Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 3 (1872), p. 97-119

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1872__3__97_0>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

GYLDÉN (Dr Hugo) (1). — *Untersuchungen über die Constitution der Atmosphäre und die Strahlenbrechung in derselben.* — Deux Mémoires in-4°, 82-58 p. Saint-Pétersbourg, 1866 et 1868. (*Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg,* t. X et XII.)

Bien qu'une autre Revue scientifique (*Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft,* Leipzig, 1867 et 1870) ait déjà donné une analyse assez détaillée de ce travail, nous ne croyons pas superflu d'y appeler encore l'attention des lecteurs de ce *Bulletin,* en même temps que nous allons signaler quelques autres recherches du jeune savant finlandais.

Dans le premier Mémoire, l'auteur cherche d'abord à établir la loi suivant laquelle la température de l'air diminue quand on s'élève verticalement au-dessus de la surface terrestre. Cette diminution, étant due principalement à l'échauffement plus intense des couches inférieures de l'air par le Soleil, peut varier suivant les saisons et les heures. Elle est, en général, plus rapide pendant l'été que dans l'hiver, plus rapide le jour que la nuit. Dans l'équation qui exprime la loi de cette diminution, il faut donc distinguer deux parties : l'une qui est indépendante du temps, l'autre variable suivant des périodes annuelles ou journalières. Pour la première partie on peut toujours admettre une série de la forme

$$\frac{1+mt}{1+mt_0}=\chi=1-\beta s+\gamma s^2-\ldots,$$

où s est la hauteur au-dessus de la Terre de la couche que l'on considère, comptée sur le rayon de la même couche, t et t_0 les températures de l'air à la hauteur s et près de la Terre, et m le coefficient de dilatation de l'air. Pour déterminer les constantes β, γ, ..., l'auteur examine plusieurs séries d'observations météorologiques faites sur les Alpes ou pendant des voyages aériens. En se bornant aux trois premiers termes du développement, il trouve pour β des va-

(1) Astronome à l'Observatoire de Poulkova, à présent Directeur de l'Observatoire astronomique de Stockholm.

leurs assez concordantes, dont la moyenne est

$$\beta = 126.$$

Quant à γ, les valeurs obtenues par différentes observations varient entre 1580 et 4040; sans s'écarter de ces limites, on pourra donc poser

$$\gamma = \frac{1}{4}\beta^2 = 3969,$$

ce qui conduit à la formule simple

$$\chi = \left(1 - \frac{1}{2}\beta s\right)^2.$$

On peut considérer celle-ci comme cas particulier de la formule plus générale

$$\chi = \left(1 - \frac{1}{n}\beta s\right)^n,$$

et elle tient à peu près le milieu entre les formules qui s'en déduisent en faisant $n = 1$ et $n = \infty$, et dont la première correspond à la supposition souvent admise d'une diminution uniforme de la température. La valeur $n = 2$ adoptée ci-dessus correspond, au contraire, à une diminution décroissante, qui est, en effet, plus conforme aux observations.

Pour tenir compte des variations annuelles de la loi thermique, l'auteur substitue ensuite, au lieu de β, un coefficient périodique de la forme $\beta(1 + i)$, où i est une quantité variable avec les saisons. Les valeurs de i pour chaque mois sont déduites des observations faites en Suisse sous la direction de M. Plantamour, pendant les années 1856-1861. Le minimum, $i = -0{,}155$, a lieu vers le 1^{er} janvier, le maximum, $i = +0{,}155$, vers le 1^{er} juin.

La loi de la température est encore affectée d'une inégalité journalière, qui a cela de remarquable, qu'elle peut être très-sensible près de la Terre, mais qu'elle s'éteint rapidement lorsque s augmente. C'est pourquoi il convient de la représenter par un ou plusieurs termes de la forme

$$\varepsilon e^{-\varkappa s},$$

où ε varie avec l'heure du jour, ou plutôt avec la différence $t_0 - T_0$ entre la température vraie et moyenne (du jour) observée à la surface de la Terre. En se bornant à un seul terme de cette espèce et faisant $\varepsilon = m(t_0 - T_0)$, l'auteur fait quelques tentatives pour déterminer l'exposant $\varkappa$. Les résultats, très-divergents entre eux, ne prouvent qu'une chose, c'est que $\varkappa$ est un nombre considérable, mais difficile à fixer dans l'état actuel de la Météorologie. La détermination qui mérite le plus de confiance est celle qui résulte des observations aéronautiques de M. Glaisher, et qui donne, en moyenne,

$$\varkappa = 13500.$$

En général, les voyages aériens offrent le meilleur moyen d'étudier la loi suivant laquelle la température de l'air dépend de la hauteur, pourvu qu'on puisse toujours déterminer exactement la position du ballon. A cet effet, l'auteur propose des mesures trigonométriques prises simultanément de plusieurs endroits. La hauteur du ballon étant ainsi connue, indépendamment des observations barométriques, on pourrait mettre celles-ci à profit pour étudier directement la pression de l'air, et l'on gagnerait ainsi un élément nouveau et important pour la recherche de la constitution de l'atmosphère.

