

# *Astérisque*

AST

**Colloque d'analyse complexe et géométrie - Marseille,  
janvier 1992 - Pages préliminaires**

*Astérisque*, tome 217 (1993), p. 1-8

<[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1993\\_\\_217\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1993__217__1_0)>

© Société mathématique de France, 1993, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**217**

**ASTÉRISQUE**

**1993**

**COLLOQUE D'ANALYSE COMPLEXE  
ET GÉOMÉTRIE**

**MARSEILLE, 13 - 17 janvier 1992**

**Organisateurs : B. Coupet, J. Détraz, G. Dloussky**

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

**Classification A.M.S. :**

32-06

32A-27

32C-10

32E - 30

32F-10

32F-15

32F-20

32H

## Table des matières

	page
<b>Introduction</b> . . . . .	3
<b>Résumés des exposés</b> . . . . .	5
<b>1. AMAR Eric</b>	
<i>A problem of ideals.</i> . . . . .	9
<b>2. BERTELOOT François</b>	
<i>Un principe de localisation pour les domaines faiblement pseudoconvexes de <math>\mathbb{C}^2</math> dont le groupe d'automorphismes holomorphes n'est pas compact.</i> .	13
<b>3. BLEL Mongi</b>	
<i>Sur le cône tangent associé à un courant positif fermé.</i> . . . . .	29
<b>4. BOUTET DE MONVEL Louis &amp; IORDAN Andrei</b>	
<i>Sur les feuilletages <math>\mathbb{C}</math>-tangents des sous-variétés du bord d'une variété complexe.</i> . . . . .	39
<b>5. CYNK Slawomir</b>	
<i>Representations of Nash functions.</i> . . . . .	53
<b>6. DERRIDJ Makhlouf &amp; TARTAKOFF David</b>	
<i>Analyticité microlocale pour <math>\square_b</math> dans des domaines pseudoconvexes découplés.</i> . . . . .	75
<b>7. DOLBEAULT Pierre</b>	
<i>Sur la théorie des résidus en plusieurs variables.</i> . . . . .	85
<b>8. DUVAL Julien</b>	
<i>Surfaces convexes dans un bord pseudoconvexe.</i> . . . . .	103
<b>9. HANGES Nicholas &amp; TREVES François</b>	
<i>On the local holomorphic extension of CR functions.</i> . . . . .	119

<b>10. KATO Masahide</b>	
<i>Geometric structures and characteristic forms..</i>	139
<b>11. LAURENT–THIEBAUT Christine &amp; LEITERER Jürgen</b>	
<i>Uniform estimates for the Cauchy–Riemann equation on <math>q</math>-concave wedges.</i>	151
<b>12. LUPACCIOLU Guido</b>	
<i>On the envelopes of holomorphy of strictly Levi–convex hypersurfaces.</i>	183
<b>13. OELJEKLAUS Karl</b>	
<i>On the automorphism group of certain hyperbolic domains in <math>\mathbb{C}^2</math>.</i>	193
<b>14. ROSAY Jean–Pierre</b>	
<i>Straightening of arcs.</i>	217
<b>15. SHAW Mei–Chi</b>	
<i>Semi–global existence theorems of <math>\bar{\partial}_b</math> for <math>(0, n - 2)</math> forms on pseudo–convex boundaries in <math>\mathbb{C}^n</math>.</i>	227
<b>16. VIGUE Jean–Pierre</b>	
<i>Le lemme de Schwarz et la caractérisation des automorphismes analytiques.</i>	241
<b>17. ZAIDENBERG Mikhail</b>	
<i>An analytic cancellation theorem and exotic algebraic structures on <math>\mathbb{C}^n</math>, <math>n \geq 3</math>.</i>	251
<b>Exposés non publiés</b>	283
<b>Liste des participants</b>	285
<b>Abstract</b>	287

## Introduction

Ce volume contient les contributions de certains des participants au Colloque d'Analyse Complexe et Géométrie qui s'est tenu au Centre International de Rencontres Mathématiques à Marseille du 13 au 17 janvier 1992.

