

# BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

## Revue des publications périodiques

*Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*, tome 3  
(1872), p. 289-306

[http://www.numdam.org/item?id=BSMA\\_1872\\_\\_3\\_\\_289\\_0](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1872__3__289_0)

© Gauthier-Villars, 1872, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

DECIMA RIVISTA DI GIORNALI, presentata al R. Istituto Veneto, Gennajo 1870-Maggio 1871, dal prof. GIUSTO BELLAVITIS, membro effettivo del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti (Estratto dai vol. XV-XVI, serie III, degli *Atti* dell' Istituto stesso) <sup>(1)</sup>.

A une époque où ni la France, ni l'Allemagne n'avaient de publications consacrées au compte rendu et à l'analyse des différents travaux, M. le professeur G. Bellavitis, bien connu des géomètres, avait songé à combler cette lacune en publiant régulièrement, comme annexe aux *Actes* de l'Institut Vénitien, des comptes rendus plus ou moins développés des analyses des autres journaux. La *dixième Revue*, que nous avons sous les yeux, et qui d'ailleurs paraît plus étendue que les précédentes, comprend 227 pages in-8°, consacrées surtout à l'analyse des travaux d'Algèbre et de Géométrie, parus dans les différents pays. Grâce aux travaux et aux publications de M. Hoüel, le calcul des équipollences est enfin connu et apprécié en France; aussi M. de Bellavitis note-t-il avec une satisfaction bien légitime les différents articles dans lesquels des professeurs distingués appliquent les principes de ce calcul à la solution des questions d'Algèbre ou de Géométrie. Pour donner une idée des articles analysés, nous citerons les suivants :

CATALAN. — Note sur la partition des nombres. (4 p.)

LAISANT, LIONNET, BROCARD, FERMAT, FRANÇOISE (I.), TRANSON, FOURET, LANGUERRE, GENOCCHI, ERMANSKA, PICART, BAEHR, WEYR. (Questions des *Nouvelles Annales*.)

HOUSEL. — Deux figures homographiques peuvent-elles être placées de manière à devenir homologues? (*Nouvelles Annales*.)

MARSANO (G.-B.). — Sur la loi des dérivées générales des fonctions de fonctions et sur la théorie de la partition des nombres.

BELLAVITIS. — Analyse des probabilités.

---

(1) *Dixième Revue des Journaux*, présentée à l'Institut royal Vénitien (janvier 1870-mai 1871), par M. le professeur G. BELLAVITIS, Membre titulaire de l'Institut royal Vénitien des Sciences, Lettres et Arts. (Extrait des t. XV et XVI, 3<sup>e</sup> série des *Actes* de cet Institut.)

CASSANI (P.). — Sur la conique des neuf points et des neuf droites. (*Giornale di Matematiche*, 1869.)

FORTI (A.). — Tables de logarithmes.

VANTIN. — Des méthodes abrégées pour extraire les racines. (*Programme de l'École technique de Vicence*.)

MARSANO. — Note sur une question de position des nombres.

GRIFFITHS (W.-H.-B.), LEMOINE. — Sur les cercles et points remarquables du triangle. (Article suivi d'une nomenclature complète relative aux cercles des neuf points et aux questions qui s'y rattachent.)

BELTRAMI. — Recherches sur la Géométrie des formes cubiques. (*Mémoires de l'Institut de Bologne*.)

GERONO. — Propriétés d'un déterminant.

ELLIS. — Formules d'Algèbre. (*Quart. Journal*.)

VALLÈS (F.). — Des formes imaginaires en Algèbre.

ZURRIA. — Sur la surface de l'ellipsoïde à trois axes inégaux.

BETTI. — Sur les espaces à un nombre quelconque de dimensions.

Nous avons reçu aussi deux livraisons de la *undecima Rivista*; nous en rendrons compte quand le Volume sera terminé.

G. D.

---

ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, herausgegeben von  
D<sup>r</sup> O. SCHLÖMILCH, D<sup>r</sup> E. KAHL, und D<sup>r</sup> M. CANTOR <sup>(1)</sup>.

T. XVI; 1871.

HEGER (R.). — *Formules fondamentales de la Géométrie de l'espace en coordonnées homogènes* (Addition à un Mémoire précédent, t. XV du même Journal). (41 p.)

FRIEDLEIN (G.). — *Le Calcul de Victorius*. (37 p.)

Cette étude historique est le complément de travaux publiés par l'auteur au tome IX du même Journal.

WEYR (EM.). — *Sur les courbes algébriques dont les points sont en relation uniforme avec une variable*. (3 p.)