Après avoir ainsi établi la loi générale de la diminution de la température, l'auteur procède à l'évaluation de la réfraction astronomique. Nous ne le suivrons point dans les détails de ce calcul, qui est nécessairement un peu laborieux; nous dirons seulement que la solution du problème dépend essentiellement d'une intégrale de la forme

$$\Omega(\lambda, \eta) = \int_0^\infty (1+y)^\lambda e^{-\eta y} dy,$$

à l'étude de laquelle un chapitre particulier est consacré. Parmi les méthodes proposées pour l'évaluation d'une telle intégrale, la plus commode est celle qui repose sur l'emploi de certaines expressions étudiées par Kramp, et connues sous le nom de *facultés*. La forme sous laquelle la réfraction, ou plutôt son logarithme, est présenté définitivement, est modelée sur celle de Bessel; seulement elle contient un terme nouveau en i correspondant aux variations annuelles de la température. Les variations journalières sont négligées par la raison que leur influence sur la réfraction astronomique n'est guère perceptible, excepté peut-être dans le voisinage de l'horizon. A la fin l'auteur donne une Table de réfraction basée sur sa nouvelle théorie.

Dans le second Mémoire, M. Gyldén reprend, sous un point de vue plus général, la recherche analytique de la densité de l'air et de la réfraction dans leur rapport avec la distribution inégale de la température dans l'atmosphère en sens vertical. Cette fois il conserve, pour exprimer la loi normale de la température, la formule générale

$$\frac{1 + mt}{1 + mt_0} = 1 - \beta_1 s + \beta_2 s^2 - \ldots,$$

tandis que les inégalités périodiques sont représentées par des termes de la forme

$$\eta s^n e^{-\varkappa s},$$

où $\varkappa$ est une constante $\geqq 0$, n un nombre entier positif qui peut être nul, et η une fonction du temps. Cela posé, il s'agit de résoudre le problème suivant : *Étant donnée une inégalité thermique de la forme ci-dessus, trouver son influence sur la densité de l'air ainsi que sur la réfraction.* En négligeant d'abord la tension de la vapeur d'eau contenue dans l'air, le rapport des densités ρ, ρ_0, à une hauteur quelconque s et à la surface de la Terre, s'exprime par l'équation

$$\frac{\rho}{\rho_0} = e^{-\int_0^s \left(\frac{a}{l} + \frac{d\chi}{ds}\right)\frac{ds}{\chi}},$$

où a est le rayon terrestre, l une constante et $\chi = \dfrac{1 + mt}{1 + mt_0}$.

Partant de cette formule, l'auteur détermine les corrections qu'elle doit subir, soit par suite des termes périodiques ajoutés à l'expression moyenne de χ, soit pour l'humidité de l'air. (L'auteur paraît admettre que l'effet de l'humidité consiste uniquement à modifier le rapport entre la densité et la pression de l'air, mais que la présence des vapeurs d'eau dans l'atmosphère n'a pas d'autre influence sur le pouvoir réfringent de l'air atmosphérique.) En effectuant toutes les réductions, il trouve que le rapport $\frac{\rho}{\rho_0}$ peut s'exprimer par une suite de termes compris dans la forme générale $\varepsilon s^n e^{-\varkappa s}$. Cette suite étant substituée dans l'équation différentielle de la réfraction, la solution de celle-ci s'obtient au moyen d'un développement en série double, dont les coefficients successifs renferment les différentes valeurs d'une fonction

$$\frac{1}{1.2\ldots k}\int_0^1 x^i \frac{d^k[x(1-x)^k]}{dx^k} e^{-\eta x}dx,$$

que l'auteur a désignée par ν et dont il examine les propriétés essentielles. Les valeurs numériques de cette fonction pour différentes valeurs de i et de k sont calculées dans trois hypothèses différentes sur la quantité η. Du reste, il serait entièrement superflu de construire dès à présent une nouvelle Table de réfraction sur la théorie ainsi généralisée, parce que l'hypothèse particulière sur laquelle était fondée la première Table de l'auteur ne saurait guère être remplacée, pour le moment, par une autre hypothèse plus acceptable.

La dernière partie du travail est consacrée à une recherche approfondie de la réfraction terrestre. La formule de Lindhagen est établie de nouveau, mais seulement comme expression d'une loi moyenne qui a besoin d'être corrigée pour des inégalités périodiques ou accidentelles. Le moyen d'en tenir compte est indiqué en termes généraux.

Tabulæ refractionum in usum speculæ Pulcovensis congestæ. Petropoli, 1870, 39 p. in-4°.

C'est une Table très-étendue, calculée sous la direction de M. O. Struve d'après les formules calculées par M. Gyldén sur la constitution de l'atmosphère. Seulement les valeurs des constantes ont reçu de petites corrections déduites des observations de MM. Peters et Fuss. A la formule de Bessel

$$\log.\text{réfr.} = \mu + \log.\text{tang}\, z + A(B+T) + \lambda\gamma,$$

on a ajouté un terme périodique $-bi$. Les valeurs de $\mu + \log\text{tang}\, z$ sont calculées de minute en minute; celles de i sont données pour chaque mois.

Gyldén (Dr Hugo). — *Ueber eine Methode, die Störungen eines Cometen vermittelst rasch convergirender Ausdrücke darzustellen.* — (*Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg,* 1869, p. 195-231, in-4°.)

Pour faciliter le calcul des perturbations qu'éprouvent les comètes, M. Hansen a imaginé, on le sait, un nouveau principe, qu'il appelle *principe de partition,* et qui revient à considérer les coordonnées d'une comète dans différentes parties de son orbite comme fonctions de différentes variables. La variable ainsi choisie pour un intervalle plus ou moins restreint est appelée *anomalie partielle.* La distance Δ entre la comète et la planète perturbatrice devient alors fonction de cette anomalie ω, et d'une quantité c', qui est constante dans un même intervalle, mais qui varie d'un intervalle à l'autre. Cette quantité n'est autre chose que l'anomalie moyenne de la planète perturbatrice à l'époque correspondante au commencement de l'intervalle que l'on considère. En développant une puissance négative quelconque de Δ en série trigonométrique, suivant les sinus et cosinus des multiples de l'arc ω, les coefficients forment d'autres séries procédant suivant les multiples de l'arc c', et l'on peut toujours, en choisissant convenablement le nombre et la position des points de partition, augmenter à volonté la convergence d'un pareil développement. Or, M. Gyldén a trouvé un autre moyen qui rend souvent superflu l'emploi d'une partition répétée : c'est de regarder l'anomalie moyenne de la planète comme l'amplitude elliptique d'une nouvelle variable χ. Par des transformations convenables, la question principale est concentrée sur le développement des puissances négatives d'un binôme de la forme $1+f\cos(c'+F)$, où f et F sont des quantités indépendantes du temps. En substituant les valeurs

