterminer les substitutions qui transforment l'un dans l'autre deux systèmes équivalents.

DARBOUX (G.). — *Sur le frottement dans le choc des corps; addition à une Note du* 8 *juin* 1874.

M. Darboux fait remarquer que plusieurs des résultats établis dans sa Note du 8 juin se trouvent dans une thèse présentée, en 1849, par M. Phillips à la Faculté des Sciences de Paris. « Il était de mon devoir, dit M. Darboux, de signaler le beau travail dans lequel se trouve complétement résolue une des questions que je m'étais proposées dans mes études sur le choc des corps. » Le Mémoire de M. Phillips a été inséré dans le tome XIV (1re série) du *Journal de M. Liouville.*

N° 26. Séance du 29 juin 1874.

LEDIEU (A.). — *Théorie du choc des corps, en tenant compte des vibrations atomiques* (suite et fin).

DUMAS. — *Rapport sur l'état des préparatifs pour les expéditions chargées par l'Académie d'aller observer le passage de Vénus sur le Soleil, le* 9 *décembre* 1874.

VIOLLE (J.). — *Sur la température du Soleil.*

ROUDAIRE. — *Méridienne de Biskra, en Algérie.*

HALPHEN. — *Sur un point de la théorie des fonctions abéliennes.*

Étant donnée l'équation entière $T(x, y) = 0$ définissant l'irrationnelle y, M. Halphen se propose de déterminer, dans le cas général, les conditions que doit remplir un polynôme $f(x, y)$ pour que les valeurs critiques des variables ne rendent pas infinie l'intégrale $\int \frac{f(x,y)\,dx}{\frac{\partial T}{\partial y}}$.

Fouret. — *Intégration géométrique de l'équation*

$$L(x\,dy - y\,dx) - M\,dy + N\,dx = 0,$$

dans laquelle L, M, N *désignent des fonctions linéaires de* x *et* y.

Chevilliet. — *Sur le degré d'exactitude de la formule de Simpson, relative à l'évaluation approchée des aires.*

BULLETIN de la Société Mathématique de France [1].

T. I; 1873.

Weyr (Émile). — *Quelques théorèmes nouveaux sur la lemniscate.* (1 p.)

Halphen. — *Sur les courbes tracées sur une surface du second ordre.* (2 p.)

L'auteur donne une démonstration géométrique très-simple de la proposition suivante, qu'il avait énoncée dans les *Comptes rendus*, t. LXX, p. 380 :

« Les surfaces de degré minimum, qui passent par une ligne algébrique quelconque, tracée sur une surface du second ordre, coupent cette dernière, en outre, seulement suivant des droites d'un même système. »

Laguerre. — *Sur la représentation sur un plan de la surface du troisième ordre, qui est la réciproque de la surface de Steiner.* (7 p.)

M. Laguerre se propose d'étudier, à l'aide de la représentation sur un plan, une surface qu'il a déjà étudiée analytiquement dans les *Nouvelles Annales*, 2e série, t. XI, 1872; il s'occupe spécialement de la surface du troisième ordre qui contient les six arêtes

---

[1] Publié chaque année en 6 fascicules grand in-8°.

d'un tétraèdre. Après avoir établi quelques propositions relatives à la représentation de cette surface, l'auteur en conclut, d'une manière simple et élégante, les lignes asymptotiques, et en signale un assez grand nombre de propriétés.

KOEHLER. — *Sur la construction des courbes du cinquième et du sixième ordre, à points multiples.* (3 p.)

L'auteur s'occupe particulièrement des courbes du cinquième ordre, ayant cinq points doubles, et des courbes du sixième ordre, possédant sept, huit ou neuf points doubles.

LAGUERRE. — *Sur l'application de la théorie des formes binaires à la Géométrie des courbes tracées sur une surface du second ordre.* (8 p.)

Après avoir établi la forme qu'on peut donner à l'équation d'une courbe tracée sur une surface du second ordre, l'auteur s'occupe des sections planes, puis de la recherche de la forme la plus simple que l'on peut donner à l'équation d'une courbe.

LEMOINE (E.). — *Sur une question de probabilité.* (1 p.)

Une tige se brise en trois morceaux; quelle est la probabilité pour que, avec ces trois morceaux, on puisse former un triangle?

JORDAN (C.). — *Sur la limite de transitivité des groupes non alternés.* (32 p.)

M. Jordan démontre les théorèmes importants dont les énoncés suivent :

Théorème I. — *Soit p un nombre premier impair. Un groupe de degré $p+k$ ne pourra être plus de k fois transitif si $k>2$, à moins de contenir le groupe alterné.*

Théorème II. — *Un groupe de degré $2p+k$ (p étant premier et >3) ne pourra être plus de k fois transitif, à moins de contenir le groupe alterné : 1° si $k>2$, lorsque p est de la forme $3n-1$; 2° si $k>3$, lorsque p est de la forme $3n+1$.*

Théorème III. — *Soient p un nombre premier impair, q un entier premier à p et contenu entre p^m et p^{m+1}. Un groupe de degré $p^n q+k$ ne pourra être plus de k fois transitif, si l'un des trois systèmes de conditions ci-dessous n'est pas satisfait : 1° $k<5$; 2° $k\leqq q$; 3° $m+n\geqq k-\dfrac{\log k}{\log 2}-3$.*

On remarquera que ce système de conditions est entièrement indépendant de p. Les deux premiers théorèmes s'établissent très-facilement en faisant intervenir une remarquable proposition donnée par M. Sylow (*Mathematische Annalen*, t. V); le troisième théorème est beaucoup plus difficile à démontrer.

LAGUERRE. — *Sur les cônes du second degré qui passent par six points donnés de l'espace.* (4 p.)

Par six points donnés dans l'espace on peut mener une infinité de cônes du second ordre; les génératrices de ces cônes forment un *complexe* du sixième ordre; par les six points donnés on peut aussi mener une cubique gauche bien déterminée. Parmi les propriétés énoncées par M. Laguerre, signalons la suivante : « Un plan pris arbitrairement est tangent à quatre cônes du complexe; les génératrices de contact forment un quadrilatère complet; les trois points de rencontre des diagonales de ce quadrilatère sont les points où le plan coupe la cubique gauche K. »

M. Laguerre termine en indiquant le rôle que jouent ces cônes dans la théorie des fonctions ultra-elliptiques du premier ordre.

LAGUERRE. — *Sur quelques théorèmes d'Arithmétique.* (4 p.)

FLYE SAINTE-MARIE. — *Sur quelques propriétés des courbes gauches fermées.* (1 p.)

HUGO (comte L.). — *Sur un dodécaèdre antique, conservé au musée du Louvre.* (1 p.)

ANDRÉ (Désiré). — *Théorème nouveau sur les factorielles.* (3 p.)

Voici le théorème démontré par M. André :

« Si les nombres entiers $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, dont la somme est N, forment un système premier d'ordre k, le quotient

$$\frac{(N-k)!}{\alpha_1!\,\alpha_2!\ldots\alpha_n!}$$

est un nombre entier. »

Suivant l'auteur, l'ensemble des entiers $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ forme un système premier d'ordre k, s'il y a k de ces entiers qui ne soient pas divisibles par l'un des facteurs *les plus communs*.