Ce colloque a réuni des spécialistes de différents domaines de l'analyse et géométrie complexe, d'une part pour faire l'état de la question et d'autre part pour mettre en évidence les liens indissociables entre les aspects "analytiques" et "géométriques". De plus, la "rigidité" des objets holomorphes donne une spécificité à ces objets, et fait du problème de leur prolongement une question centrale. L'exemple du domaine pseudoconvexe de Kohn et Nirenberg sans fonction support, les estimations sous-elliptiques, les invariants de Chern-Moser et le prolongement des applications holomorphes ou méromorphes à valeurs dans des variétés, en sont quelques illustrations.

Quelques conférences plénières ont fait une présentation synthétique de certains thèmes: résidus, problème du  $\bar{\partial}$ -Neuman, problèmes de prolongement et analyticité séparée, prolongement des fonctions de Cauchy-Riemann; les autres ont permis aux conférenciers de présenter leurs résultats récents. Elles ont aussi montré les liens de l'analyse complexe avec les autres domaines des mathématiques: topologie, équations aux dérivées partielles, géométrie différentielle..

Ce colloque a bénéficié du soutien du Ministère de l'Education Nationale, du Ministère de la Recherche et de la Technologie, de la Société Mathématique de France, de l'Université d'Aix-Marseille I et de l'Unité de Recherche Associée 225 du CNRS. Nous tenons à remercier par ailleurs les collectivités locales (Conseil régional de la région PACA, Conseil Général des Bouches du Rhône et Ville de Marseille) pour le soutien qu'elles nous ont apporté.

Enfin nous remercions le CIRM, grâce auquel cette semaine a pu être aussi fructueuse en échanges scientifiques qu'agréable.

B. Coupet, J. Détraz, G. Dloussky



## Résumés des exposés

E. AMAR : *A problem of ideals.*

We study a special case of the Corona Problem ; let  $\Omega$  a bounded domain in  $\mathbb{C}^n$  and  $f_1, f_2$  two holomorphic functions in  $\Omega$  such that  $f_1$  is continuous in  $\overline{\Omega}$ ,  $f_2$  is bounded in  $\Omega$  and  $|f_1| + |f_2| \geq \delta > 0$ .

Then we prove that there are  $g_1, g_2$  holomorphic and bounded in  $\Omega$  so that  $f_1g_1 + f_2g_2 = 1$  for some domains including the strictly pseudo-convex ones, the polydisc, the domains of finite type in  $\mathbb{C}^2$ .

We study also the case of stronger regularity assumptions as  $C^k$  and we obtain similar results.

F. BERTELOOT : *Un principe de localisation pour les domaines faiblement pseudoconvexes de  $\mathbb{C}^2$  dont le groupe d'automorphismes holomorphes n'est pas compacts.*

Nous caractérisons les domaines bornés de  $\mathbb{C}^2$  dont la frontière est pseudoconvexe et de type fini au voisinage d'un point adhérent à une orbite du groupe d'automorphismes analytiques.

M. BLEL : *Sur le cône tangent associé à un courant positif fermé.*

Soit  $K_p$  l'ensemble des courants positifs fermés coniques de bidegré  $(p, p)$  sur  $\mathbb{C}^n$  et  $\nu_T(0) = 1, \forall T \in K_p$ . On démontre que si  $M$  est une partie fermée connexe de  $K_p$ , il existe un courant positif fermé  $T$  tel que  $M$  soit l'ensemble des valeurs limites de la famille  $((h_r)^*T)_{r>0}$ . Dans la deuxième partie on donne une condition nécessaire et suffisante relative à la mesure trace du courant pour l'existence du cône tangent dans le cas des courants de type  $(p, p)$  avec  $p = 1$  ou  $n - 1$ .

L. BOUTET DE MONVEL & IORDAN A. : *Sur les feuilletages  $\mathbb{C}$ -tangents des sous-variétés du bord d'une variété complexe.*

On étudie les sous-variétés  $\mathbb{C}$ -tangentes du bord d'un domaine de  $\mathbb{C}^n$  dont la forme de Levi est non-dégénérée en utilisant la structure de contact du bord. En particulier dans le cas strictement pseudoconvexe on caractérise en termes de la

forme de Levi les sous variétés du bord qui admettent un feuilletage  $\mathbb{C}$ -tangent de codimension 1.