$$k^2=\frac{2f}{1+f},$$

$$\tfrac{1}{2}(c'+F)=\operatorname{am}\frac{2K}{\pi}\tfrac{1}{2}\chi,\quad (\text{mod. } k),$$

il vient

$$1+f\cos(c'+F)=(1+f)\left(\Delta\operatorname{am}\frac{2K}{\pi}\tfrac{1}{2}\chi\right)^2,$$

où K signifie l'intégrale complète de première espèce. Il s'agit dès lors de développer une expression de la forme

$$\left(\Delta\operatorname{am}\frac{2K}{\pi}\tfrac{1}{2}\chi\right)^{-n}$$

en série trigonométrique suivant les multiples de l'arc χ. M. Gyldén indique le moyen d'effectuer ce développement, et il fait voir que la série ainsi obtenue est en général bien plus convergente que celle qui procède suivant les multiples de l'argument primitif c'. Pour éclaircir par un exemple l'application de la méthode, il effectue une partie du calcul relatif aux perturbations que la comète d'Encke éprouve de la part de Jupiter.

Nous croyons que ce travail renferme le germe d'un véritable progrès de la théorie des perturbations, et qu'il mérite par cela l'attention des astronomes.

Gyldén (Dr Hugo.). — *Studien aus dem Gebiete der Störungstheorie. I. Entwicklung einiger Verbindungen elliptischer Functionen.* — Saint-Pétersbourg, 1871, 131 p. in-4°. (*Mémoires de l'Académie impériale des Sciences,* t. XVI, n° 10.)

Dans ce Mémoire, l'auteur aborde les questions analytiques auxquelles donne lieu l'introduction des fonctions elliptiques dans la théorie des perturbations. Il y traite d'abord du développement des puissances entières et positives de $\sin \operatorname{am} \frac{2K}{\pi} x$, $\cos \operatorname{am} \frac{2K}{\pi} x$, $\Delta \operatorname{am} \frac{2K}{\pi} x$ en séries trigonométriques suivant les multiples de l'arc x, et il donne des règles pour former les coefficients d'une telle série, soit par des équations récurrentes, soit par des intégrales définies. Il passe ensuite au développement de certains produits des fonctions elliptiques simples. Enfin il étudie les propriétés et les développements des fonctions $\sin n \operatorname{am} u$ et $\cos n \operatorname{am} u$. C'est un travail considérable qui a certainement exigé beaucoup d'habileté et de persévérance.

Gyldén (Dr Hugo). — *Recherches sur la rotation de la Terre.* Upsal, 1871, 21 p. in-4°. (*Mémoires de la Société royale des Sciences d'Upsal.*

L'auteur étudie, sous le point de vue analytique, l'effet que les changements des moments principaux d'inertie résultant d'une répartition modifiée des masses intérieures pourraient avoir sur la rotation de la Terre et sur la direction de son axe, dans le cas où ces changements sont très-petits.

L. Lindelöf.

ATTI dell' Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei, compilati dal Segretario. Roma, tipografia delle Scienze matematiche e fisiche ([1]).

T. XXIV; 1871.

Secchi (A.). — *Progrès des connaissances solaires obtenus à l'occasion de l'éclipse de Soleil du 22 décembre 1870.* (15 p.)

Secchi (A.). — *Sur une nouvelle méthode spectroscopique.* (3 p.)

Secchi (A.). — *Recherches solaires.* (7 p.)

Tortolini (B.). — *Sur la théorie de certaines courbes podaires.* (20 p.)

L'auteur s'occupe dans ce Mémoire de deux sortes de courbes *dérivées* d'une courbe donnée. L'une de ces courbes, lieu des projections d'un point fixe sur les tangentes à la courbe donnée, est la *podaire,* ou, suivant la dénomination proposée par W. Roberts, la *dérivée positive* de la courbe donnée. L'autre, enveloppe des perpendiculaires aux extrémités des rayons vecteurs menés d'un point fixe, est la *dérivée négative.* L'auteur étudie particulièrement les courbes des deux espèces, dérivées de l'ellipse.

Azzarelli (M.). — *Résolution des équations du* 3^e *et du* 4^e *degré au moyen de la substitution linéaire* $x = \frac{my+n}{y+1}$. (8 p.)

Cette substitution, qui fait la base de la méthode inventée par Tartaglia pour la résolution des équations du 3^e degré, s'étend aussi, comme l'a fait voir M. Tortolini (*Annali delle Scienze matematiche*, 1855), aux équations du 4^e degré. L'objet de cette Note est de montrer que la résolution des équations tant du 3^e que du 4^e degré est possible par l'emploi d'une même substitution.

Secchi (A.). — *Sur les protubérances solaires et les facules.* (12 p.)

Avec une planche coloriée.

Azzarelli (M.). — *Traité élémentaire des fonctions hyperboliques.* (26 p.)

([1]) Voir *Bulletin*, t. II. p. 19.

Secchi (A.). — *Sur la couronne solaire visible dans l'éclipse.* (12 p.)