BOURGET (J.). — *Théorie mathématique des expériences de Pinaud, relatives aux sons rendus par les tubes chauffés.* (14 p.)

En 1835, Pinaud, professeur de Physique à Toulouse, a fait connaître et a étudié un phénomène acoustique remarquable, qui se produit quand on laisse refroidir un tube thermométrique à l'extrémité duquel est soufflée une boule qu'on a chauffée assez fortement. Après avoir établi expérimentalement plusieurs lois générales, Pinaud chercha une formule empirique donnant le nombre des vibrations sonores en fonction de la longueur du tube, de son rayon et du rayon de la boule. Les expériences de Pinaud ont été répétées par C. Marx (1841), puis par M. Sondhaus (1850); ce dernier donna une formule très-simple pour déterminer le nombre des vibrations, mais sans présenter aucune raison théorique. M. Bourget, s'appuyant sur les principes établis par Duhamel, dans son Mémoire sur les tuyaux à cheminée, se propose de faire connaître les lois véritables des phénomènes observés par Pinaud et M. Sondhaus; les formules générales sont compliquées; mais si l'on regarde la section du tube comme très-petite par rapport à celle de la boule, elles se simplifient considérablement, et M. Bourget retrouve précisément les formules de Sondhaus.

Laguerre. — *Sur la biquadratique sphérique et sur la détermination du plan osculateur en un point de cette courbe.* (3 p.)

Partant de la notion des foyers de la biquadratique sphérique (intersection d'une sphère et d'une surface du second ordre), M. Laguerre établit très-simplement par la Géométrie plusieurs propriétés du plan osculateur, desquelles résultent diverses constructions de ce plan.

Mannheim (A.). — *Sur les trajectoires des points d'une droite mobile dans l'espace.* (9 p.)

On s'est surtout occupé, jusqu'à présent, d'étudier le déplacement d'une droite sur un plan; M. Mannheim se propose d'étudier ce qui est relatif au déplacement d'une droite dans l'espace, lorsque cette droite décrit une surface de détermination. Il donne une vingtaine de théorèmes, parmi lesquels nous citerons les suivants :

1. Les tangentes aux trajectoires de tous les points d'une droite D appartiennent à un paraboloïde hyperbolique dont un plan directeur est perpendiculaire à la droite Δ, conjuguée de D.

2. A un instant quelconque du déplacement d'une droite D, les plans osculateurs des trajectoires des points de cette droite enveloppent une surface développable du quatrième ordre et de la troisième classe.

3. En général, il n'y a pas sur une droite mobile un point qui soit point d'inflexion sur sa trajectoire.

4. Lorsque quatre points d'une droite mobile restent sur quatre plans donnés, un point quelconque de cette droite décrit une conique.

Halphen. — *Sur le mouvement d'une droite.* (3 p.)

M. Halphen se propose, dans cette Note, de compléter une proposition donnée par M. Mannheim dans le précédent Mémoire, et relative à une droite mobile dont quatre points restent sur quatre plans donnés.

Voici les propriétés signalées et démontrées géométriquement par M. Halphen :

« Si deux droites sont partagées par quatre plans en segments constants et proportionnels : 1° tous leurs points décrivent des ellipses; 2° les ellipses décrites par deux points homologues sont, dans le même plan, concentriques et homothétiques; 3° le lieu des centres de ces ellipses est la droite unique partagée par les plans donnés en segments proportionnels à ceux des droites données, et les plus petits possible; 4° chacune de ces deux droites fait, dans son mouvement, un angle constant avec cette ligne des centres. »

Pistoye (de). — *Sur les sections planes des cônes circulaires obliques.* (3 p.)

L'auteur se propose de démontrer d'une façon *élémentaire* que les sections planes d'un cône circulaire oblique sont de même nature que celles d'un cône droit, en partant des propriétés des cercles focaux.

Fouret. — *Détermination, par le principe de correspondance, du nombre des points d'intersection de trois surfaces algébriques d'ordres quelconques.* (2 p.)

Koehler. — *Sur les réseaux des courbes planes.* (5 p.)

L'auteur complète un théorème connu sur le nombre des courbes d'un réseau qui possèdent un point de rebroussement, en démontrant la proposition suivante : « Tout point multiple commun, d'ordre p, diminue de $12p(p-1)$ le nombre des courbes du réseau à ce point de rebroussement. »

M. Koehler termine par l'énoncé d'une proposition relative aux points doubles d'une courbe du sixième ordre; cette proposition est la suivante : « Un système de courbes du sixième ordre est assujetti à avoir neuf points doubles, huit d'entre eux sont fixes; pour que la courbe ait un dixième point double, le neuvième point doit décrire un lieu du cent-huitième ordre. »

On sait que l'étude des relations géométriques existant entre les points doubles d'une courbe algébrique, lorsque le nombre de ces points, multiplié par 3, dépasse le nombre de conditions qui déterminent la courbe, est encore à faire, et elle doit présenter de très-grandes difficultés.

HALPHEN. — *Mémoire sur la détermination des coniques et des surfaces du second ordre* (Ire Partie). (12 p.)

L'objet principal de cette première Partie est la démonstration du beau théorème que M. Chasles a découvert par l'induction, et qu'on peut énoncer ainsi :

Dans un système plan, le nombre des coniques qui passent en un point étant μ *et le nombre de celles qui touchent une droite donnée étant* ν, *le nombre des coniques qui satisfont à une condition quelconque est* $\alpha\mu+\beta\nu$, *les nombres* α *et* β *ne dépendant que de la condition donnée.*

M. Halphen démontre d'abord plusieurs théorèmes généraux et importants sur les intersections des courbes planes algébriques; nous citerons les premiers :

1. Le nombre des intersections d'une courbe et d'une droite, confondues en un point O, est égal à la somme des ordres des segments infiniment petits interceptés par la courbe et la droite sur une sécante quelconque, dont la distance au point O est infiniment petite du premier ordre.

2. Le nombre des intersections de deux courbes, réunies en un point O, est égal à la somme des ordres des segments infiniment petits interceptés par les deux courbes sur une sécante dont la distance au point O est infiniment petite du premier ordre, et qui ne coïncide avec aucune tangente à l'une des courbes en ce point.

M. Halphen démontre ensuite, par la Géométrie, le théorème de M. Chasles; il fait remarquer que ce théorème avait été démontré analytiquement par Clebsch (*Mathematische Annalen*, t. VI, 1873, p. 1).

Saint-Germain (de). — *Sur la résultante de deux équations du second degré.* (2 p.)

Jordan (C.). — *Sur le mouvement des figures dans le plan et dans l'espace.* (4 p.)

L'auteur se propose d'établir que les équations qui définissent analytiquement le mouvement d'une figure plane dans son plan fournissent immédiatement, outre les principaux théorèmes déjà connus, une classe étendue de propositions nouvelles; il applique ensuite les mêmes principes au mouvement d'un solide dans l'espace.

Allégret. — *Sur la courbe balistique.* (1 p.)

Il s'agit de l'intégration des équations du mouvement d'un projectile, lorsque la loi de résistance est représentée par $a + bv^n$.

Liguine (V.). — *Sur le lieu des points d'un système invariable mobile d'une manière générale dans l'espace, dont les accélérations du premier ordre sont constantes.* (3 p.)