L'auteur considère les courbes pour lesquelles les coordonnées de chaque point s'expriment en fonction rationnelle d'un paramètre

---

(<sup>1</sup>) Voir *Bulletin*, t. I, p. 59.

$\lambda$ , et il fait remarquer qu'entre les trois valeurs de  $\lambda$  correspondant à trois points en ligne droite il doit y avoir une équation

$$f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 0.$$

C'est de cette équation que l'auteur déduit plusieurs propositions connues sur les tangentes doubles, les points d'inflexion de ces courbes.

SCHUBERT (H.). — *Propriétés élémentaires relatives au triangle.* (6 p.)

Il s'agit du cercle des 9 points et de questions qui s'y rattachent.

FRÖLICH (O.). — *Sur la théorie de la température terrestre.* (23 p.)

L'auteur reprend et développe les méthodes que Poisson et Tralles ont données pour déterminer cette température. Le travail se termine par la comparaison de ces deux méthodes.

WIENER (Chr.). — *Sur la rectification mécanique, aussi exacte que possible, d'un arc déterminé, comme application des principes du calcul des probabilités.* (12 p.)

KÖTTERITZSCH (Th.). — *Solution du problème général de l'électrostatique.* (21 p.)

L'auteur a développé ses recherches dans un Ouvrage dont nous rendrons compte.

THOMÆ (J.). — *Intégration de l'équation aux différences*

$$(n + \kappa + 1)(n + \lambda + 1)\Delta^2\varphi(n) + (a + bn)\Delta\varphi(n) + c\varphi(n) = 0.$$

(12 p.)

FRISCHAUF (J.). — *Théorie des faisceaux de rayons dans l'espace.* (4 p.)

AFFOLTER (G.). — *Problème de Géométrie.* (2 p.)

Étant données quatre sphères, en construire une cinquième qui coupe les quatre premières, chacune sous un angle donné.

JORDAN (W.). — *Sur l'intercalation d'un point trigonométrique dans un réseau donné de triangles, d'après la méthode des moindres carrés.* (4 p.)

STOLZ (O.). — *Développement analytique des formules fondamentales de la Trigonométrie sphérique avec une entière généralité.* (12 p.)

On sait que les formules de la Trigonométrie, telles qu'on les donne habituellement, ne s'appliquent qu'aux triangles dont les côtés sont inférieurs à 2 droits. D'un autre côté, on adopte en Géométrie analytique des conventions relatives aux signes, et qui ne forment pas toujours, avec les précédentes, un ensemble satisfaisant.

L'auteur établit, sans aucune restriction, toutes les formules, en les déduisant de la Géométrie analytique. On pourra consulter à ce sujet la *Theoria motus* de Gauss et un Ouvrage plus récent de Möbius (*Leipziger Berichte*, 1860; p. 52 et suiv.).

BACHMANN (P.). — *Sur la théorie des formes quadratiques.* (10 p.)

Exposition simple et élémentaire des propriétés importantes des formes quadratiques binaires. L'auteur renvoie fréquemment aux excellentes Leçons de Dirichlet, dont nous avons rendu compte.

MOST (R.). — *Sur l'application du Calcul différentiel à indices quelconques à l'intégration des équations différentielles.* (26 p.)

L'auteur commence par démontrer et développer les principales propositions établies par M. Liouville, et en dernier lieu par M. Grünwald (t. XII du Journal). Il fait ensuite l'application de ces propositions à la série hypergéométrique de Gauss, et à une équation plus générale d'ordre  $m$  qu'il a déjà traitée dans le tome XV du Journal.

SCHENDEL (L.). — *Sur la théorie des séries.* (17 p.)

Il s'agit de propositions présentant des analogies avec les séries de Taylor et de Maclaurin, et se rapportant à une fonction continue quelconque.

MATTHIESSEN (L.). — *Sur l'intégrale de l'équation*

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} = 0.$$

(11 p.)

MOHR. — *Sur l'échauffement des gaz par la compression et leur refroidissement par la dilatation.* (11 p.)

STEINSCHNEIDER (M.). — *Copernic, d'après le jugement de*

David Gans, astronome juif, qui a été en relation avec Tycho Brahé. (1 p.)

FRIEDLEIN. — *Addition au Mémoire sur le Calcul de Victorius.* (1 p.)

GRELLE (Fr.). — *Note sur l'intégration de la différentielle*

$$\frac{a + bx + \dots + px^n}{A + Bx + \dots + Px^n} \frac{dx}{\sqrt{\alpha + \beta x + \gamma x^2}}.$$

(3 p.)