Tortolini (B.). — *Recherches analytiques sur l'intersection d'un ellipsoïde avec un cylindre elliptique.* (9 p.)

Étude de la courbe par les deux équations

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{2cz-z^2}{c^2},\quad \frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1.$$

L'aire déterminée par cette courbe sur l'ellipsoïde s'évalue au moyen des intégrales elliptiques.

Regnani (Fr.). — *Démonstration rationnelle de l'isochronisme du pendule.* (3 p.)

Secchi (A.). — *Sur la distribution des protubérances sur le disque solaire.* (2e article.) (21 p.)

Dans ce Mémoire et dans le précédent, l'auteur établit, par des observations faites pendant trois rotations consécutives du Soleil, que dans la distribution des protubérances il existe un second maximum, à la distance de 20 ou 30 degrés des pôles. Le Mémoire est accompagné de tableaux donnant les positions, les hauteurs et les largeurs des protubérances.

Secchi (A.). — *Rapport de la Commission pour la mesure du méridien central européen dans les Etats Pontificaux.* (27 p.)

Azzarelli (M.). — *Sur le mouvement des fluides.* (9 p.)

Lorsque, dans les équations connues du mouvement d'un fluide incompressible (1), on suppose que $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$ est une différentielle exacte, l'auteur montre que $u\,dz + v\,dy + w\,dz$ est aussi une différentielle exacte. Il traite ensuite le cas du mouvement d'un fluide par couches parallèles à la direction du mouvement, et en particulier le cas où le fluide est compris entre deux parois planes convergentes.

Provenzali (F.-S). — *Recherches sur les machines électriques à influence.* (3 p.)

---

(1) Voir Duhamel, *Cours de Mécanique*, t. II, p. 284.

Astolfi (O.). — *Recherches acoustico-musicales sur le sonomètre tempéré.* (6 p.)

Secchi (A.). — *Sur la distribution des protubérances autour du disque solaire.* (3e article.) (29 p., 1 pl.)

L'auteur expose les résultats auxquels il est parvenu relativement à la circulation de l'atmosphère solaire et à la classification des protubérances. Il propose l'hypothèse d'un mouvement de l'atmosphère solaire, dirigé de l'équateur au pôle dans les régions supérieures, et du pôle à l'équateur dans les régions inférieures inaccessibles aux observations. Cette hypothèse résulte du fait que les régions équatoriales sont plus chaudes que les régions polaires. Les protubérances se divisent en quatre classes, que l'auteur désigne par les noms d'*amas*, de *gerbes* (*getti*), de *panaches* et de *nuées*.

Azzarelli (M.). — *Sur le théorème de Fagnano pour chacune des sections coniques.* (23 p.)

On peut déterminer pour l'hyperbole, comme Fagnano l'a fait pour l'ellipse, deux arcs dont la différence est rectifiable. Si AM, AM_1 sont deux arcs comptés à partir du sommet de l'hyperbole, les coordonnées du point M étant $x = a \sec\varphi$, $y = b \operatorname{tang}\varphi$, et celles du point M_1, $x_1 = a \sec\theta$, $y = b \operatorname{tang}\theta$, et si les arcs φ et θ sont liés par la relation

$$(a^2 m^2 \theta + b^2)(a^2 m^2 \varphi + b^2) = b^2 c^2,$$

où $c^2 = a^2 + b^2$, il existera, entre M et M_1, un point M_2, correspondant à $\sin^2\varphi = \frac{b}{b+c}$, et tel que l'on aura

$$M_2M_1 - M_2M = \frac{\sqrt{a^2\sin^2\varphi + b^2}}{\sin\varphi\cos\varphi} - (b+c).$$

Pour la parabole, on peut déterminer algébriquement les relations entre les coordonnées de trois points M, M_1, M_2, tels qu'en désignant par T, T_1, T_2 les points de rencontre des tangentes correspondantes avec la tangente au sommet on ait

$$M_2M - MM_1 = M_1T_1 + M_2T_2 - 2MT.$$

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

T. LXXIII.

N° 25. Séance du 18 décembre 1871.

CHASLES. — *Théorèmes relatifs aux axes harmoniques des courbes géométriques.*

Nous résumerons ici les communications faites par M. Chasles depuis la séance du 27 novembre 1871.

Les théorèmes, en très-grand nombre, dont M. Chasles donne les énoncés, se démontrent tous par le *principe de correspondance;* ils se trouvent classés par chapitres et paragraphes. Dans tous ces théorèmes, entre une courbe *unicursale* $U_{m'}$, (courbe dont les points se déterminent individuellement), sur laquelle on considère deux séries de points a et a' qui se correspondent anharmoniquement.

Chapitre I. — *On a deux séries de points, a, a', qui se correspondent sur $U_{m'}$, et l'on considère les axes harmoniques de ces points relatifs à une courbe U_m, ainsi que les pôles des tangentes ou des normales de U_m, prises pour axes harmoniques de U_m.*

§ 1. Théorèmes relatifs aux seuls points ou tangentes et normales de $U_{m'}$.

§ 2. Où l'on considère la courbe enveloppe des axes harmoniques des points de $U_{m'}$.

§ 3. Théorèmes où interviennent des éléments de la courbe U_m.

§ 4. Axes harmoniques des points de U_m, en relation avec d'autres éléments de cette courbe, points, tangentes, normales ou cordes $aa_\prime$.

§ 5. On considère les pôles des tangentes, normales ou cordes $aa_\prime$ de $U_{m'}$, regardées comme axes harmoniques.