L'auteur démontre le théorème suivant : « Dans le mouvement le plus général d'un système invariable, les lieux géométriques des points du système qui, à un instant considéré, ont des accélérations du premier ordre constantes, sont des ellipsoïdes à trois axes inégaux, dont le centre commun est le centre respectif des accélérations du même ordre. »

Resal (H.). — *Sur un théorème de Poncelet et sa généralisation, par M.* Horvart. (3 p.)

Le théorème en question consiste à substituer à $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ le trinôme $\lambda x + \mu y + \nu z$ dans des conditions telles, que, en considérant x, y, z comme les composantes rectangulaires d'une force, l'erreur relative soit aussi petite que possible lorsque la direction de cette force est comprise dans l'angle trièdre formé par les composantes. M. Resal propose une solution plus simple, qui permet, en même temps, de mettre λ, μ, ν sous une forme élégante.

Mathieu (É.). — *Mémoire sur la théorie des dérivées principales et son application à la Mécanique analytique.* (18 p.)

M. Mathieu définit d'abord ce qu'il entend par *dérivées virtuelles, dérivées principales,* ce qu'il nous serait difficile de faire ici; il donne ensuite diverses propriétés relatives aux dérivées principales. Cela lui permet de simplifier la démonstration de plusieurs formules de Mécanique, et de généraliser certaines relations établies par Jacobi.

Jordan (C.). — *Mémoire sur les groupes primitifs.* (47 p.)

M. Jordan résume ainsi l'objet de son Mémoire :

« Nous avons démontré (*Journal de Liouville,* 2^e^ série, t. XVI) que le degré d'un groupe primitif G, ne contenant pas le groupe alterné, mais contenant une substitution donnée A qui déplace N lettres, ne saurait dépasser une certaine limite $L = N + M$. La quantité M est une fonction $F(N)$ du nombre N.

» Nous examinons, dans ce Mémoire, le cas où l'ordre de A est un nombre premier p. Tous les autres cas peuvent se ramener à celui-là; car une substitution quelconque, élevée à une puissance convenable, donne une substitution d'ordre premier.

» Nous arrivons à ce résultat remarquable, qu'*on peut assigner à* M *une valeur qui ne dépend pas du nombre* p, *mais seulement du nombre* q *des cycles de* A. Nous démontrons, en effet, qu'on peut assigner deux fonctions de q, $\varphi(q)$ et $f(q)$ jouissant de la propriété suivante :

» *Le degré d'un groupe primitif* G, *ne contenant pas le groupe alterné, mais contenant une substitution* A *d'ordre premier* p *et à* q *cycles, ne peut dépasser* $pq + \varphi(q)$ *si l'on a* $p > f(q)$. »

L'auteur, discutant ses formules à la fin de son Mémoire, est conduit à penser que les limites qu'il indique sont loin d'être assez resserrées.

Halphen. — *Sur un problème de probabilité.* (3 p.)

Une tige se brise en n morceaux; quelle est la probabilité que ces n morceaux soient propres à former un polygone fermé?

Cette probabilité est $1 - \frac{n}{2^{n-1}}$.

Brocard (H.). — *Démonstration de la proposition de Steiner relative à l'enveloppe de la droite de Simson.* (2 p.)

On sait, d'après Simson, que les projections d'un point de la circonférence d'un cercle circonscrit à un triangle sur les trois côtés de ce triangle sont en ligne droite; Steiner a montré, le premier, que l'enveloppe de cette droite est une hypocycloïde à trois rebroussements. M. Brocard présente une démonstration très-simple de ce dernier théorème.

HALPHEN. — *Mémoire sur la détermination des coniques et des surfaces du second ordre* (IIe Partie). (14 p.)

Après avoir établi plusieurs propositions relatives aux droites-coniques dans les complexes plans de coniques et dans les systèmes communs à deux complexes, M. Halphen démontre géométriquement le théorème de M. Cremona, qu'on peut énoncer ainsi : « *Le nombre des coniques satisfaisant à une condition triple et à une condition double indépendantes est de la forme* $\gamma\rho + \delta\sigma + \varepsilon\tau$, *les nombres* ρ, σ, τ *ne dépendant que de la condition triple, et les nombres* γ, δ, ε *ne dépendant que de la condition double.* » M. Cremona, ainsi qu'il le dit expressément, a tiré ce théorème des travaux de M. Chasles, où il est implicitement contenu, et il s'est borné à l'énoncer explicitement.

M. Halphen donne ensuite une représentation symbolique, à l'aide d'un produit de facteurs, des théorèmes de M. Chasles et de M. Cremona, et il termine en faisant plusieurs applications intéressantes de ses formules symboliques.

LAGUERRE. — *Mémoire sur la géométrie de la sphère.* (8 p.)

Cette première Partie du Mémoire est consacrée à des considérations préliminaires sur le rapport anharmonique dans le plan, et les systèmes homographiques. Après avoir défini le rapport anharmonique de quatre points situés d'une manière quelconque dans le plan, M. Laguerre établit plusieurs propositions relatives au cas où les quatre points sont sur un cercle, puis il montre comment on peut utiliser ces propositions pour obtenir de nombreuses relations métriques, en prenant pour point de départ des propriétés connues sur les coniques.

LIGUINE (V.). — *Note historique sur le problème des engrenages cylindriques.* (2 p.)

HALPHEN. — *Applications nouvelles d'une proposition sur les congruences de droites.* (3 p.)

M. Halphen avait donné, dans les *Comptes rendus* (2 janvier 1872), la proposition suivante : « Le nombre des droites communes à deux congruences est égal au produit des ordres de ces congruences augmenté du produit de leurs classes. » Il applique ce théorème à la résolution des trois problèmes dont les énoncés suivent :

1° Chacune des six arêtes d'un tétraèdre doit faire partie d'une congruence donnée; quel est le nombre des tétraèdres satisfaisant à la question?

2° Un angle constant se meut de telle sorte que chacun de ses côtés engendre une congruence donnée; quel est le degré de la surface décrite par son sommet?

3° Chaque arête d'un trièdre trirectangle doit faire partie d'une congruence donnée; combien y a-t-il de trièdres satisfaisant à la question?

Les solutions de ces trois problèmes s'expriment en fonction des ordres et des classes des congruences données.

Jordan (C). — *Questions de probabilités.* (2 p.)

Fouret. — *Sur l'application du principe de correspondance à la détermination du nombre des points d'intersection de trois surfaces ou d'une courbe gauche et d'une surface.* (2 p.)

Picquet. — *Sur les courbes gauches algébriques; surface engendrée par les sécantes triples; nombre des sécantes quadruples.* (27 p.)

Après avoir établi plusieurs relations préliminaires, en prenant pour point de départ les formules de Cayley, M. Picquet donne la solution des deux questions énoncées et fait plusieurs applications. Voici les principaux résultats obtenus par l'auteur :

1. Le degré de la surface engendrée par les sécantes simples droites (rencontrant la courbe en trois points) d'une courbe d'ordre m est égal à

$$(m-z)\left[h_m-\frac{1}{6}m(m-1)\right];$$

h_m est le nombre des sécantes doubles issues d'un point quelconque.