ENNEPER (A.). — *Condition pour que trois cercles se coupent en un point.* (2 p.)

SCHLÖMILCH (O.). — *Sur la fraction continue qui représente tang z.* (2 p.)

SCHLÖMILCH (O.). — *Sur un développement en fraction continue des fonctions eulériennes incomplètes.* (2 p.)

ROSANES (J.). — *Remarques sur une équation différentielle de Jacobi.* (6 p.)

HOLZMÜLLER (G.). — *Sur la représentation logarithmique et les systèmes de courbes orthogonales qui s'en déduisent.* (12 p.)

MATTHIESSEN (L.). — *Sur les lois du mouvement et de l'aplatissement des ellipsoïdes homogènes en équilibre et sur les changements qui résultent d'une expansion ou d'une condensation.* (34 p.)

WESELY (J.). — *Solution analytique et géométrique de quelques problèmes de Photométrie, et description d'un nouveau photomètre.* (17 p.)

ENNEPER (A.). — *Remarques sur quelques théorèmes de Géométrie.* (12 p.)

Il s'agit de la construction de tangentes à des courbes décrites par le mouvement d'une figure de grandeur invariable.

WEYR (Em.). — *Sur les involutions du degré supérieur.* (1 p.)

WEYR (Em.). — *Sur les courbes rationnelles.* (2 p.)

STEINSCHNEIDER (M.). — *Sur le Speculum astronomicum d'Albert le Grand et sur les écrits qui s'y rapportent.* (40 p.)

JORDAN (W.). — *Sur le degré d'exactitude des opérations géodésiques simples.* (31 p.)

THOMAE (J.). — *Intégration d'une équation aux différences.* (12 p.)

Suite du Mémoire indiqué plus haut.

WEYR (EM.). — *Sur les normales aux courbes du second ordre.* (6 p.)

ZETZSCHE. — *Recherche des axes parallèles pour lesquels un pendule possède la même durée d'oscillation.* (3 p.)

HORNSTEIN. — *Sur la relation entre le magnétisme terrestre et la rotation du Soleil.* (1 p.)

BURMESTER (L.). — *Principes de la perspective parallèle oblique.* (12 p.)

HAMBURGER (M.). — *Sur le développement des fonctions algébriques en série.* (30 p.)

Les recherches de l'auteur se rapportent aux importants travaux de M. PUISEUX sur les fonctions algébriques.

MOHR. — *Sur les rapports de la force réfractive et de la nature chimique des corps.* (19 p.)

MOHR. — *Sur l'incombustibilité des fils d'araignée placés au foyer d'une lentille.* (2 p.)

VELTMANN (W.). — *Contribution à la théorie des déterminants.* (10 p.)

BECKER (J.-C.). — *Sur un théorème fondamental de la théorie des déterminants.* (5 p.)

Critiques adressées avec beaucoup de justesse à la plupart des auteurs sur la démonstration de ce théorème : la valeur d'un déterminant ne change pas quand on échange les lignes et les colonnes.

BECKER (J.-C.). — *Petites remarques de Géométrie.* (5 p.)

MOHR. — *Détermination de la chaleur spécifique sous volume constant, et expression de  $\frac{c}{c'}$  déduite de la théorie mécanique de la chaleur.* (1 p.)

Le *Zeitschrift* contient, en dehors des articles originaux qui précèdent, une partie très-intéressante, analogue au *Bulletin* que Terquem a publié pendant quelques années dans les *Nouvelles Annales*. Ce Bulletin contient une liste de livres nouveaux de Physique et de Mathématiques, semblable à celle que nous donnons à la fin de nos numéros. Deux fois par an, les rédacteurs publient une liste des Mémoires parus dans les années précédentes, rangés par ordre de matières, et sans compte rendu. Enfin la partie principale est consacrée aux ouvrages de Mathématiques et de Physique parus dans l'année. Citons les ouvrages suivants :

Der Inquisitionsprocess des Galileo Galilei, E. WOHLWILL. — Il Processo Galileo, GHERARDI.

Die Geometrie und die Geometer vor Euklides, BRÉTSCHNEIDER.

Die Sterblichkeit in Sachsen, F. KNAPP.

Vorschule und Anfangsgründe der descriptiven Geometrie, SCHERLING.

Lehrbuch der neueren Geometrie, STAUDIGL.

Die Hauptaufgaben der descriptiven Geometrie in stereoskopischen Figuren dargestellt, SCHLOTKE.

Ueber ein einfaches Coordinatensystem der Geraden, W. UNVERZAGT.

Die Grundzüge der graphischen Rechnens und der graphischen Statik, C. V. OTT.