Chapitre II. — *On considère des axes harmoniques ayant leurs pôles sur les tangentes, les normales ou les cordes aa' de $U_{m'}$.*

Chapitre III. — *On considère les axes harmoniques de U_m, auxquels donnent lieu les points ou autres éléments de $U_{m'}$, tan-*

gentes ou cordes $a a_{\prime}$, en relation avec une courbe quelconque $U_{m''}$.

Chapitre IV. — *On considère une courbe unicursale* $U_{m'}$, *et une courbe quelconque* $U_{m''}$ *dont les éléments donnent lieu à des axes harmoniques relatifs à* U_m.

Chapitre V. — *On considère les axes harmoniques de deux courbes* U_m, $U_{m'}$, *auxquels donnent lieu les éléments, points, tangentes, normales, cordes $a a_{\prime}$ d'une courbe* $U_{m'}$ *unicursale.*

Chapitre VI. — *On considère une courbe unicursale* U_m, *donnant lieu à des axes harmoniques, et deux courbes quelconques* $U_{m''}$, $U_{m'''}$.

Les diverses propriétés, classées sous ces chapitres et communiquées dans les séances des 27 novembre, 4 décembre et 18 décembre, donnent lieu à 240 énoncés environ.

Resal. — *Des conditions de résistance d'un volant.*

Haton de la Goupillière. — *Sur la transformation du potentiel par rayons vecteurs réciproques.*

M. Haton énonce le théorème général suivant : « Si l'on divise par la puissance $(n+1)$ du rayon vecteur le potentiel relatif à une loi d'attraction suivant la puissance n de la distance, le résultat transformé par rayons vecteurs réciproques est le potentiel pour la même loi d'un système matériel dérivé du précédent en transportant les centres suivant la règle des rayons réciproques, et modifiant, en outre, les masses elles-mêmes dans le rapport de l'unité à la $(n+1)^{\text{ieme}}$ puissance de leurs anciennes distances au pôle. »

Halphen. — *Sur les droites qui satisfont à des conditions données.*

Le théorème principal démontré par M. Halphen peut s'énoncer en ces termes : « Le nombre des génératrices rectilignes d'une surface réglée qui satisfont à une seule condition est égal au produit du degré de la surface par le *degré de la condition.* »

On entend par *degré de la condition* le nombre fini des droites, satisfaisant à cette condition, qui passent par un point donné et sont situées dans un plan contenant ce point.

N° 26. Séance du 26 décembre 1871.

Brioschi. — *Note sur l'équation du cinquième degré.*

Fonvielle (de). — *Explication, à l'aide de la théorie des franges, de l'apparition d'auréoles lumineuses observées dans les ascensions aérostatiques.*

T. LXXIV, 1872. (Janvier-Juin.)

N° 1. Séance du 2 janvier 1872.

Delaunay. — *Note sur les mouvements du périgée et du nœud de la Lune.*

Le mouvement direct du périgée de la Lune et le mouvement rétrograde du nœud ascendant sont dus à l'action du Soleil; le premier calcul qui avait été fait de ces deux mouvements avait donné des vitesses égales pour ces deux mouvements, tandis que l'observation assigne au premier une vitesse au moins double de celle du second.

Mais on fit disparaître cette contradiction en poussant l'approximation plus loin. Comme il y a un grand intérêt à voir comment les valeurs théoriques des moyens mouvements du périgée et du nœud de la Lune concordent de plus en plus avec celles que fournissent les observations, à mesure qu'on pousse plus loin l'approximation du calcul, M. Delaunay a entrepris de pousser l'approximation jusqu'aux termes les plus importants du 9e ordre. Réduisant ses formules en nombres, il trouve

Pour le mouvement diurne du nœud....	$-190'',7454$
Pour le mouvement diurne du périgée..	$+400'',9425$.

Ces résultats diffèrent à peine des nombres

$$-190'',633, \quad +401'',058$$

que fournissent, pour ces deux moyens mouvements, les nombreuses observations de la Lune discutées par M. Airy.

Chasles. — *Théorèmes relatifs aux axes harmoniques des courbes géométriques.*

Ce dernier Chapitre termine la série des propositions énoncées dans les numéros précédents et dont il a été déjà parlé.

Secchi (le P.). — *Deuxième Note sur la température solaire.*

Vicaire (E.). — *Sur la température et la surface solaire.*

Le P. Secchi, dans ses dernières Communications, évalue cette température à 10 000 000 de degrés au moins; M. Spörer l'avait portée à 27000, et Pouillet avait déjà trouvé des valeurs comprises entre 1461 et 1761 degrés. M. Vicaire énonce la conclusion suivante : « La température solaire est entièrement comparable à celle de nos flammes. » Et il pense qu'on ne s'avancerait pas beaucoup en affirmant qu'elle est inférieure à 3000 degrés. MM. Faye, H. Sainte-Claire Deville, Edmond Becquerel, Fizeau émettent des opinions tout à fait conformes aux conclusions précédentes.

Didion (le général). — *Expression du rapport de la circonférence au diamètre et nouvelle fonction.*

Les formules retrouvées par le général Didion ne sont pas nouvelles, comme le fait observer M. Catalan, dans une Lettre communiquée dans la séance du 15 janvier 1872; elles ont été données par Euler.

Halphen. — *Sur les droites qui satisfont à des conditions données.*

M. Halphen démontre la proposition suivante :

« Le nombre de droites qui satisfont à deux conditions doubles est égal au produit des ordres de ces conditions, augmenté du produit de leurs classes. »

L'*ordre* d'une condition double est, suivant M. Halphen, le nombre fini de droites satisfaisant à la condition double, situées dans un plan donné, et la *classe* d'une condition est le nombre de ces droites passant par un point donné.

Fonvielle (W. de). — *Explication de l'apparition d'anneaux n'offrant point la décomposition chromatique, pendant les ascensions aérostatiques.*

N° 2. Séance du 8 janvier 1872.