S. CYNK : *Representations of Nash functions.*

In the paper, representations of Nash functions on continua in  $\mathbb{C}^m$  as an integral of rational functions in  $\mathbb{C}^{m+1}$  are given. As a consequence we get a characterization of Nash functions in  $\mathbb{C}^m$  in terms of diagonal of rational functions in  $\mathbb{C}^{m+1}$ .

M. DERRIDJ & D. TARTAKOFF : *Analyticité microlocale pour  $\square_b$  dans des domaines pseudoconvexes découplés.*

Dans ce travail, où on étudie le problème de l'analyticité locale pour  $\square_b$  sur des hypersurfaces pseudoconvexes près de 0, du type "découplé par blocs", les estimations dites semi-maximales (qui sont valides dans le cas de (0,1) formes, lorsque tous les blocs sont de taille  $\geq 2$ ) ne sont plus satisfaites lorsque un au moins des blocs est de taille 1. On est alors amené à travailler microlocalement, cadre dans lequel des estimations semi-maximales sont satisfaites, ce qui permet d'avoir en même temps un résultat microlocal, donc plus fin.

P. DOLBEAULT : *Sur la théorie des résidus en plusieurs variables.*

Après un rappel de la situation en une variable et des définitions les plus faciles à décrire, on indique une interprétation de morphismes en homologie et en cohomologie à l'aide des courants résiduels et les relations de ces courants avec les résidus composés. Des résultats récents sur la structure des courants résiduels sont aussi indiqués. Enfin quelques problèmes sont posés et d'autres approches sont mentionnées.

J. DUVAL : *Surfaces convexes dans un bord pseudoconvexe.*

Etant donnée une surface dans un bord  $\partial D$  strictement pseudoconvexe, on montre que l'enveloppe – pour les fonctions holomorphes près de  $D$  – de la surface est en un sens transverse à  $\partial D$ . On en déduit des résultats de convexité de telles surfaces généralisant ceux de B. Jöricke, F. Forstneric et E.L. Stout.

N. HANGES & F. TREVES : *On the local holomorphic extension of CR functions*

The article surveys recent results, and discusses a few unsolved problems, on the question of the local holomorphic extension of CR functions defined on a generic submanifold of complex space.

M. KATO : *Geometric structures and characteristic forms.*

On complex manifolds, we can consider various holomorphic geometric structures such as affine structures, projective structures and conformal structures. Introducing new characteristic forms defined by projective Weyl curvature tensors, we shall prove formulae which relate them with Chern forms. As byproducts,

we obtain relations among Chern classes on complex manifolds with such geometric structures. Some of them give refinements of results by R. Gunning, S. Kobayashi and T. Ochiai.

C. LAURENT–THIEBAUT & J. LEITERER : *Uniform estimates for the Cauchy–Riemann equation on  $q$ -concave wedges.*

We study the  $\bar{\partial}$ -equation with Hölder estimates in  $q$ -concave wedges of  $\mathbb{C}^n$  by means of integral formulas.

If  $(E, D)$  is a  $q$ -concave wedge in  $\mathbb{C}^n$ , we denote by  $\xi$  a point in  $E$ . Then for each  $(n, r)$ -closed form  $f$  in  $D$ ,  $1 \leq r \leq q - N$ , such that  $d^\beta f$  is bounded for some  $\beta$ ,  $0 \leq \beta < 1$ , we get a solution  $g$  of the equation  $\bar{\partial}g = f$  on a smaller domain  $D \cap B(\xi, R)$ , such that, for all  $\varepsilon > 0$ ,  $d^{\beta-1/2+\varepsilon}g$  is bounded if  $\beta \geq 1/2$  and  $g$  is Hölder continuous with exponent  $1/2 - \beta - \varepsilon$  if  $\beta < 1/2$ . Moreover, if  $q - N \geq 0$ , every holomorphic function on  $D$  extends holomorphically to a neighborhood of  $\xi$ .