Theorie der Bewegung und der Kräfte, SCHELL.

Untersuchungen über die Dioptrik der Linsensysteme, ZINKEN-SOMMER.

Die Atome und ihre Bewegungen, G. HANSEMANN.

Mathematische Geographie, HOFFMANN.

Die Spectralanalyse in ihrer Anwendung auf die Stoffe der Erde und die Natur der Himmelskörper, SCHELLEN.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE  
DES SCIENCES.

T. LXXIV, 1872. (Janvier-Juin.)

N° 15. Séance du 8 avril 1872.

SILBERMANN (J.). — *Suite au Mémoire sur les lois des marées atmosphériques et les conséquences qu'on peut en tirer au point de vue du système.*





*forces capables de déformer, avec continuité, des blocs ductiles, cylindriques, pleins ou évidés, et placés dans diverses circonstances.*

LOEWY. — *Note sur la découverte de deux nouvelles planètes* <sup>(119)</sup> *et* <sup>(120)</sup>.

Ces planètes, à peu près de la onzième grandeur, ont été découvertes, la planète <sup>(119)</sup> par M. Paul Henry, le 9 avril, à Paris; la planète <sup>(120)</sup> par M. Borrelly, le 10 avril, à Marseille.

COMBESCURE (Éd.). — *Sur un procédé d'intégration, par approximations successives, d'une certaine équation de la Plasticodynamique.*

Il s'agit de l'équation

$$4 \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)^2 = 4K^2.$$

N<sup>o</sup> 17. Séance du 22 avril 1872.

FAYE. — *Sur les études photographiques du Soleil récemment entreprises à l'Observatoire de l'Infant Don Luiz.*

SAINT-VENANT (DE). — *Sur un complément à donner à une des équations présentées par M. Levy pour les mouvements plastiques qui sont symétriques autour d'un même axe.*

Il s'agit dans cette Note de la troisième des six équations posées pour la Dynamique des solides plastiques, dans le cas où tout reste symétrique autour d'un axe fixe <sup>(1)</sup>.

Cette équation de condition ne convient que lorsque la plus grande et la plus petite des pressions normales sont dirigées l'une et l'autre dans le plan méridien du point considéré, ce qui n'a pas toujours lieu; elle doit être remplacée par une équation de condition pouvant convenir aux trois cas possibles, dont un seul a été considéré par M. Levy.

SECCHI (le P.). — *Sur quelques particularités de la constitution du Soleil.*

JORDAN (C.). — *Sur les formes réduites des congruences du 2<sup>e</sup> degré.*

---

<sup>(1)</sup> *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. XVI, 2<sup>e</sup> série, p. 308.

M. Jordan se propose de résoudre la question suivante :

« Déterminer le nombre des solutions de la congruence du 2<sup>e</sup> degré à  $m$  inconnues

$$\sum a_r x_r x_s \equiv 0 \pmod{M},$$

où  $M$  est un entier quelconque. »

VOLPICELLI (P.). — *Solution complète du problème relatif au cavalier des échecs.*

TARRY. — *Réclamation de priorité pour la théorie de l'origine solaire des aurores magnétiques.*

N<sup>o</sup> 18. Séance du 29 avril 1872.

CHASLES. — *Théorèmes relatifs aux obliques menées par les points d'une courbe sous des angles de même grandeur.*

M. Chasles présente d'abord un aperçu historique, qu'il est utile de faire connaître :

« On mène en chaque point d'une courbe  $U_m$ , d'ordre  $m$ , une oblique sous un angle de grandeur donnée, compté à partir de la tangente, dans un sens de rotation déterminé. Ces obliques, qui offrent une généralisation des normales, ont été considérées en premier lieu, il y a plus d'un siècle et demi, par Réaumur <sup>(1)</sup>. Leur courbe enveloppe a été appelée alors par Fontenelle *développée imparfaite* <sup>(2)</sup>. Réaumur démontre que le point où l'oblique d'un point  $a$  de  $U_m$  touche la courbe enveloppe est situé sur le cercle dont le diamètre est le rayon de courbure au point  $a$ ; il donne, en outre, l'expression analytique de la distance du point de contact au point  $a$ . Au commencement de ce siècle, Lancret a nommé ces courbes *développoïdes*, et en a étendu la conception aux courbes à double courbure <sup>(3)</sup>; il suppose que par tous les points d'une courbe, plane ou à double courbure, on mène des droites qui se rencontrent deux à deux consécutivement, en coupant la courbe sous un angle constant; ces droites sont les tangentes de la *développoïde*, ligne plane ou à double courbure, suivant que la proposée est elle-même

<sup>(1)</sup> *Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1709, p. 149, 185.