Rolland (E.). — *Sur les effets des variations du travail transmis par les machines et sur les moyens de les régulariser.*

Martin de Brettes. — *Sur le mouvement des projectiles oblongs dans les milieux résistants; explication des blessures produites sur les corps animés par les balles oblongues des fusils rayés.*

Janssen. — *Lettre à M. le Secrétaire perpétuel.*

M. Janssen, chargé par l'Académie de l'observation de l'éclipse centrale de Soleil du 12 décembre 1871, adresse plusieurs Lettres à M. le Secrétaire perpétuel; une d'elles, datée de Sholoor-Neelgherry, 12 décembre 1871, 10 heures du matin, se termine ainsi :

« Le résultat de mes observations à Sholoor indique, sans aucun doute, l'origine solaire de la Couronne et l'existence de matières au delà de la chromosphère. »

N° 3. Séance du 15 janvier 1872.

Delaunay. — *Variations séculaires des moyens mouvements du périgée et du nœud de la Lune.*

M. Delaunay donne pour les coefficients de t^2, dans les expressions des longitudes moyennes du périgée et du nœud de la Lune, les valeurs respectives

$$-39'',986, \quad +6'',778.$$

Faye. — *Note relative aux travaux de M.* Heis, *sur les étoiles filantes.*

Becquerel (E.). — *Rapport sur différents Mémoires de M.* W. de Fonvielle *concernant des projets d'observations à effectuer dans des ascensions aérostatiques.*

Resal (H.). — *Équations du mouvement vibratoire d'une lame circulaire.*

Janssen. — *Lettre de M. Janssen sur les conséquences principales qu'il peut, dès aujourd'hui, tirer de ses observations sur l'éclipse de décembre dernier.*

Cette Lettre est datée de Sholoor, 19 décembre 1871.

Levy (M.). — *Sur une propriété des focales des surfaces.*

M. Maurice Levy se propose de démontrer la propriété générale suivante :

Une surface quelconque et sa focale se coupent à angle droit en tous leurs points d'intersection.

La *focale* d'une surface est la ligne double de la développable circonscrite à la surface et au cercle imaginaire de l'infini; elle est aussi le lieu des centres des sphères de rayon nul, doublement tangentes à la surface proposée.

CATALAN (E.). — *Sur une Communication récente de M. le général* DIDION, *concernant une expression du rapport de la circonférence au diamètre.*

GUYOT. — *Sur un bolide observé à Nancy, le* 20 *décembre* 1871.

N° 4. Séance du 22 janvier 1872.

FAYE. — *Sur la comète d'Encke et les phénomènes qu'elle vient de présenter à sa dernière apparition.*

SECCHI (le P.). — *Sur les protubérances solaires.* (6e Lettre.)

DUBOIS (E.). — *Sur le gyroscope marin.*

BOUSSINESQ (J.). — *Lois géométriques de la distribution des pressions, dans un solide homogène et ductile soumis à des déformations planes.*

M. de Saint-Venant avait donné les équations différentielles de ce problème dans une Note insérée aux *Comptes rendus,* 7 mars 1870; M. Levy est parvenu à en obtenir des intégrales (*Comptes rendus,* 6 novembre 1871); dans la Note actuelle, M. Boussinesq en donne une solution géométrique. Voici un des principaux résultats qu'il y signale : « La condition nécessaire et suffisante pour que deux systèmes de cylindres orthogonaux puissent être isostatiques dans un corps ductile soumis à des déformations planes est que ces cylindres, convenablement espacés, découpent un plan normal à leurs génératrices en rectangles élémentaires tous équivalents. »

Lamé a désigné par le nom d'*isostatiques* les surfaces auxquelles ne sont appliquées que des actions normales.

HENRY (Prosper) et HENRY (Paul). — *Sur la construction des cartes célestes très-détaillées.*

LIAIS. — *Sur l'analyse spectrale de la lumière zodiacale et sur la couronne des éclipses.*

N° 5. Séance du 29 janvier 1872.

Serret (J.-A.). — *Mémoire sur le pendule de Léon Foucault.*

La célèbre expérience de Foucault, qui fut annoncée à l'Académie le 3 février 1851, donna lieu à un grand nombre de travaux. Après avoir fait un exposé succinct et un examen critique de ces diverses recherches, M. Serret conclut en ces termes :

« Je suis donc fondé à dire que la question du pendule de Foucault attendait une véritable solution, et j'ajoute qu'une telle solution ne saurait être obtenue qu'en prenant pour point de départ les *intégrales rigoureuses* des équations différentielles, qui se rapportent au mouvement du *pendule conique* dans le cas où l'on fait abstraction de la rotation de la Terre, et en discutant ensuite les altérations que ces intégrales doivent subir quand on veut passer du cas idéal, dont je viens de parler, au cas de la nature. En un mot, la *Méthode de la variation des arbitraires,* judicieusement appliquée, me paraît être, dans l'état actuel de l'Analyse, le seul moyen de remplir l'objet qu'on doit se proposer. La force centrifuge composée qui naît de la rotation de la Terre est très-petite, et elle peut être regardée comme étant du genre de celles qu'on nomme *perturbatrices ;* le mouvement du pendule, dans le cas de la nature, sera dès lors un *mouvement troublé,* le mouvement *non troublé* étant celui qui aurait lieu sans la rotation de la Terre. J'ai reconnu qu'en suivant la marche que je viens de tracer il était possible d'obtenir une solution aussi simple et élégante que rigoureuse, et qui servira, je l'espère, à faire disparaître les incertitudes qui restent encore à ce sujet dans l'esprit de quelques personnes. C'est cette solution que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie. »