2. Le nombre des sécantes quadruples pour une courbe d'ordre m est égal à

$$\frac{1}{2}h_m(h_m-4m+11)-\frac{1}{24}m(m-2)(m-3)(m-13).$$

M. Picquet fait remarquer, à la fin de son Mémoire, que M. Zeuthen avait déjà démontré ces formules en 1870 (*Annali di Matematica*).

Laguerre. — *Sur un genre particulier de surfaces dont on peut intégrer les lignes géodésiques.*

Jordan (C.). — *Question de probabilité.*

Trouver la probabilité pour que quatre points pris au hasard sur une sphère forment un quadrilatère sphérique convexe.

The TRANSACTIONS of the Royal Irish Academy. — Dublin ([1]).

T. XXIV; 1870 (fin).

Ball (R.-St.). — *Sur les petites oscillations d'un corps solide autour d'un point fixe sous l'action de forces données, et en particulier sous l'action de la pesanteur.* (35 p.)

Un corps mobile autour d'un point fixe et soumis à l'action de certaines forces *qui ne dépendent que de sa position* est légèrement écarté de sa position d'équilibre; on sait que cet écart peut être réalisé par une certaine rotation autour d'un certain axe que l'on nommera *axe de déplacement*. On donne alors au corps une petite vitesse de rotation autour d'un autre axe qui sera l'*axe instantané initial*. Dans quelles conditions le mouvement sera-t-il oscillatoire, et quelle sera sa nature?

Les équations du mouvement étant linéaires, leur solution dépend d'une équation cubique : ce sont les racines de cette équation qui font connaître la nature du mouvement.

Lorsque ces racines sont réelles, positives et inégales, il existe trois axes *normaux* passant par le point fixe et jouissant de cette

---

([1]) Voir *Bulletin*, t. I, p. 306.

propriété remarquable : c'est que, si l'axe de déplacement et l'axe instantané initial se confondent avec l'un d'eux, le mouvement du corps se compose d'oscillations simples autour de ces trois axes normaux. Ces oscillations suivent la loi du pendule.

Lorsqu'une seule des racines est réelle et positive, si l'on fait encore coïncider l'axe de déplacement et l'axe instantané avec l'axe normal correspondant à cette racine, l'équilibre est stable; mais il est instable pour toute autre position initiale de ces mêmes axes.

Lorsque deux racines sont réelles, positives et inégales, tandis que la troisième est négative, et que l'on a construit les axes normaux correspondants, suivant que le plan de ces axes contient ou non l'axe de déplacement et l'axe instantané, l'équilibre est stable ou instable.

On voit que ces axes normaux sont liés aux petits mouvements du corps d'une manière plus intime et plus naturelle que les axes principaux d'inertie.

Si les forces données ont un potentiel, on peut trouver les axes normaux par une construction géométrique.

Pour amener le corps de sa position d'équilibre à une position voisine, il faut dépenser une quantité d'énergie (force vive) qui dépend de la position de l'axe de déplacement. Si l'on porte sur chacun de ces axes une longueur proportionnelle à la rotation qu'une quantité donnée d'énergie peut produire autour de cet axe, le lieu des extrémités de ces longueurs est *l'ellipsoïde d'égale énergie*.

Les axes normaux forment un système de diamètres conjugués, tant dans l'ellipsoïde d'égale énergie que dans l'ellipsoïde de Poinsot.

Dans le cas où le corps n'est soumis qu'à l'action de la pesanteur, l'auteur arrive à un grand nombre de théorèmes sur les rapports de position et de longueur qui existent entre les axes normaux et les deux ellipsoïdes centraux.

T. XXV; 1872.

BALL (R.-St.). — *Compte rendu d'expériences sur le mouvement des tourbillons annulaires dans l'air.* (21 p., 7 pl.)

Voici le problème que l'auteur se propose de résoudre : un anneau gazeux tournant, projeté avec une certaine vitesse, est retardé graduellement par l'air; suivant quelle loi agit la force de résistance?

Décrivons d'abord sommairement l'appareil. Une boîte en bois cubique, de 2 pieds de haut, porte sur une de ses faces verticales une ouverture circulaire fermée par une toile fortement tendue; cette toile subit le choc d'un pendule qui tombe constamment d'une même hauteur, résultat auquel on parvient en le mettant en liberté par le jeu d'un électro-aimant. Le mouvement de la toile projette en avant un anneau d'air qui sort de la boîte par la face opposée et vient choquer un disque suspendu, placé successivement à diverses distances. Le déplacement du disque à l'instant du choc ferme un courant, et l'on peut ainsi mesurer très-exactement, à l'aide d'un chronoscope de Wheatstone, le temps employé par l'anneau d'air pour parcourir telle ou telle distance.

Le parcours de l'anneau variait, dans les expériences faites par l'auteur, depuis une distance de 4 pieds à partir du devant de la boîte, correspondant à une vitesse de l'anneau de 10,2 pieds par seconde, jusqu'à une distance de 20 pieds, correspondant à une vitesse de 4,3 pieds seulement.

La discussion des résultats montre que la force retardatrice varie *en raison directe de la vitesse de l'anneau,* l'espace s, le temps t et la vitesse v étant liés par les équations

$$s = 27,7\,[1-(0,69)^t],$$
$$v = \frac{ds}{dt} = 10,2\,(0,69)^t,$$
$$\frac{d^2s}{dt^2} = -0,37v.$$

Ball (R.-St.). — *Théorie des vis : étude géométrique sur la Cinématique, l'équilibre et les petites oscillations d'un corps solide.* (61 p., 2 pl.)

Dans ce Mémoire, M. Ball, s'inspirant des idées de Poinsot, arrive par des procédés géométriques à un grand nombre d'importants théorèmes sur le mouvement d'un corps solide; ces théorèmes se déduisent des deux propositions suivantes, dues, comme on sait, à notre illustre géomètre :

1° Tout déplacement infiniment petit d'un corps solide consiste dans un mouvement hélicoïdal autour d'un axe spontané de rotation et de glissement.

2° Tout système de forces appliquées à un corps solide peut se réduire à un couple et à une force *perpendiculaire au plan de ce couple.*

Il résulte évidemment de la première proposition que deux mouvements hélicoïdaux infiniment petits peuvent toujours se composer en un seul. Mais la loi de cette composition n'avait pas été jusqu'ici donnée en termes simples; M. Ball y est arrivé à l'aide de considérations dont la nouveauté exige l'emploi de quelques néologismes.

Il appelle *screw* (*vis*) tout axe spontané de rotation et de glissement.

Le *pitch* (*hauteur de la vis*) est le rapport de la longueur du glissement à l'angle de la rotation.

Le mot *twist* (*torsion*) désigne le mouvement hélicoïdal.

Enfin le mot *wrench,* que nous traduirons par *effort,* exprime l'ensemble du couple et de la force perpendiculaire à ce couple, auquel on peut réduire tout système de forces appliquées à un corps solide. Le couple de l'*effort* se comporte comme la translation de la *torsion;* la force, comme la rotation.

Cela posé, énumérons les propositions les plus importantes démontrées par l'auteur.