<sup>(2)</sup> *Histoire de l'Académie* pour 1709, p. 64

<sup>(3)</sup> *Mémoires des Savants étrangers*, t. 1, 1811, p. 1.

plane ou à double courbure. C'est principalement aux courbes à double courbure qu'est consacré ce travail, qui faisait suite à un Mémoire beaucoup plus important *Sur la théorie générale des courbes à double courbure* <sup>(1)</sup>. Je crois que, depuis cette époque, on ne trouve à citer, concernant la développée plane, qu'un travail assez récent de M. Dewulf <sup>(2)</sup>. Dans ce travail, M. Dewulf, se proposant d'abord de démontrer analytiquement deux théorèmes de Steiner concernant les normales <sup>(3)</sup>, étend ces théorèmes aux obliques. Il démontre que les obliques abaissées d'un point sur une courbe d'ordre  $m$  ont leurs pieds sur une autre courbe d'ordre  $m$ ; d'où il conclut qu'il y a  $m^2$  obliques. M. Dewulf appelle cette courbe d'ordre  $m$  *première polaire inclinée*. Il en démontre quelques propriétés.

» On voit que l'on s'est fort peu occupé des obliques de Réaumur, susceptibles cependant de donner lieu à une théorie fort étendue, comprenant particulièrement, sous un énoncé général, tout ce qu'on a trouvé successivement concernant les normales. »

M. Chasles, en abordant cette théorie, évite la complication que la double condition d'un angle de grandeur donnée et du sens de rotation dans lequel il doit être compté apporte en Analyse, en introduisant la considération du rapport anharmonique, d'après le théorème suivant :

*Les deux côtés d'un angle (A, A'), tournant autour de son sommet, rencontrent la droite de l'infini en deux points variables a, a', qui sont dans un rapport anharmonique constant  $\lambda$  avec les deux points circulaires e, f; rapport égal à  $-1$ , dans le cas de l'angle droit <sup>(4)</sup>.*

Cette conception peut se généraliser facilement et s'étendre à l'espace <sup>(5)</sup>. La théorie des obliques, grâce à la notion du rapport anharmonique et au principe de correspondance, ne présente aucune difficulté de plus que celle des normales; il y a cependant un point

<sup>(1)</sup> *Mémoires des Savants étrangers*, t. I, 1806, p. 416.

<sup>(2)</sup> *Nouvelles Annales*, t. XVIII, 1859, p. 322.

<sup>(3)</sup> *Journal de Mathématiques de Liouville*, t. XX, 1855, p. 36.

<sup>(4)</sup> *Géométrie supérieure*, 1852, p. 120.

<sup>(5)</sup> *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1866, t. V, 2<sup>e</sup> série, p. 337.

délicat, et parfois difficile : c'est la recherche et la détermination du nombre des solutions singulières.

M. Chasles énonce un très-grand nombre de théorèmes concernant cette théorie des obliques et en démontre quelques-uns, comme exemples du procédé général de démonstration.

Citons le premier de ces théorèmes :

*Si chaque tangente d'une courbe  $U_{m'}$  coupe une courbe  $U_m$  en  $m$  points, les obliques de ces points se coupent deux à deux sur une courbe de l'ordre*

$$\frac{n'}{2} [2m(m+n-1) - 3n - d'];$$

$n$  et  $n'$  sont les classes respectives des courbes  $U_m$ ,  $U_{m'}$ ;  $d'$  est le nombre des points de rebroussement de la courbe  $U_m$ .

LUCAS (F.). — *Théorèmes généraux sur l'équilibre et le mouvement des systèmes matériels.*

HÉRAUD (G.). — *Marées de la Basse-Cochinchine; détermination des ondes diurnes et semi-diurnes.*

N° 19. Séance du 6 mai 1872.

BOURGET (J.). — *Du coefficient économique dans la Thermodynamique des gaz permanents.*

Le Mémoire de M. Bourget a pour but de démontrer qu'en s'appuyant uniquement sur les lois expérimentales connues de Mariotte, Gay-Lussac, Dulong, Regnault, etc., on peut établir rigoureusement le principe du rendement théorique maximum des machines à air; de sorte qu'on peut rendre la Thermodynamique des gaz indépendante de tout principe de métaphysique.