Secchi (le P.). — *Sur la température solaire.*

Liais (E.). — *Sur les observations méridiennes absolues dans les basses latitudes de l'hémisphère austral. Disposition nouvelle prise à l'Observatoire impérial de Rio-Janeiro.*

Ledieu. — *Objections au gyroscope marin proposé par M. E. Dubois dans la séance du 22 janvier.*

Boussinesq (J.). — *Sur l'intégration de l'équation aux dérivées partielles des cylindres isostatiques produits dans un solide homogène et ductile.*

Cette Note fait suite à celle dont il a été parlé dans la séance précédente; une famille $f(x, y) = \rho$ de cylindriques isostatiques est définie par l'équation aux dérivées partielles du 2ᵉ ordre

$$(p^2 - q^2)(r - t) + 4pqs = 0,$$

ou p, q, r, s, t, désignant respectivement les dérivées $\frac{\partial \rho}{\partial x}$, $\frac{\partial \rho}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 \rho}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2}$. Après avoir pris p et q comme variables indépendantes, au lieu de x et y, et en avoir conclu

$$x = \frac{\partial \varpi}{\partial p}, \quad y = \frac{\partial \varpi}{\partial q},$$

ϖ étant une certaine fonction de p et q; puis, substituant à p et q deux autres variables indépendantes h et α, définies par les relations

$$p = h \cos \alpha, \quad q = h \sin \alpha,$$

M. Boussinesq se trouve conduit à l'équation linéaire et intégrable

$$\frac{\partial^2 \varpi}{\partial \alpha^2} = h^2 \frac{\partial^2 \varpi}{\partial h^2} - h \frac{\partial \varpi}{\partial h}.$$

Cornu et Mercadier. — *Sur les intervalles musicaux mélodiques.*

N° 6. Séance du 5 février 1872.

Dupuy de Lôme. — *Résumé de la Note sur l'aérostat à hélice, remise, en décembre 1871, à la Commission d'essai.*

Essai de l'aérostat à hélice.

M. Dupuy de Lôme avait été chargé, le 29 octobre 1870, de faire exécuter, pour le compte de l'État, un aérostat dirigeable, conçu conformément aux vues qu'il avait exposées à ce sujet à l'Académie des Sciences, dans les séances des 10 et 17 du même mois.

La première Partie de la Communication actuelle renferme la description de l'aérostat, du filet, gouvernail, nacelle, hélice, soupapes, etc.; les indications sur les dimensions principales du plan d'exécution, le poids du ballon, la nature de l'étoffe, le calcul des efforts à supporter, etc.

La seconde Partie est le récit de l'essai fait le 2 février 1872.

On doit conclure de ces expériences que les travaux de M. Dupuy de Lôme ont fait faire un progrès à la difficile question de la navigation aérienne.

RESAL (H.). — *Étude des effets mécaniques du marteau pilon américain.*

MANNHEIM (A.). — *Généralisations du théorème de Meusnier.*

L'enveloppe des plans normaux menés de tous les points d'une courbe est la surface que Monge a appelée *surface polaire;* M. Mannheim appelle *deuxième surface polaire* d'une courbe l'enveloppe des plans normaux à la première surface polaire menés suivant les génératrices de cette surface, *troisième surface polaire* la surface polaire de celle-ci, et ainsi de suite. L'*axe de courbure* d'une développable est la droite d'intersection de deux plans normaux à cette surface, menés par deux de ses génératrices infiniment voisines.

M. Mannheim donne une démonstration géométrique très-simple de la proposition générale suivante :

Lorsque des courbes tracées sur une surface ont entre elles un contact du $n^{\text{ième}}$ *ordre, leurs* $(n-1)^{\text{ièmes}}$ *polaires ont pour axes de courbure des droites passant par un même point.*

BLASERNA (P.). — *Sur l'atmosphère solaire.*

MM. FRON, SALICIS, LAUSSEDAT, CHAPELAS, CORNU, PRAZMOWSKI présentent des Communications concernant l'aurore boréale du 4 février.

N° 7. Séance du 12 février 1872.

SAINT-VENANT (DE). — *Rapport sur un Mémoire de M.* KLEITZ *intitulé :* Études sur les forces moléculaires dans les liquides en mouvement, et application à l'Hydrodynamique.

Le Rapport très-intéressant de M. de Saint-Venant sur le Mémoire de M. Kleitz n'occupe pas moins de 12 pages des *Comptes rendus;* nous ne pouvons qu'en extraire les conclusions principales :

« .... Le but principal du grand travail de M. Kleitz était d'établir les équations générales nouvelles du mouvement des liquides, eu égard à leurs frottements intérieurs, ainsi qu'aux inégalités de pression en divers sens qui en sont la conséquence, et, ensuite, de rechercher des systèmes de coordonnées courbes dont l'emploi permette d'intégrer approximativement ces équations dans un certain nombre cas. L'auteur se propose plus spécialement de calculer approximativement les circonstances du mouvement *permanent* non uniforme qui s'établit dans les canaux découverts et les rivières.

» Navier, comme on sait, en 1822, puis Cauchy et Poisson, en 1828, ont donné des équations générales du genre de celles que recherche l'auteur.

» Elles s'appliquent d'une manière tout à fait satisfaisante aux mouvements extrêmement lents des liquides et aussi à des mouvements même d'une certaine rapidité, lorsqu'ils sont très-réguliers et à variations bien continues, comme le prouvent divers faits, notamment ceux des expériences d'écoulement dans les tubes capillaires, de feu Poiseuille, qui ont été opérées avec des vitesses très-variées.