I. Deux torsions autour de deux vis rectangulaires, prises pour axes des x et des y, se composent en une seule, qui rencontre l'axe des z et lui est perpendiculaire. L'azimut, la distance à l'origine et la hauteur de la vis résultante dépendent du rapport des angles des deux rotations et des hauteurs des torsions données. Si l'on exprime en fonctions de ces mêmes quantités les coordonnées d'un point de la résultante, une élimination facile donne, pour lieu de ces droites, une surface cubique conoïde que l'on nomme le *cylindroïde,* et qui joue un rôle capital dans toute la théorie. Chaque vis génératrice de cette surface a une hauteur déterminée par sa position.

Deux vis A et B déterminent un cylindroïde; en outre elles ont pour résultante une troisième génératrice de la même surface, qui fait avec A et B des angles dont les sinus sont en raison inverse des rotations effectuées autour de ces vis. Cette loi générale comprend, comme cas particulier, les lois de composition des translations et des rotations.

Les *efforts* se composent exactement comme les *torsions*.

II. *Vis réciproques.* — Si un corps, qui ne peut avoir d'autre mouvement qu'une torsion autour d'une vis A, est maintenu en équilibre par un effort ayant B pour axe, réciproquement tout corps dont le seul mouvement possible est une torsion autour de B peut être tenu en équilibre par un effort autour de A.

Si une vis est réciproque de deux vis données A et B, elle est aussi réciproque de toute autre vis située sur le cylindroïde (A, B).

III. La manière la plus générale de déterminer le degré de *liberté* ou de *restriction* du mouvement d'un corps, c'est de considérer le nombre des vis *indépendantes* autour desquelles il peut se mouvoir. Un corps qui ne peut tourner autour d'aucune vis est fixe, c'est-à-dire qu'il a une liberté nulle; s'il ne peut tourner qu'autour d'une seule vis, il a une liberté du premier degré; s'il peut tourner autour de k vis indépendantes ($k<6$), on démontre qu'il existe une infinité d'autres vis autour desquelles il peut tourner; toutes ces vis forment *un système coordonné de liberté* k.

Toutes les vis réciproques de ce système forment un autre système coordonné de liberté $6-k$.

$k(6-k)$ données sont nécessaires pour déterminer un système de liberté k.

On démontre, en partant du principe des vis réciproques, que la solution d'un problème d'équilibre de degré k entraîne la solution du problème correspondant de degré $6-k$. Il en résulte, par exemple, qu'un corps ayant une liberté du cinquième degré peut tourner autour d'une vis, choisie où l'on voudra dans l'espace, pourvu que cette vis ait une hauteur convenable. Pour qu'un tel corps soit en équilibre, il faut que les forces qui agissent sur lui puissent se réduire à un *effort* autour de la vis réciproque de son propre système de vis coordonnées.

Libertés de degrés II et IV. — Un corps susceptible de tourner autour de deux vis A et B peut tourner autour d'une vis quelconque du cylindroïde (A, B).

Une vis X choisie au hasard dans l'espace coupe en général le cylindroïde en trois points P, Q, R. Si elle est perpendiculaire à la génératrice du point P, on trouve que les deux génératrices des points Q et R ont des hauteurs égales. Donnons à X cette même hauteur prise en sens contraire ; X sera réciproque au cylindroïde.

Les parallèles menées par un point O de l'espace à toutes les vis réciproques d'un cylindroïde forment un cône du second ordre facile à construire. Un corps libre de se mouvoir autour d'une vis quelconque du cylindroïde peut être tenu en équilibre par un effort convenable autour d'une quelconque des vis réciproques.

Les réciproques de ces théorèmes donnent la solution la plus générale du problème de liberté IV. Par exemple, si un corps est libre autour de quatre vis, on peut déterminer un cylindroïde unique réciproque à ce système; ce cylindroïde fait connaître tout le système coordonné des vis données. Le corps ne peut être tenu en équilibre que par un effort autour d'une quelconque des vis du cylindroïde.

Liberté du degré III. — Ce cas offre un intérêt spécial, non-seulement parce que les systèmes direct et réciproque sont du même ordre, mais encore parce qu'il renferme, comme cas particulier, le problème du mouvement d'un corps solide autour d'un point fixe; mais l'auteur en réserve l'étude pour un Mémoire à part. Il se borne à établir ici que, étant données trois vis quelconques A, B, C, on peut toujours, par un point donné O, faire passer trois vis X_1, X_2, X_3, qui leur soient coordonnées, et trois autres vis Y_1, Y_2, Y_3, qui leur soient réciproques. Les trièdres X_1, X_2, X_3 et Y_1, Y_2, Y_3 sont polaires l'un de l'autre. Une vis de hauteur donnée p, réciproque au système A, B, C, est génératrice d'un certain hyperboloïde. Le second système des génératrices du même hyperboloïde forme l'ensemble des vis réciproques à A, B, C, ayant $-p$ pour hauteur.

La liberté VI peut être regardée comme réciproque de la liberté nulle. Dans ce dernier cas, le corps est fixe et peut être tenu en équilibre par un effort quelconque. Dans le premier cas, le corps peut tourner autour d'une vis quelconque.

IV. *Théorèmes généraux.* — Quelle que soit la nature des liaisons qui restreignent la liberté d'un corps solide, on peut toujours choisir un système de k vis qui lui laisse exactement la même liberté.

On peut toujours trouver une vis réciproque à cinq vis données dans l'espace. (Ce théorème est d'une extrême importance.)

Sur un cylindroïde donné, il existe toujours une vis Y réciproque d'une vis X donnée dans l'espace.

Étant données sept vis dans l'espace, on peut toujours déterminer sept efforts (ou sept torsions) autour de ces vis, tels que leurs effets sur l'équilibre (ou sur la position) du corps se neutralisent réciproquement. On déduit de là un mode de décomposition d'un effort donné ou d'une torsion donnée en six efforts ou six torsions autour de six vis données.

Quand un corps a k degrés de liberté, son équilibre ne peut être troublé par un effort autour d'une vis du système réciproque. (C'est là peut-être le théorème le plus général qui puisse être énoncé sur l'équilibre d'un corps solide.)

Un corps est en équilibre stable sous l'action de certaines forces ; on lui imprime une torsion autour d'une vis A (*vis de déplacement*) : il en résulte un effort initial autour d'une certaine vis X (*vis de redressement*). Cela posé, soient A et B deux vis de déplacement, X et Y les vis de redressement correspondantes : si A est réciproque à Y, B est réciproque à X. (Important.)

Un corps *libre* est en équilibre stable sous l'action de certaines forces, qui forment un système *conservatif* (1). On peut choisir d'une infinité de manières un système de six vis $A_1, \ldots, A_6$ tel que la vis de redressement correspondant à l'une d'elles soit réciproque des cinq autres. Ces six vis forment un *système conjugué d'énergie potentielle*.

Réciproques. — Un corps solide sollicité par un effort initial autour d'une vis donnée commence à tourner autour d'une certaine vis instantanée. Cela posé, soient X et Y deux vis d'impulsion, A et B les vis instantanées correspondantes : si A est réciproque à Y, B est réciproque à X.

On peut choisir d'une infinité de manières un système de six vis d'impulsion $X_1, \ldots, X_6$, tel que la vis instantanée correspondant

(1) Un système de forces est dit *conservatif* lorsque, pour un déplacement donné, le travail de ces forces est indépendant des chemins suivis par les points d'application.