DURRANDE (H.). — *Propriétés générales du déplacement d'une figure de forme variable.*

M. Durrande suppose qu'une figure se déplace et se déforme, de manière que les projections des vitesses des divers points soient des fonctions linéaires de leurs coordonnées; il obtient ainsi plusieurs théorèmes intéressants qui présentent une grande analogie avec plusieurs des propositions connues dans le cas du déplacement d'une figure invariable.

ESTOCQUOIS (Th. D'). — *Note sur le mouvement de l'eau dans les déversoirs.*

DONATI. — *Sur les aurores boréales.*

Réflexions sur les Notes précédentes de MM. Diamilla-Muller et Tarry.

N<sup>o</sup> 20. Séance du 13 mai 1872.

CHASLES. — *Théorèmes relatifs à la théorie des obliques d'une courbe.*

Suite de la Communication du 29 avril.

N<sup>o</sup> 21. Séance du 20 mai 1872.

LE VERRIER. — *Mémoire sur les théories des quatre planètes supérieures : Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune.*

M. Le Verrier indique en ces termes l'objet de son important travail :

« ... Les travaux que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, à diverses époques, ont montré que les mouvements de la Terre et de Vénus sont représentés par la théorie avec toute l'exactitude que comportent les observations. Mercure et Mars présentent, au contraire, des incertitudes. Les difficultés en présence desquelles on se trouvait à l'égard de ces deux dernières planètes se trouvèrent toutefois circonscrites par un examen attentif. On arriva à reconnaître que, pour tout mettre d'accord, théorie et observations, il devait suffire d'augmenter le mouvement séculaire du périhélie de Mercure et le mouvement séculaire du périhélie de Mars; ce qui impliquait qu'il existât, d'une part, dans les environs de Mercure, et, de l'autre, dans les environs de Mars, des quantités notables de matières dont on n'avait point encore connaissance. Ces déductions se sont trouvées vérifiées à l'égard de Mars; on a constaté que la matière devait être ajoutée à la Terre elle-même, la masse de notre planète ayant été estimée trop petite de  $\frac{1}{3}$  environ. La vérification n'est point encore complète à l'égard de Mercure. ... Mais la théorie de Mercure a été établie avec assez de soin, et les passages de la planète devant le Soleil fournissent des observations trop précises pour qu'on puisse douter de l'exactitude des résultats.

» Des recherches analogues sur le système des quatre grosses pla-

nètes les plus éloignées du Soleil offrirait un intérêt; elles nous fourniraient des données sur la matière encore inconnue qui pourrait se trouver dans ces parages. Il ne serait point impossible qu'on arrivât ainsi à constater l'existence de quelque planète située au delà de Neptune, et à circonscrire l'espace où les recherches devraient être tentées. En tous cas, on aurait préparé les matériaux nécessaires pour hâter les découvertes à venir.

» La première partie du travail qu'il s'agit d'effectuer consiste dans la détermination des mouvements que chacune des quatre planètes éprouve par l'action des trois autres. C'est cette première partie que je présente aujourd'hui à l'Académie. . . .

» Deux routes peuvent être suivies pour arriver à la détermination des inégalités de 1<sup>er</sup> et de 2<sup>e</sup> ordre par rapport aux masses.

» Les méthodes dites d'*interpolation*. . . , ou le développement des fonctions perturbatrices, ainsi que celui des inégalités des éléments sous une forme algébrique où on laisse à l'état d'indétermination tout ce qui varie avec le temps. . . . C'est cette seconde marche qu'il m'a paru nécessaire de suivre pour rendre à l'Astronomie un service plus sérieux. . . .

» Les deux fascicules que je présente à l'Académie comprennent les théories des perturbations de Jupiter par Uranus et par Neptune. Le suivant comprend les perturbations de Jupiter par Uranus et par Neptune. Viennent ensuite trois fascicules comprenant les perturbations d'Uranus par Jupiter, par Saturne et par Neptune. Les derniers fascicules comprennent enfin les perturbations de Neptune produites par Jupiter, par Saturne et Uranus.

SECCHI (le P.). — *Résumé des observations des protubérances solaires du 1<sup>er</sup> janvier au 29 avril.*

GUÉROULT (G.). — *Des relations qui existent entre les nombres de vibrations de sons musicaux et leurs intervalles. Règle à calcul acoustique.*

N<sup>o</sup> 22. Séance du 27 mai 1872.

RESPIGHI. — *Réponse à une Note précédente du P. Secchi sur quelques particularités de la constitution du Soleil.*

BERTON (V.). — *Sur la détermination des limites entre lesquelles*

se trouve un nombre premier d'une forme donnée. Solution élémentaire dans un cas particulier.