» Mais, ainsi que Navier déjà le reconnaissait, les mêmes formules ne peuvent servir aux faits des cours d'eau ordinaires, à moins, comme on l'a remarqué depuis lui, que l'on n'y fasse varier, même avec les dimensions et la forme des sections transversales, un certain coefficient auquel l'analyse de Navier et de Poisson, applicable aux seuls mouvements réguliers, attribue une valeur constante pour chaque fluide.

. . . .

» Sous le profit des observations ci-dessus, le grand Mémoire de M. Kleitz, sur les *forces moléculaires dans les liquides,* a un mérite que nous sommes heureux de reconnaître. Dans une matière si épineuse, si peu explorée, malgré le grand nombre de recherches dont elle a été l'objet, et pour laquelle les faits constatés ne sont eux-mêmes nombreux qu'en apparence, des questions simplement soulevées et nettement posées ont déjà une valeur très-réelle. On a vu d'ailleurs que M. Kleitz a mis en relief plus explicitement qu'il n'avait encore été fait le problème principal et les formules, avec un seul coefficient variable et inconnu, où sa solution devra être cherchée; qu'il est arrivé à plusieurs théorèmes remarquables; qu'il a corroboré des principes non encore reçus généralement; qu'il a perfectionné l'établissement de l'équation du mouvement permanent des cours d'eau, etc.

» Les recherches, ainsi que l'examen qu'elles provoquent, avancent de toute manière la question et montrent sur quoi les investigations devraient porter.

» Son travail et la persévérance avec laquelle il l'a poursuivi, malgré les difficultés dont le sujet est hérissé, sont dignes d'éloges. Nous proposons à l'Académie de lui en donner le témoignage et de le remercier de son intéressante Communication. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

STEPHAN (E.). — *Nébuleuses découvertes et observées à l'Observatoire de Marseille.*

PAMBOUR (DE). — *Sur la théorie des roues hydrauliques : théorie de la roue à réaction.*

BOUGAÏEF. — *Résolution d'une question numérique.*

Si $H_1(n)$ représente le nombre des entiers qui ne surpassent pas n et qui ne sont divisibles par aucun carré, on a

$$H_1(n) + H_1\left(\frac{n}{2^2}\right) + H_1\left(\frac{n}{3^2}\right) + H_1\left(\frac{n}{4^2}\right) + \ldots = n.$$

BOUSSINESQ (J.). — *Équations aux dérivées partielles des vitesses, dans un solide homogène et ductile déformé parallèlement à un plan.*

L'équation aux dérivées partielles à laquelle est conduit M. Boussinesq est la suivante :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho_1^2} = h^4 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2},$$

ρ et ρ_1 étant les paramètres des deux cylindres isostatiques et orthogonaux $f(x, y) = \rho$, $f(x, y) = \rho_1$, qui se coupent au point (x, y) ; h est une fonction ρ et ρ_1.

COMBESCURE. — *Note sur quelques points du calcul inverse des différences.*

La première Note a pour objet la détermination d'une fonction dont on se donne les différences finies partielles du 1er ordre.

Dans la deuxième Note, M. Combescure indique plusieurs simplifications qu'on apporte à la méthode suivie par Laplace pour l'intégration de l'équation aux différences mêlées :

$$\frac{dy_1}{dx} + p\frac{dy}{dx} + qy_1 + my = n;$$

p, q, m, n sont des fonctions quelconques de x; y_1 désigne ce que devient y quand on y écrit $x+1$ au lieu de x.

MANNHEIM. — *Détermination de la liaison géométrique qui existe entre les éléments de la courbure des deux nappes de la surface des centres de courbure principaux d'une surface donnée.*

Voici la propriété remarquable énoncée et démontrée par M. Mannheim :

Désignons par (S) une surface, par a un point de cette surface et A la normale de ce point. Appelons b et c les centres de courbure principaux de (S) situés sur A. Menons au point b la normale B à la nappe (B) de la surface des centres de courbure principaux de (S); de même, au point c, nous aurons la normale C à la nappe (C). Sur la normale B à la surface (B), nous aurons les centres de courbure principaux d et e, et sur C les centres de courbure principaux g et h des nappes (B) et (C). De chacun de ces points sont issues les normales D, E, G, H aux nappes de la surface des centres de courbure principaux des surfaces (B) et (C). [Les plans menés respectivement par B et par les normales D et E sont les plans des sections principales de (B); de même, les plans des sections principales de (C) sont déterminés par la droite C et les deux droites G et H.]

Au point b on mène la tangente A′ conjuguée à A par rapport à (B); en c on mène la tangente A″ conjuguée à A par rapport à (C).

Les plans (B, E) et (B, D) coupent respectivement C aux points d' et e'; les plans (C, G) et (C, H) coupent respectivement B aux points h' et g'.

Les HUIT *droites* A′, A″, B, C; dd', ee', hh', gg' *appartiennent à un même paraboloïde.*

TASTES (DE). — *Sur l'emploi des lames élastiques vibrantes comme moyen de propulsion.*

VICAIRE (E.). — *Sur la température de la surface solaire.* (Réponse au P. Secchi.)

DUBOIS (E.). — *Réponse aux objections faites par M. Ledieu à l'emploi du gyroscope marin.*

MM. VICAIRE, P. JULLIEN, GUYOT, FOUCART, NAUDIN, MARTINS, Gay, Combes, Bardy, Cheux, Lespiault, Grellois, Follie, Ducrocq, Isid. Pierre, Tremeschini, Tarry, Landes, Comte, Gautier, Rousseau, Schrader, de Touchimbert, Clarinval, de Tastes, etc., etc., envoient à l'Académie des Communications relatives à l'aurore boréale du 4 février. L. P.