à l'une d'elles soit réciproque des cinq autres. Ces six vis forment un *système conjugué d'énergie cinétique.*

Dans le cas d'un corps parfaitement libre, on peut choisir un système de six vis qui soient à la fois des vis conjuguées d'énergie potentielle et cinétique. Ces vis sont appelées les *vis normales.* Un corps légèrement écarté d'une position d'équilibre stable, par une torsion autour d'une vis normale, continue à osciller autour de la vis. Tout déplacement initial d'un corps peut se décomposer en six torsions autour des six vis normales, toute vitesse initiale de torsion en six vitesses de torsion, tout mouvement oscillatoire infiniment petit en six oscillations autour des mêmes vis.

En général, quand un corps a k degrés de liberté, ses petites oscillations, dans le voisinage de sa position d'équilibre, se composent de k torsions oscillatoires autour des vis normales.

Telle est, indépendamment de beaucoup d'autres théorèmes moins essentiels, la substance de cet important Mémoire, qui fait faire, comme on le voit, un pas considérable à la théorie du mouvement d'un corps solide. G. L.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL IRISH ACADEMY [1].

T. I, 2e Série (de 1869 à 1872).

N° 2. Séance du 9 janvier 1871.

STONEY (G.-J.). — *Sur la cause de la discontinuité des spectres des gaz.*

Dans un Mémoire précédent, l'auteur a été conduit à chercher cette cause dans les vibrations périodiques qui existent à l'intérieur de chaque molécule, et non dans les mouvements irréguliers des molécules les unes autour des autres.

Aujourd'hui, il essaye de faire un pas en avant dans cette théorie.

Toute oscillation *pendulaire* d'un point peut être représentée par l'équation

$$y = C_0 + C_1 \sin\left(2\pi\frac{t}{\tau} + a\right),$$

---

[1] Voir *Bulletin*, t. I, p. 306.

dans laquelle $y - C_0$ exprime l'écart entre la position actuelle du point et sa position initiale, C_1 l'amplitude de l'oscillation, t le temps compté à partir d'une certaine époque, τ la durée d'une oscillation complète, et a une certaine constante qui dépend de la phase de l'oscillation à l'origine du temps.

On ne peut guère admettre que les vibrations imprimées à l'éther par les mouvements périodiques intérieurs d'une molécule de gaz soient représentées par une formule aussi simple. Il y a lieu de supposer, au contraire, qu'elles sont beaucoup plus complexes; mais, quelle que soit cette complexité à l'origine, elle doit se reproduire identiquement par périodes égales, sur toute la longueur du rayon lumineux, tant que le mouvement a lieu dans l'éther, c'est-à-dire dans un milieu où toutes les longueurs d'onde se propagent avec la même vitesse. Cet état de choses change nécessairement dès que l'onde se propage dans un milieu réfringent, tel que le verre.

Supposons l'onde plane dans l'éther. Quelle que soit sa forme, la relation entre le déplacement d'une molécule d'éther et le temps doit être exprimée par une courbe composée de parties qui se répètent indéfiniment. Cette courbe peut être continue ou formée de la superposition de différentes courbes. Prenons le second cas qui comprend le premier : si l'on fait, pour abréger, $x = 2\pi\frac{t}{\tau}$, un des segments de la courbe peut être représenté par les équations

$$y = \varphi_0(x), \quad \text{de} \quad x = 0 \quad \text{à} \quad x = x_1,$$
$$y = \varphi_1(x), \quad \text{de} \quad x = x_1 \quad \text{à} \quad x = x_2,$$

et ainsi de suite jusqu'à

$$y = \varphi_{n-1}(x), \quad \text{de} \quad x = x_{n-1} \quad \text{à} \quad x = 2\pi.$$

En partant de là, on voit facilement, par le théorème de Fourier, que l'équation du mouvement ondulatoire dans l'éther peut s'écrire

$$(1) \qquad y - A_0 = C_1 \sin(x + \alpha_1) + C_2 \sin(2x + \alpha_2) + \ldots.$$

Le premier terme du second membre représente une vibration pendulaire dont τ est la période complète ; les termes suivants représentent les harmoniques de cette vibration, de périodes $\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{3}, \ldots$ L'ondulation complète peut donc être regardée comme résultant de la superposition d'un certain nombre de vibrations pendulaires dont la principale a τ pour période, tandis que les autres sont ses harmoniques.

Tant que la lumière voyage dans le vide, ces vibrations restent exactement superposées, puisque les ondes se propagent avec la même rapidité, quelle que soit leur période. Mais tout change dès que l'ondulation pénètre dans le verre, puisque là les vibrations composantes, animées de vitesses variables avec leurs périodes, suivent des routes différentes, de sorte que chacune d'elles donne naissance à une raie distincte dans le spectre du gaz.

Un mouvement périodique dans les molécules d'un gaz incandescent peut donc engendrer toute une série de raies. Si quelques termes de la série (1) s'évanouissent, les raies correspondantes disparaissent, et l'on a un spectre interrompu (spectre du premier ordre de Plücker). Les irrégularités apparentes dans les intervalles des raies peuvent tenir à la coexistence de plusieurs mouvements distincts dans les molécules gazeuses ; mais elles peuvent tenir aussi à l'absence d'une partie des raies harmoniques. Quant à celles de ces raies qui subsistent, il n'est pas toujours facile, à cause des lacunes, de trouver leurs dépendances mutuelles, et l'on ne peut y parvenir que dans le cas où les mesures ont été prises avec un soin extraordinaire, comme cela a lieu, par exemple, pour les mesures d'Ångström sur le spectre de l'hydrogène.

On sait que ce spectre se compose des trois raies C, F, h, et d'une quatrième raie très-voisine de G. Les trois premières paraissent provenir d'un même mouvement dans les molécules du gaz. En effet, les longueurs d'onde correspondantes, ramenées au vide par la correction de la dispersion dans l'air, sont

$h = 4102,37$ *dixièmes-mètres* (1),
$F = 4862,11$ »
$C = 6563,93$ »

---

(1) Suivant une convention proposée par M. Stoney, et adoptée par l'Association Britannique, un *dixième-mètre* signifie un mètre divisé par 10^{10} ; de même, une *quatorzième-seconde* signifie une seconde divisée par 10^{14}, etc., etc.

Or ces nombres sont, à moins d'une unité près du dernier ordre, respectivement égaux à la trente-deuxième, à la vingt-septième et à la vingtième partie du nombre 131277,14. Ce dernier peut donc être regardé comme exprimant *en dixièmes-mètres* la longueur d'onde fondamentale dont h, F et C seraient trois harmoniques. D'ailleurs la durée correspondante de la vibration est de 4,4 *quatorzièmes-secondes :* telle serait aussi par conséquent, dans la théorie de M. Stoney, la durée de l'un des mouvements intérieurs des molécules de l'hydrogène.

