BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue bibliographique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 4 (1873), p. 65-71

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1873__4__65_0>

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

CASORATI (F.) : LE PROPRIETÀ CARDINALI DEGLI STRUMENTI OTTICI ANCHE NON CENTRATI. — CREMONA (L.) : LE FIGURE RECIPROCHE NELLA STATICA GRAFICA (1).

Le Mémoire de M. Casorati est partagé en deux Sections, dont chacune est subdivisée en Chapitres. Le premier Chapitre de la première Section comprend une revue des travaux publiés sur les systèmes de lentilles depuis 1840, et quelques recherches critiques sur la découverte des points nodaux dans un système centré, c'est-à-dire dans un système dans lequel tous les centres des calottes sphériques qui constituent les faces des lentilles sont en ligne droite. Le Chapitre II est consacré à une exposition étendue des propriétés des instruments d'optique, dans le cas où les centres des calottes sphériques sont en ligne droite ou fort peu éloignés d'une même droite ; cette exposition est fondée sur l'existence des six points cardinaux, et sur la propriété que les images des objets situés sur un plan normal à la droite cardinale constituent des figures semblables à celles qui sont formées par les objets et situées sur un plan normal à la droite cardinale. Les Chapitres III et IV contiennent une exposition des propriétés principales des télescopes et des méthodes qui servent à la détermination du grossissement ; l'auteur y donne les méthodes de Lagrange, de Ramsden et de Dollond, fondées sur la comparaison des dimensions, et les méthodes de Galilée, de Pouillet, de Gauss et de Porro, fondées sur la comparaison des angles : la dernière de ces méthodes n'était point encore connue, et paraît être la plus exacte.

Dans la seconde Section, l'auteur traite analytiquement le problème, et, en étudiant le parcours d'un rayon lumineux qui traverse un système optique, démontre l'existence d'une droite cardinale, c'est-à-dire telle qu'elle contient un rayon incident et le même rayon émergent, tant dans le cas théorique d'un système centré que dans le cas réel d'un système qui n'est pas exactement centré. C'est en déduisant d'une façon élégante les paramètres

(1) *Les propriétés cardinales des instruments d'optique, même quand ils ne sont pas centrés*, par F. CASORATI. — *Les figures réciproques dans la Statique graphique*, par L. CREMONA. — Milan, G. Bernardoni, 1872.

de la droite émergente de ceux de la droite incidente que l'auteur démontre l'existence de toutes les propriétés admises ou énoncées dans la première Section.

En résumé, ce Mémoire, important pour les ingénieurs et pour les fabricants d'instruments d'optique, contient dans la première Partie une exposition à peu près complète des propriétés des instruments en usage, et dans la seconde Partie la démonstration analytique de ces propriétés.

— C'est une propriété bien connue dans la Statique des systèmes de forme invariable qu'un système quelconque de forces peut se composer d'une infinité de manières différentes en une résultante et un couple, et qu'à chaque point de l'espace correspond une position particulière du plan du couple, de façon que, étant donné un système de forces, on peut faire correspondre à chaque point de l'espace un plan qui passe par ce point, et *vice versa*. M. Cremona propose d'appeler le point *pôle*, et le plan correspondant *plan polaire*. Si maintenant on s'imagine un polyèdre quelconque, et que l'on détermine les plans polaires des sommets de ce polyèdre par rapport à un système donné de forces, on aura deux polyèdres qui seront en même temps inscrits et circonscrits l'un à l'autre. Ces deux polyèdres sont dits réciproques, et les arêtes de l'un sont les droites conjuguées aux arêtes de l'autre par rapport au système de forces donné, dans le sens qu'on donne aux mots *droites conjuguées* dans la Statique. Les projections orthogonales de deux polyèdres réciproques sur un plan normal à l'axe central des forces données seront deux polygones, que l'auteur appelle réciproques, et dont la propriété principale est que les côtés homologues sont parallèles, parce que la plus courte distance de deux droites conjuguées est normale à l'axe central.

Ces définitions étant établies, l'auteur démontre que le polygone funiculaire (*Seilpolygon*) et le polygone des forces (*Kräftepolygon*), dont M. Culmann a fait usage dans son Traité : « *Die graphische Statik* », pour résoudre les problèmes de Statique quand les forces sont dans un plan, peuvent être considérés comme deux polygones réciproques, ce qui est fort utile pour la construction effective de ces diagrammes; car les côtés homologues sont parallèles. Si les forces concourent en un point, le diagramme formé par les lignes d'action des forces (supposées en équilibre) et par le polygone funiculaire peut être considéré comme la projection d'une pyramide qui a n faces latérales, tandis que le polygone des forces, avec les droites qui projettent ses sommets d'un point qui a été fixé auparavant pour construire le polygone funiculaire, peut être considéré comme la projection d'une pyramide réciproque de la première.