G. LUPACCIOLU : *On the envelopes of holomorphy of strictly Levi-convex hypersurfaces.*

We consider the question of describing the envelope of holomorphy of a relatively open part of the boundary of a strongly pseudoconvex domain. In the two-dimensional case a complete answer to this question is known ; moreover it is known what are, in every dimension  $n \geq 2$ , the necessary and sufficient conditions for the envelope to be the whole domain. Here we prove a theorem that establishes, for general  $n \geq 2$ , the necessary and sufficient conditions for the envelope to be the complement of a given compact set. The theorem generalizes the previously known results and provides further information on this subject.

K. OELJEKLAUS : *On the automorphism group of certain hyperbolic domains in  $\mathbb{C}^2$ .*

We investigate domains  $\Omega = \{\operatorname{Re} w + Q(z, \bar{z}) < 0\}$  in  $\mathbb{C}^2$ , where  $Q$  is a subharmonic and non-harmonic polynomial. The holomorphic equivalence of domains is characterized in terms of the defining polynomials. In the case that  $\dim_{\mathbb{R}} \operatorname{Aut}(\Omega) \geq 2$ , we give canonical defining polynomial and we list all possible  $\operatorname{Aut}(\Omega)$ .

J.P. ROSAY : *Straightening of arcs.*

Any smooth arc  $\Gamma$  in  $\mathbb{C}^n$  is polynomially convex and one can approximate any continuous function on  $\Gamma$  by polynomials. Our goal is to show that if  $n \geq 2$ , under a global biholomorphic change of variables, an arc can always be “straightened” (approximatively mapped to a line segment). This makes polynomial convexity and polynomial approximation trivial, unfortunately we need to use polynomial convexity in our proof.

M.S. SHAW : *Semi-global existence theorems of  $\bar{\partial}_b$  for  $(0, n - 2)$  forms pseudo-convex boundaries in  $\mathbb{C}^n$ .*

Let  $M$  be a pseudo-convex hypersurface of finite type in  $\mathbb{C}^n$ ,  $n \geq 3$ , and  $\omega$  be an open subset in  $M$  such that the boundary of  $\omega$  is the transversal intersection of  $M$  with a Levi-flat hypersurface  $M_0$ . We proved the semi-global existence theorems of the tangential Cauchy-Riemann equations  $\bar{\partial}_b$  on  $\omega$  for  $\bar{\partial}_b$ -closed  $(0, n - 2)$  forms satisfying an additional compatibility condition.

J.P. VIGUÉ : *Le lemme de Schwarz et la caractérisation des automorphismes analytiques.*

Le résultat essentiel de cet article est le suivant : soit  $D$  la boule-unité ouverte de  $\mathbb{C}^n$  pour une norme  $\|\cdot\|$  telle que la frontière  $\partial D$  de  $D$  soit une sous-variété analytique réelle de  $\mathbb{C}^n$ . Si  $f : D \rightarrow D$  est une application holomorphe telle que  $f(0) = 0$ , et s'il existe un ouvert  $U$  non vide tel que, pour tout  $z \in U$ , on ait  $\|f(z)\| = \|z\|$ , alors  $f$  est un automorphisme linéaire de  $D$ .

M. ZAINDENBERG : *An analytic cancellation theorem and exotic algebraic structures on  $\mathbb{C}^n$ .*

A construction of a series  $\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$  of topologically contractible smooth complex affine algebraic surfaces of log-general type is presented. By an idea due to C.P. Ramanujam (1971), for each  $n \geq 3$  this gives a series of exotic  $\mathbb{C}^n$ , the affine manifolds  $X_i \times \mathbb{C}^{n-2}$ , diffeomorphic but not biholomorphic to  $\mathbb{C}^n$ . The following analytic cancellation theorem ensures that these exotic algebraic structures are analytically different :

Given a biholomorphic  $X \times \mathbb{C}^k \rightarrow Y \times \mathbb{C}^k$ , where  $X$  and  $Y$  are quasiprojective varieties of log-general type, the factor  $\mathbb{C}^k$  can be cancelled, resulting with a biregular isomorphism  $X \rightarrow Y$ .

It is also shown that none of the above exotic  $\mathbb{C}^n$  contains a hypersurface which is the image of  $\mathbb{C}^{n-1}$  under a regular injection.