Au reste, c'est surtout de l'examen des spectres du premier ordre que l'on doit attendre d'importants résultats. On sait que ces spectres sont formés de raies serrées, en bandes juxtaposées rappelant par leur aspect les cannelures d'une colonne. L'auteur regarde comme probable que toute la série de raies qui constituent une de ces cannelures se compose *des harmoniques successifs* de l'un des mouvements particuliers des molécules gazeuses. Il montre même que cette disposition serait une conséquence nécessaire d'une hypothèse convenable faite sur l'ondulation initiale imprimée par le gaz à l'éther. Par exemple, si la loi de cette ondulation était la même que celle du mouvement d'un point voisin de l'extrémité d'une corde de violon, et si la période était suffisamment longue, deux trillionièmes de seconde environ, il en résulterait un spectre formé de raies séparées à peu près par le même intervalle que les deux raies D, et dont les intensités iraient alternativement en croissant et en décroissant sur toute la longueur du spectre, de manière à produire cette apparence cannelée qui distingue les spectres du premier ordre. Chacune des apparences que donne l'observation correspond ainsi à une hypothèse appropriée, et peut-être même serait-il possible de remonter, en partant d'une forme spectrale déterminée, à la nature du mouvement qui lui a donné naissance. Tout au moins doit-il être facile de trouver la période de ce mouvement lorsque le spectre présente une longue succession de séries harmoniques; mais les observations exactes manquent encore. Le seul cas où l'auteur ait pu arriver à un résultat précis est relatif au spectre de l'azote. La plus réfrangible des deux bandes cannelées observées dans ce spectre par Plücker paraît due à une vibration fondamentale du gaz ayant une longueur d'onde d'environ 0,89376 millimètres, ce qui correspond à une période de trois douzièmessecondes ; une de ces cannelures se compose des trente-cinq harmoniques comprises entre la 1960e et la 1995e. M. Stoney remarque, en terminant, que ces résultats numériques ne méritent pas autant de confiance que ceux dont il a été question plus haut relativement à l'hydrogène.

Séance du 13 février 1871.

Burton (Ch.-E.). — *Résultats obtenus par la station astronomique d'Agosta (près Syracuse), dans l'observation de l'éclipse totale du* 22 *décembre* 1870.

M Burton se proposait surtout d'observer le spectre de la couronne; aussi employa-t-il la matinée du 22 à la détermination préalable des positions des protubérances à l'aide du spectroscope, afin de s'en écarter, autant que possible, dans l'observation définitive.

Les points est et ouest se trouvaient dégagés. L'observateur résolut en conséquence d'examiner successivement, au moment de la totalité, les points est, ouest, nord et sud, en maintenant la fente du spectroscope dans une direction constante, c'est-à-dire tangentiellement au limbe pour les deux premiers points et normalement pour les deux derniers : il y trouvait l'avantage d'observer ainsi la région inférieure de la couronne à l'est et à l'ouest, tandis qu'au nord et au sud, il pouvait la comparer avec la partie supérieure.

A l'approche de la totalité, le nombre des raies de la chromosphère augmenta dans une énorme proportion. Deux des raies du magnésium au moins étaient renversées. Toutes ces raies étaient penchées du côté le moins réfrangible du spectre, et les plus allongées, celles de l'hydrogène, se divisaient même comme des branches d'arbre vers leur extrémité supérieure, ce qui dénotait une violente agitation dans les couches élevées de la chromosphère.

Lorsque le disque du Soleil fut complétement obscurci, M. Burton put apercevoir une faible raie brillante, ou plutôt simplement *positive,* se détachant sur le spectre continu. L'obscurité inattendue du champ n'ayant pas permis de mesures directes, l'observateur n'a pu fixer la position de cette raie que par souvenir : il estime qu'elle est un peu moins réfrangible que la raie E. L'observation dut s'arrêter là, par suite de l'interposition d'un nuage [1].

N° 4. — Séance du 26 juin 1871.

STONEY (G.-J.). — *Sur une nouvelle forme de spectroscope.*

Si l'on désigne par θ la déviation minimum d'un rayon dans un prisme ou dans une suite de prismes, et par i l'inverse de la longueur d'onde,

$$\delta = \frac{d\theta}{di}$$

peut être pris pour mesure de la dispersion. Il faut rapporter ces données à un rayon déterminé, choisi vers le milieu du spectre, par exemple celui dont la longueur d'onde est 5000 *dixièmes-mètres*.

Mais la dispersion du spectroscope est plus considérable; elle est égale à la précédente multipliée par le grossissement de la lunette. Ce grossissement dépend de l'oculaire; mais on peut regarder comme dispersion *normale* celle qui correspond à l'emploi du plus fort oculaire dont on puisse faire usage sans perte de lumière. Il est facile de voir que cette dispersion a pour mesure

$$\Delta = \frac{a}{\alpha}\,\delta,$$

a étant l'ouverture du spectroscope, c'est-à-dire le diamètre du pinceau lumineux qui passe à travers le prisme et les deux objectifs, et α le diamètre de la pupille (2 millimètres environ).

De là deux moyens d'augmenter la dispersion :

1° Accroître le nombre de prismes, ce qui accroît δ;

2° Agrandir leurs dimensions, ce qui augmente a.

Le second de ces moyens est préférable, suivant l'auteur, non-seulement parce qu'il y a moins de réflexions successives, mais

---

(1) On sait que les observations faites par M. Janssen, pendant l'eclipse du 12 décembre 1871, ont precise ces resultats. Le spectre brillant de la couronne se compose des raies de l'hydrogène et d'une raie verte dont on cherche encore la vraie signification.

surtout parce que le travail optique est ainsi transporté des prismes aux lentilles, instruments beaucoup plus parfaits.

En se fondant sur ces considérations, M. Stoney propose l'emploi d'un nouveau spectroscope dans lequel l'objectif serait remplacé par un miroir qui servirait à la fois de télescope et de collimateur. Il serait bien difficile de donner une idée nette de l'appareil sans le secours d'une figure. Disons seulement que le rayon lumineux, renvoyé par un prisme sur le miroir du télescope, revient sur ses pas pour se disperser dans un demi-prisme de sulfure de carbone, est réfléchi de nouveau vers le miroir, et parcourt une quatrième fois le tube télescopique avant d'arriver à l'oculaire. On gagne ainsi sous le rapport de l'économie, et plus encore sous le rapport du poids et de la simplicité de l'appareil.

N° 5. — Séance du 11 décembre 1871.

Ball (R.-St.). — *Notes de Mécanique appliquée.*

I. *Mouvements parallèles.* — L'auteur démontre par de très-simples considérations géométriques le théorème suivant :

Lorsqu'une figure plane se meut dans son plan suivant une loi quelconque, il y a toujours deux points du plan tels, que quatre positions consécutives de chacun d'eux sont en ligne droite.

II. *Contact des cames.* — L'auteur donne des démonstrations simples de quelques théorèmes, déjà connus pour la plupart, sur le contact des cames.

Séance du 24 juin 1872.

Ball (R.-St.). — *Sur une nouvelle approximation de l'orbite de l'étoile double ξ de la Grande Ourse.*

On a quatre déterminations des éléments de cette orbite : celles de Savary, de Herschel II, de Mädler et de Villarceau. La période est probablement un peu inférieure à 60 ans, de sorte que, depuis la première observation (Herschel I, 1781), le compagnon a accompli environ une révolution et demie. Il a passé au périastre entre le printemps de 1816 et celui de 1817. Or on ne possède aucune observation du groupe entre 1804 et 1819, et cependant c'est là l'intervalle le plus important ; car, pendant cet intervalle, l'angle de position a changé de plus de 168 degrés : aussi y a-t-il quelque désaccord entre les calculateurs. Le prochain passage au périastre devant avoir lieu en 1876, M. Ball s'est proposé de déterminer les véritables éléments, à l'aide des nombreuses observations faites depuis quelques années.