Si les forces ne concourent pas en un point, il faut construire deux polygones funiculaires qui correspondent à deux points o et o' du plan; dans ce cas, le diagramme formé par les deux polygones funiculaires et les lignes d'action des forces est la projection d'un solide terminé par deux polygones et des faces latérales quadrilatères; le diagramme formé par le polygone des forces et les droites qui joignent ses sommets aux deux points o et o' est la projection d'un polyèdre réciproque du premier et formé par deux pyramides dont les faces latérales se coupent deux à deux suivant un polygone gauche. En considérant sous ce point de vue les deux diagrammes, on a facilement ces deux théorèmes importants : 1° les points d'intersection des côtés homologues des deux polygones funiculaires sont sur une droite parallèle à la droite oo'; 2° la ligne d'action de la résultante d'un certain nombre de forces consécutives passe par un point qui est l'intersection des deux côtés du polygone funiculaire qui partent ou arrivent respectivement des lignes d'action des forces extrêmes.

L'auteur considère ensuite un polyèdre qui a un bord, et à ce polyèdre il joint une pyramide qui a son sommet en un point quelconque de l'espace, et pour ligne directrice le bord du polyèdre donné; la projection du polyèdre réciproque sur un plan peut être considérée comme le *schema* d'un treillis ; les projections des arêtes qui correspondent au bord de l'autre polyèdre peuvent être considérées comme les lignes d'action des forces extérieures, tandis que les projections des côtés du bord de l'autre polyèdre mesurent la grandeur de ces forces. En faisant alors éloigner jusqu'à l'infini, toujours perpendiculairement au plan des figures, le sommet de la pyramide auxiliaire, le plan correspondant dans la figure réciproque devient le plan à l'infini, et les deux diagrammes se réduisent, l'un au *schema* du treillis et aux lignes d'action des forces, l'autre à un polygone qui mesure la grandeur des forces extérieures et des efforts extérieurs. Étant donné le premier polygone, il faut, pour construire le second, tenir compte de cette règle : dans le polygone des forces extérieures doivent se suivre les côtés équivalents à des forces dont les lignes d'action appartiennent au contour d'un même polygone, lequel correspond au point d'intersection des deux côtés. Nous avons donc, pour construire les droites qui mesurent la grandeur des efforts, à construire un polygone dont les côtés sont parallèles aux côtés d'un polygone donné, étant connue seulement la grandeur de quelques-uns des côtés du polygone à construire (les côtés qui représentent les forces extérieures). L'auteur démontre qu'il est, pour cela, nécessaire de partir d'un nœud où ne concourent que deux seuls éléments du treillis, parce qu'à ce nœud correspond un triangle dont un côté est commun.

Après avoir donné une méthode pour reconnaître si un tirant du treillis est étiré ou comprimé, l'auteur passe à une série d'applications, et donne les diagrammes relatifs à un pont, à une remise de locomotives, à un pont suspendu, etc. E. P.

BACHMANN (P.), a. o. Professor an der Universität Breslau. — DIE LEHRE VON DER KREISTHEILUNG UND IHRE BEZIEHUNGEN ZUR ZAHLENTHEORIE. — Leipzig, Teubner; 1872 [1].

L'Ouvrage de M. Bachmann traite d'une théorie qui a trouvé son origine dans les belles recherches de Gauss, relatives à l'équation binôme, et publiées dans les *Disquisitiones arithmeticæ* (Section VII). Le problème suivant : *Inscrire dans un cercle un polygone régulier d'un nombre de côtés donné,* est un des plus anciens que se soient proposés les géomètres. Pythagore, Euclide ont connu la solution des cas simples de ce problème. Gauss, en introduisant dans l'étude de cette question des principes analytiques nouveaux et d'une grande importance, a seul ajouté quelque chose d'essentiel à la solution des anciens géomètres, en montrant qu'on saura diviser la circonférence en p parties égales toutes les fois que p sera un nombre pre-

---

[1] BACHMANN (P.), professeur extraordinaire à l'Université de Breslau : *Théorie de la division du cercle et ses rapports avec la théorie des nombres.* In-8°, 300 pages. Prix : 9 fr. 50.

mier, $p - 1$ étant une puissance de 2. Grâce à ces recherches, la théorie de la division du cercle est devenue, en quelque sorte, un point central, autour duquel viennent se grouper naturellement plusieurs questions importantes d'Algèbre, de Géométrie et d'Arithmétique supérieure.

On peut trouver dans l'étude de ces questions des éléments naturels d'un Cours intéressant et utile sur la Théorie des nombres. M. Stern, à Gœttingue, a pris plusieurs fois cette portion de la Théorie des nombres pour sujet de ses leçons, et M. Bachmann doit à l'obligeance de M. Kronecker la communication d'une rédaction des leçons de Jacobi sur le même sujet. Hâtons-nous de dire cependant que le Livre de M. Bachmann est une œuvre personnelle, et non la reproduction des leçons de Jacobi.