Ce Mémoire a pour objet la démonstration du théorème suivant :

Soit un module  $2p = a^\alpha b^\beta \dots$ , et soient  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_{2g}$  les  $(a-1)(b-1) \dots - a^{\alpha-1} b^{\beta-1} \dots$  nombres inférieurs à ce module et premiers avec lui ( $r_1 = 1, r_{2g} = 2p - 1$ ).

Si la différence  $1 - \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_{2g}} \right) = 1 - s$  est positive, entre les nombres  $x$  et  $\frac{2p(1+\varepsilon)}{(2p-1)(1-s)} x$  ( $\varepsilon$  étant une fonction des données de la question et indéfiniment décroissante lorsque  $x$  augmente), il existe au moins  $2g$  nombres premiers, chacun d'eux étant de l'une des formes différentes

$$2py + r_1, \quad 2py + r_2, \quad 2py + r_3, \dots, \quad 2py + r_{2g}.$$

CAYLEY (A.). — *Sur une surface quadratique aplatie.*

Il s'agit dans cette Note de l'intersection d'une sphère par une surface quadratique quelconque.

JORDAN (C.). — *Sur les oscillations infiniment petites des systèmes matériels.*

M. Somof, étudiant le système des équations qui déterminent les oscillations très-petites d'un système de points matériels <sup>(1)</sup>, montre que l'équation caractéristique de ce système n'a que des racines réelles, mais qu'elle peut avoir des racines égales, et que, néanmoins, si elle n'a pas de racine nulle, le temps ne figurera jamais dans l'intégrale hors des sinus et des cosinus. M. Jordan se propose d'établir très-simplement ce résultat intéressant ; le principe de sa démonstration revient à faire disparaître les rectangles des variables à la fois dans deux formes quadratiques.

RIBAUCCOUR. — *Note sur les développées des surfaces.*

D'après M. Mannheim, la développée d'une surface (A) est la surface lieu des centres de courbure principaux de la surface (A). M. Ribaucour démontre par l'analyse plusieurs théorèmes établis géométriquement par M. Mannheim <sup>(2)</sup> ; toutes ses démonstrations

<sup>(1)</sup> *Mémoires de l'Académie de Saint-Petersbourg*, 1859.

<sup>(2)</sup> *Comptes rendus*, février 1872.



ont pour point de départ la formule fondamentale suivante :

$$(1) \quad -\operatorname{tang} \theta = \frac{du \frac{\partial R_1}{\partial u} + dv \frac{\partial R_1}{\partial v} + a \xi du}{b(R_2 - R_1) dv + dv \frac{\partial g}{\partial u} \xi - du \frac{\partial f}{\partial v} \xi}.$$

On a posé

$$ds^2 = f^2 du^2 + g^2 dv^2, \quad \frac{f}{a} = R_1, \quad \frac{g}{b} = R_2,$$

$ds$  étant l'élément linéaire de (A) rapporté aux lignes de courbure,  $R_1$  et  $R_2$  désignant les rayons de courbure principaux de (A) au point A; on prend pour axes de coordonnées AX tangente à la ligne ( $\nu$ ), et AY normale à (A) en A.

Soient B et C les points où la normale en A à (A) touche les deux nappes (B) et (C) de la développée;  $\xi$  est la distance au point B d'un point M de la normale en B;  $\theta$  est l'angle que le plan tangent en M à la *normalie* déterminée par les deux points B et B' (correspondant respectivement à  $u$ ,  $v$  et  $u + du$ ,  $v + dv$ ) fait avec le plan XAY.

L'équation (1) est relative à la nappe (B) de la développée; il y en a une seconde analogue relative à la nappe (C).

N° 23. Séance du 5 juin 1872.

VILLARCEAU (Y.). — *Sur les régulateurs isochrones, dérivés du système de Watt.*

La dénomination de régulateurs *isochrones* désigne actuellement les régulateurs capables de maintenir, dans les mécanismes, une vitesse sensiblement constante, malgré l'existence de variations très-considérables dans le travail moteur ou dans le travail résistant; les régulateurs isochrones présentent deux classes distinctes: à la première appartiennent ceux qui font varier le travail résistant.

M. Villarceau établit d'abord une théorie générale, en étudiant les conditions relatives aux régulateurs isochrones et communes aux deux classes; il discute ensuite les propriétés spéciales appartenant aux régulateurs de chaque classe. M. Villarceau a fait construire un régulateur de la deuxième classe, en se conformant en tous les points aux indications de la théorie: l'expérience a parfaitement réussi et

M. Bréguet dit, en parlant de la construction du nouveau régulateur : « C'est la première fois qu'il m'est arrivé, dans ma longue carrière, de voir un projet entièrement basé sur la théorie réussir du premier coup. » (*Séance* du 10 juin, p. 1483.)