La dernière de ces observations (Brünnow) est de 1872,28. Elle est à peu près représentée dans l'orbite de Savary; mais, dans les orbites de Herschel, de Mädler et de Villarceau, les écarts sont respectivement de 17°,43, 33° et 37°,91. Ces écarts énormes tiennent, il est vrai, à la rapidité du mouvement angulaire actuel; mais ils rendent inacceptables les orbites de Mädler et de Villarceau, bien que ces orbites représentent mieux les observations anciennes que celle de Savary.

Pour déterminer les éléments les plus probables, M. Ball a suivi la méthode d'Herschel, dont il donne le détail. Sur un papier quadrillé, où le temps est compté sur les abscisses et l'angle de position sur les ordonnées, l'auteur reporte toutes les observations connues, au nombre de 64, et il trace la courbe qui se rapproche le plus de tous les points ainsi obtenus. Il déduit ensuite, par interpolation, de cette courbe 19 valeurs probables de l'angle de position, régulièrement espacées de cinq en cinq ans. Les tangentes à la courbe donnent les valeurs correspondantes de $\frac{dt}{d\theta}$, valeurs dont les racines sont proportionnelles aux distances r des deux composantes, car la loi des aires est vraie pour l'ellipse projetée comme pour l'ellipse réelle.

Cela fait, si, sur un second dessin, on porte, à partir d'un point fixe S, et aux intervalles angulaires voulus, les distances correspondantes *calculées à l'aide de la courbe*, on obtient les positions apparentes du compagnon, et l'ellipse qui s'écarte le moins possible de toutes ces positions est l'orbite projetée la plus probable. Reste à en déduire l'orbite réelle.

Généralement, le point S n'est pas le foyer de l'ellipse projetée; mais il est la projection du foyer de l'ellipse réelle. Le grand axe de cette dernière se projette donc sur le diamètre de l'ellipse projetée qui passe par le point S; dès lors, une simple mesure donne immédiatement l'excentricité. Des considérations trigonométriques très-simples font connaître successivement :

L'inclinaison mutuelle γ des plans des deux ellipses ;

L'angle Ω qui fait l'intersection de ces deux plans avec la ligne fixe menée par S, à partir de laquelle se comptent les angles de position ;

L'angle λ compté de cette ligne au grand axe de l'orbite vraie, sur le plan de cette orbite ;

Le moyen mouvement n ;

L'époque ε du passage au périastre ;

La période T de la révolution.

Enfin on arrive facilement à l'expression du grand axe en secondes, en ramenant sa mesure à celle de sa projection. Mais, pour convertir les millimètres en secondes, il faut avoir soin de comparer la *somme* des distances *observées* (exprimée en secondes) à la *somme* des distances *mesurées* (exprimée en millimètres).

Telle est la méthode dont l'auteur a déduit les éléments suivants :

ε	1816,405
T (en années)	59,88
Ω	103°,6
γ	53°,1
λ	135°,3
e	0,3786
a	2″,591
n	6°,012

Les comparaisons entre les résultats du calcul et ceux de l'observation sont satisfaisantes, y compris l'observation de Brünnow; mais, comme nous nous trouvons actuellement dans la période critique, M. Ball donne une éphéméride qui s'étend jusqu'à 1879; de nouvelles vérifications sont d'autant plus indispensables, que l'orbite de M. Ball présente d'assez grandes discordances, non-seulement avec celles dont nous avons parlé plus haut, mais aussi avec l'orbite récemment calculée par M. Hind, et dont on trouvera les éléments à la page 309 du 6e volume de ce Bulletin.

G.-L.

BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE SAINT-PÉTERSBOURG (¹).

T. XVIII; 1872-1873.

MIDDENDORF (A.-Th. v.). — *Quelques nouvelles observations servant à la connaissance du courant du Cap Nord.* (5 col.; all.)

LINDEMANN (Ed.). — *Résultats provisoires d'observations photométriques faites à Poulkova.* (4 col.; all.)

GLASENAPP (M.-S.). — *Observations des satellites de Jupiter.* (12 col.)

L'auteur s'est occupé de l'observation des éclipses des satellites, en s'appuyant sur les considérations développées par Bailly, au siècle dernier, relativement à l'exactitude que l'on peut atteindre dans ces observations. Il faut tenir compte de l'avance ou du retard apparent dû à la variation de l'éclat de ces astres avec leur distance à l'observateur.

SOMOF (J.). — *Sur les vitesses virtuelles d'une figure invariable, assujetties à des conditions quelconques de forme linéaire.* (23 col.)

« M. Mannheim, dans son Mémoire intitulé *Étude sur le déplacement d'une figure de forme invariable* (²), en s'appuyant sur des théorèmes donnés par M. Chasles, a trouvé, par une voie purement géométrique, diverses propriétés intéressantes des déplacements infiniment petits ou des vitesses virtuelles d'une figure invariable, en admettant que ces déplacements soient assujettis à des conditions descriptives, capables d'être réduites à une ou à plusieurs conditions simples, savoir : « qu'un point de la figure doit se déplacer sur une surface immobile ». Or cette condition n'est pas la plus générale : elle n'est qu'un cas particulier d'une autre, qui peut être exprimée par une équation quelconque de forme linéaire, homogène par rapport aux projections sur trois axes, de la vitesse

(¹) Voir *Bulletin*, t. VI, p. 32.
(²) Voir *Bulletin*, t. I, p. 297.

de translation et de la vitesse angulaire de rotation portée sur l'axe instantané, correspondant à un mouvement quelconque que peut avoir la figure invariable.

» Dans le présent Mémoire, l'auteur donne un moyen analytique pour déterminer les vitesses virtuelles d'une figure invariable, en supposant que ces vitesses doivent satisfaire à des équations de condition de la forme générale que l'on vient de citer. Il prend en même temps en considération les propriétés des complexes linéaires de Plücker, auxquels les vitesses virtuelles d'une figure invariable sont intimement liées. »

Somof (J.). — *Note relative au moyen employé par Gauss, dans la méthode des moindres carrés, pour réduire une fonction homogène quadratique à une somme de carrés.*

Étant donnée une fonction quadratique homogène de m variables $x_1, x_2, \ldots, x_m$,

$$T = \sum a_{rs} x_r x_s, \quad (r, s = 1, 2, \ldots, m),$$

où $a_{rs} = a_{sr}$, on se propose de la réduire à la forme

$$T = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \ldots + \xi_m^2,$$

$\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m$ étant des fonctions linéaires de la forme

$$\xi_r = \sum_{s=r}^{s=m} b_{rs} x_s.$$

Il s'agit de calculer les coefficients b_{rs}, ce que fait l'auteur à l'aide des déterminants. Il retrouve ainsi, par une voie plus simple, les formules de Gauss.

Asten (E.). — *Sur la seconde apparition de la comète de Tempel* (*comète* 1867, II). (7 col.; all.)

Struve (O.). — *Observation de Procyon comme étoile double.* (5 col.; all.)

Wild (H.). — *Méthode de F.-E. Neumann, pour éviter l'erreur provenant des flexions des barres employées comme trait.* (5 col.; all.)