Le Livre de M. Bachmann est divisé en Leçons. Les cinq premières sont consacrées aux propriétés des racines de l'équation binôme et aux différentes démonstrations qu'on a données de l'irréductibilité de l'équation dont dépend la division du cercle. On sait que ce problème se ramène immédiatement à la résolution de l'équation aux racines primitives de l'équation binôme d'un degré donné. Cette équation est irréductible, et plusieurs démonstrations différentes ont été données de cette propriété essentielle de l'équation. L'auteur expose celles de Kronecker, d'Eisenstein, d'Arndt.

Les trois Leçons suivantes ont pour objet l'exposition de la méthode de Gauss et l'application de cette méthode à quelques exemples. Le reste de l'Ouvrage comprend les applications de cette théorie à l'étude des résidus quadratiques, de la décomposition des nombres en carrés, des résidus biquadratiques et de la loi de réciprocité pour ces résidus, des résidus cubiques et des nombres complexes, des formes quadratiques et de l'équation de Pell.

L'exposition nous a paru, en général, claire et satisfaisante, et nous ne doutons pas que l'Ouvrage soit utile aux personnes, malheureusement trop peu nombreuses, qui s'occupent de la Théorie des nombres.

WOLF (Dr RUDOLF), Professor in Zürich. — HANDBUCH DER MATHEMATIK, PHYSIK, GEODÄSIE UND ASTRONOMIE. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzstichen. — Zürich, Druck und Verlag von Friedrich Schulthess; 1869-1872 (1).

Ce Manuel est un développement du Recueil abrégé (2), publié par l'auteur il y a plusieurs années, et dont la 4e édition a paru en 1869. Le plan des deux Ouvrages est le même, à l'étendue près, et leurs tables des matières ne diffèrent que par les chiffres de la pagination; de sorte qu'en parlant du *Handbuch* nous ferons connaître en même temps le *Taschenbuch*. Cependant, outre le développement plus grand des détails, le *Manuel* présente une addition importante, celle de courtes indications historiques et bibliographiques sur les principaux auteurs qui ont traité des matières contenues dans chaque Chapitre, indications précieuses, telles qu'on les pouvait attendre d'un auteur aussi versé dans l'histoire des Sciences que M. Wolf.

Le premier Volume de l'Ouvrage est consacré aux Mathématiques et à la Physique générale. Il se divise en quatre Sections :

A. Arithmétique (comprenant l'Algèbre et le Calcul infinitésimal);

B. Géométrie (élémentaire et analytique);

C. Mécanique;

D. Physique.

On ne peut s'attendre à trouver, dans un espace aussi restreint (306 pages), un traité complet de Mathématiques pures et appliquées. L'auteur a dû se borner à donner les formules et les constructions qui sont d'un usage fréquent, principalement dans les applications astronomiques. Il en est de même des notions succinctes de Mécanique et de Physique. Ces dernières contiennent surtout les résultats et leur expression en formules; mais les nombreux renseignements bibliographiques qui les accompagnent mettent le

---

(1) WOLF (Dr R.), professeur à Zurich. — *Manuel de Mathématiques, de Physique, de Géodésie et d'Astronomie.* Avec de nombreuses figures dans le texte. — Zurich, 1869-1872; 2 vol. gr. in-8° (492-459 p.). Prix : 33 fr.

(2) *Taschenbuch für Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie.* 4. umgearbeitete Auflage mit Holzschnitten und Tabellen. — Zürich, Fr. Schulthess, 1869; 1 vol. in-18 (432 p.).

lecteur à même de compléter par ses propres recherches les indications sommaires du texte.

Dans ces indications si utiles, les noms propres sont généralement transcrits avec soin. Il faut en excepter pourtant le nom de l'illustre physicien à qui l'on doit la découverte de l'induction : M. Wolf le désigne constamment sous le nom de *Faradey*, tandis que, sur les titres de ses Mémoires, que nous avons sous les yeux et dont plusieurs portent quelques mots écrits de la main de l'auteur lui-même, nous lisons toujours *Faraday*.

Le second Volume est consacré aux différentes branches de l'Astronomie, et forme un véritable Traité pratique de cette science. Il se divise, comme le premier, en quatre sections :

E. Notions préliminaires;

F. La Terre et la Lune;

G. Le Système solaire;

H. La Constitution de l'Univers.

La section G contient quelques développements de Mécanique céleste, et l'auteur y établit les formules pour la perturbation des planètes et de la Lune.

A chacun des deux Volumes sont jointes des tables numériques et astronomiques. Nous y remarquons aussi une table historique, indiquant, en 15 pages, la date des principaux événements scientifiques depuis l'antiquité.

En terminant cet article, nous ne pouvons nous empêcher de signaler à nos lecteurs les intéressants volumes qu'a publiés M. R. Wolf sur la biographie des savants célèbres de la Suisse [1]. Nous connaissons peu de lectures plus attachantes que celle de l'histoire scientifique de ce pays privilégié, qui a donné aux Mathématiques Euler et l'illustre dynastie des Bernoulli.

J. H.

---

[1] *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz*. Zürich, 1858-1862; 4 vol. in-8°.