CAYLEY (A.). — *Sur les surfaces divisibles en carrés par leurs lignes de courbure.*

Voici le théorème énoncé et démontré par M. Cayley :

Soient  $\Theta$  une fonction arbitraire de  $h, k$ ; et  $x, y, z$  des fonctions de  $h, k$ , telles que

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} 2\Theta \frac{\partial^2 x}{\partial h \partial k} - \frac{\partial \Theta}{\partial h} \frac{\partial x}{\partial k} - \frac{\partial \Theta}{\partial k} \frac{\partial x}{\partial h} = 0, \\ 2\Theta \frac{\partial^2 y}{\partial h \partial k} - \frac{\partial \Theta}{\partial h} \frac{\partial y}{\partial k} - \frac{\partial \Theta}{\partial k} \frac{\partial y}{\partial h} = 0, \\ 2\Theta \frac{\partial^2 z}{\partial h \partial k} - \frac{\partial \Theta}{\partial h} \frac{\partial z}{\partial k} - \frac{\partial \Theta}{\partial k} \frac{\partial z}{\partial h} = 0, \\ \frac{\partial x}{\partial h} \frac{\partial x}{\partial k} + \frac{\partial y}{\partial h} \frac{\partial y}{\partial k} + \frac{\partial z}{\partial h} \frac{\partial z}{\partial k} = 0. \end{array} \right.$$

Si l'on élimine  $h$  et  $k$  entre les trois premières équations (1), on a, entre  $x, y, z$ , l'équation  $V = 0$  d'une surface. Les équations  $h = \text{const.}$ ,  $k = \text{const.}$ , déterminent les deux systèmes de lignes de courbure de cette surface, et, de plus, cette surface est divisible en carrés par ses lignes de courbure.

JORDAN (C.). — *Sur les lignes de faite et de thalweg.*

PAMBOUR (DE). — *Sur le frottement additionnel, dû à la charge des machines.*

BERGSMÄ. — *Observations de la déclinaison magnétique, faites à Batavia et à Buitenzorg, pendant l'éclipse de Soleil du 12 décembre 1871.*

GRAD (Ch.). — *Sur la déclinaison magnétique en Algérie.*

N° 24. Séance du 10 juin 1872.

VILLARCEAU (Y.). — *Sur le régulateur à ailettes construit par M. Bréguet.*

MARIE (M.). — *Détermination du point critique où est limitée la région de convergence de la série de Taylor.*

RIBAUCOUR (A.). — *Sur la théorie des lignes de courbure.*

M. Ribaucour se propose de déterminer *a priori* tous les cas où l'intégration de l'équation des lignes de courbure peut être effectuée d'une manière explicite.

N° 25. Séance du 10 juin 1872.

SECCHI (le P.). — *Réponse aux observations présentées par M. Respighi sur quelques particularités de la constitution du Soleil.*

ROGER (E.). — *Théorie des phénomènes capillaires.* (3<sup>e</sup> Mémoire.)

COMBESCURE (Éd.). — *Sur un point de la théorie des surfaces.*

M. Combescure établit que, si  $x, y, z$  sont les coordonnées d'un point quelconque d'une surface, regardées comme des fonctions de deux paramètres arbitraires  $\alpha$  et  $\beta$ , il y a une relation entre les deux quantités

$$l^2 = \frac{\partial x^2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial y^2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial z^2}{\partial \alpha^2}, \quad m^2 = \frac{\partial x^2}{\partial \beta^2} + \frac{\partial y^2}{\partial \beta^2} + \frac{\partial z^2}{\partial \beta^2},$$

lorsque  $\alpha = \text{const.}$  et  $\beta = \text{const.}$  sont respectivement les lignes de courbure de la surface considérée; et, à cette occasion, il a fait remarquer que la fonction  $\Theta$ , qui entre dans les équations de M. Cayley (*séance* du 3 juin), n'est pas tout à fait arbitraire.

GENOCCHI (A.). — *Sur l'intensité de la chaleur du Soleil dans les régions polaires.*

En présentant à l'Académie un résumé des recherches qu'il a faites sur cette question et qui ont été développées dans les *Bulletins de l'Institut Lombard*, 8 février 1872, M. Genocchi réfute plusieurs assertions émises par Plana <sup>(1)</sup>.

---

(<sup>1</sup>) On sait que plusieurs personnes avaient cru voir dans les formules de Plana une démonstration par le calcul de l'existence d'une mer libre au pôle.