

# BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

L. PAINVIN

## Sur la théorie des caractéristiques

*Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*, tome 3  
(1872), p. 155-159

[http://www.numdam.org/item?id=BSMA\\_1872\\_\\_3\\_\\_155\\_0](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1872__3__155_0)

© Gauthier-Villars, 1872, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## MÉLANGES.

## SUR LA THÉORIE DES CARACTÉRISTIQUES;

PAR M. L. PAINVIN.

1. Une courbe d'ordre  $m$  est déterminée par  $\left[ \frac{(m+1)(m+2)}{2} - 1 \right]$  conditions; il y aura donc un nombre infini de courbes d'ordre  $m$  satisfaisant à  $\left[ \frac{(m+1)(m+2)}{2} - 2 \right]$  conditions distinctes; l'ensemble de ces dernières courbes forme un *faisceau*. Parmi toutes les courbes du faisceau, il y en a un certain nombre,  $\mu$ , qui passent par un point arbitrairement choisi; il y en a un autre nombre,  $\nu$ , qui touchent une droite arbitrairement choisie; les *deux* nombres  $\mu$  et  $\nu$  ont été appelés les *caractéristiques* du faisceau.

Une surface d'ordre  $m$  est déterminée par

$$\left[ \frac{(m+1)(m+2)(m+3)}{1.2.3} - 1 \right]$$

conditions; il y aura un nombre infini de surfaces d'ordre  $m$  satisfaisant à  $\left[ \frac{(m+1)(m+2)(m+3)}{1.2.3} - 2 \right]$  conditions distinctes; l'ensemble de ces dernières surfaces forme un *faisceau*. Parmi les surfaces du faisceau, il y en a  $\mu$  passant par un point arbitrairement choisi,  $\nu$  touchant un plan et  $\rho$  touchant une droite; les *trois* nombres  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\rho$  sont dits les *caractéristiques* du faisceau.

2. La *théorie des caractéristiques*, créée par M. Chasles, n'a que quelques années d'existence, et déjà elle a donné à la Science des faits nombreux, des résultats importants; elle a rendu à la Géométrie de grands services et apporté à l'Algèbre un concours inespéré. Mais il y a encore beaucoup à faire, un grand nombre de questions délicates restent à élucider; l'application aux courbes et aux surfaces d'ordre supérieur commence à peine.

Ajoutons une remarque importante. Les caractéristiques des *systèmes élémentaires* pour les courbes et les surfaces du 2<sup>e</sup> ordre ont été déterminées en s'appuyant sur des considérations géométriques. Or, lorsqu'on veut les déduire d'un calcul direct, il arrive

dans beaucoup de cas, principalement pour les surfaces, qu'on se trouve en présence de difficultés considérables. Nous pensons qu'il y aurait un très-grand intérêt à surmonter ces difficultés, car on serait inévitablement conduit, soit à des propriétés nouvelles relatives à l'élimination, soit à des représentations analytiques nouvelles.

Nous croyons que la théorie des caractéristiques est appelée à jouer un rôle important et qu'elle devra exercer la plus heureuse influence sur l'Algèbre et la Géométrie. Par conséquent, nous ferons une chose utile en donnant ici l'indication des divers travaux qui se sont produits dans ce sens et qui se rattachent, par des liens plus ou moins étroits, à ce genre de questions. Nous adopterons l'ordre chronologique, et nous rangerons parmi ces travaux ceux qui ont précédé la création de la théorie des caractéristiques et ont, pour ainsi dire, déposé le germe qui a été si heureusement fécondé.

## 1861.

JONQUIÈRES (DE). — *Solutions de quelques questions générales concernant les courbes planes algébriques.*

(*Journal de Crelle*, T. 59, p. 313. *Journal de Liouville*, T. VI, 2<sup>e</sup> Série, p. 113.)

## 1864.

CHASLES. — *Caractéristiques dans les coniques.*

(*Comptes rendus*, T. LVIII, 1<sup>er</sup> semestre, 1864, p. 222, 297, 425, 1167.)

JONQUIÈRES (DE). — *Propriétés diverses des systèmes de courbes d'ordre quelconque et de surfaces d'ordre quelconque.*

(*Comptes rendus*, T. LVIII, 1<sup>er</sup> semestre, 1864, p. 535, 567.)

CHASLES. — *Caractéristiques dans les coniques.*

(*Comptes rendus*, T. LIX, 2<sup>e</sup> semestre, 1864, p. 7, 93, 209, 345.)

CAYLEY. — *Sur les coniques qui touchent des courbes d'ordre quelconque.*

(*Comptes rendus*, T. LIX, 2<sup>e</sup> semestre, 1864, p. 224.)

CREMONA. — *Sur le nombre des coniques qui satisfont à des conditions doubles.*

(*Comptes rendus*, T. LIX, 2<sup>e</sup> semestre, 1864, p. 776.)

## 1865.

CHASLES. — *Système de coniques qui satisfont à sept conditions dans l'espace.*

(*Comptes rendus*, T. LXI, 2<sup>e</sup> semestre, 1865, p. 389.)

JONQUIÈRES (DE). — *Propriétés des systèmes de surfaces d'ordre quelconque.*

(*Comptes rendus*, T. LXI, 2<sup>e</sup> semestre, 1865, p. 440.)

JONQUIÈRES (DE). — *Note sur les systèmes de courbes de surfaces et sur certaines formules qui s'y rattachent.*

(*Journal de Liouville*, T. X, 2<sup>e</sup> série, 1865, p. 412.)

ZEUTHEN. — *Nouvelles contributions à la théorie des systèmes de coniques* (1).

(Thèse en danois, 1865.)

## 1866.

CHASLES. — *Relations entre les deux caractéristiques d'un système de courbes d'ordre quelconque.*

(*Comptes rendus*, T. LXII, 1<sup>er</sup> semestre, 1866, p. 325.)

CHASLES. — *Caractéristiques des systèmes élémentaires des surfaces du 2<sup>e</sup> ordre.*

(*Comptes rendus*, T. LXII, 1<sup>er</sup> semestre 1866, p. 405.)

CHASLES. — *Propriétés des courbes unicursales.*

(*Comptes rendus*, T. LXII, 1<sup>er</sup> semestre, 1866, p. 579, 1354.)

ZEUTHEN. — *Addition à la théorie des systèmes de coniques.*

(*Comptes rendus*, T. LXII, 1<sup>er</sup> semestre 1866, p. 177.)

JONQUIÈRES (DE). — *Essai d'une théorie des séries et des réseaux de courbes et de surfaces.*

(*Comptes rendus*, T. LXII, 1<sup>er</sup> semestre, 1866, p. 293, 349.)

CAYLEY. — *Sur les coniques déterminées par cinq conditions d'intersection avec une surface donnée.*

(*Comptes rendus*, T. LXIII, 2<sup>e</sup> semestre, 1866, p. 9.)

---

(1) *Nyt Bidrag til Læren om Systemer af Keglesnit, der ere underkastede 4 Betingelser.*

JONQUIÈRES (DE). — *Sur une théorie générale des séries de courbes et de surfaces algébriques.*

(*Comptes rendus*, T. LXIII, 2<sup>e</sup> semestre, 1866, p. 214, 386, 551, 600.)

JONQUIÈRES (DE). — *Détermination du nombre des courbes qui ont un contact d'ordre donné avec une courbe d'ordre  $m$ , etc.*

(*Comptes rendus*, T. LXIII, 2<sup>e</sup> semestre, 1866, p. 423, 485, 522.)

CAYLEY. — *Notes sur quelques-unes des formules de M. de Jonquières.*

(*Comptes rendus*, T. LXIII, 2<sup>e</sup> semestre, 1866, p. 666, 670.)

CHASLES et JONQUIÈRES (DE). — *Discussion relative à la question de priorité.*

(*Comptes rendus*, T. LXIII, 2<sup>e</sup> semestre, 1866, p. 793, 816, 870, 874, 907, 954.)

JONQUIÈRES (DE). — *Mémoire sur les courbes multiples, etc.*

(*Journal de Crellé*, T. 66, 1866, p. 289.)

ZEUTHEN. — *Nouvelle méthode pour déterminer les caractéristiques des systèmes de coniques.*

(*Nouvelles Annales*, 1866, T. VI, 2<sup>e</sup> Série, p. 241, 289, 385, 433, 481, 529.)

### 1867.

CHASLES. — *Sur les systèmes de courbes d'ordre quelconque.*

(*Comptes rendus*, T. LXIV, 1<sup>er</sup> semestre, 1867, p. 799, 1079.)

CAYLEY. — *Sur les courbes qui satisfont à des conditions données. Deux Mémoires. (69 et 18 p.)*

(*Philosophical transactions of the Royal Society of London*, T. CLVII, 1867.)

### 1868.

DARBOUX. — *Sur les caractéristiques des systèmes de coniques, etc.*

(*Comptes rendus*, T. LXVII, 2<sup>e</sup> semestre, 1868, p. 1333.)

JONQUIÈRES (DE). — *Propriétés des réseaux de courbes et de surfaces algébriques.*

(*Comptes rendus*, T. XLVII, 2<sup>e</sup> semestre, 1868, p. 1338.)

ZEUTHEN. — *Sur la détermination des caractéristiques des surfaces du 2<sup>e</sup> ordre.*

(*Nouvelles Annales*, T. VII, 2<sup>e</sup> série, 1868, p. 385.)

1869.

SCHUBERT. — *Sur la théorie des caractéristiques.*

(*Journal de Crelle*, T. 71, 1869, p. 366.)

1871.

CHASLES. — *Propriétés des séries de coniques relatives à certaines séries de normales.*

(*Comptes rendus*, T. LXXII, 1<sup>er</sup> semestre, 1871, p. 419.)

CHASLES. — *Propriétés des systèmes de coniques, dans lesquelles se trouvent des conditions de perpendicularité.*

(*Comptes rendus*, T. LXXII, 1<sup>er</sup> semestre, 1871, p. 487.)

CHASLES. — *Théorèmes divers concernant les systèmes de coniques représentées par deux caractéristiques.*

(*Comptes rendus*, T. LXXII, 1<sup>er</sup> semestre, 1871, p. 511.)

ZEUTHEN. — *Note sur les quadriques polaires.*

(*Annali di Matematica*, T. IV, 1871, p. 331.)

SCHUBERT. — *Sur la théorie des caractéristiques.*

(*Journal de Crelle*, T. 73, 1871, p. 96.)

MAILLARD. — *Recherches des caractéristiques des systèmes élémentaires des courbes planes de 3<sup>e</sup> ordre.*

(Thèse pour le doctorat; juillet 1870.)

1872.

ZEUTHEN. — *Détermination des caractéristiques des systèmes élémentaires de cubiques.*

(*Comptes rendus*, T. LXIV, 1<sup>er</sup> semestre, 1872, p. 604.)

---