

# Astérisque

AST

**Orbites unipotentes et représentations - II. Groupes  
 $p$ -adiques et réels - Pages préliminaires**

*Astérisque*, tome 171-172 (1989), p. 1-11

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1989\\_\\_171-172\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1989__171-172__1_0)

© Société mathématique de France, 1989, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**171-172**

**ASTÉRIQUE**

**1989**

**ORBITES UNIPOTENTES**

**ET**

**REPRÉSENTATIONS**

**II. Groupes p-adiques et réels**

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

A.M.S. Subjects Classification (par article) :

22 E 55, 22 E 50, 22 E 46, 22 E 46, 22 E 46,, 22 E 50, 22 E 50, 22 E 50, 22 E 50.

## AVANT-PROPOS

L'apparition dans des domaines différents : la théorie des représentations des groupes de Lie réductifs réels ou  $p$ -adiques (classification et construction des représentations, formules de caractères, unitarisabilité), la théorie des formes automorphes, la théorie des représentations des groupes finis simples du type de Lie (classification et calcul des caractères), la classification des idéaux primitifs des algèbres enveloppantes d'algèbres de Lie semisimples, d'un certain nombre d'idées communes est à l'origine de la rencontre dont les présents recueils constituent les actes. Ce sont notamment la géométrie de la variété des drapeaux, la géométrie des orbites unipotentes de la représentation adjointe, les représentations des groupes de Weyl, la structure des algèbres de Hecke, la correspondance de Springer.

Une certaine unité des méthodes et la diversité de leurs champs d'application rendaient intéressante l'idée de rassembler (presque) tous les spécialistes de ces questions pour une période dépassant la semaine habituelle. Le Centre national de la recherche scientifique et la direction de la recherche du Ministère de l'éducation nationale ayant manifesté leur intention d'appuyer la recherche en mathématiques en rendant possible en France des rencontres d'une certaine envergure sous la forme d'années à thème, nous avons décidé en janvier 1986 d'organiser en juin et juillet de l'année suivante la période spéciale "orbites unipotentes, représentations des groupes réductifs réels,  $p$ -adiques et finis, et représentations des algèbres de Hecke". J'ai accepté d'en présider le comité d'organisation, constitué par ailleurs de François Digne, Michel Duflo, Guy Henniart, Paul Gérardin et Jean-Pierre Labesse.

Décrivons brièvement le déroulement de la période spéciale. Sept séries de cours, en général le matin, présentaient les aspects principaux des développements de ces dernières années. Les après-midis étaient consacrées à des conférences plus spécialisées. La plupart du temps, les rencontres avaient lieu soit à Paris, soit à Orsay, et les activités étaient concentrées sur trois jours par semaine afin de laisser aux participants le temps de comprendre, ou, plus simplement, de souffler. Cependant, la semaine centrale s'est déroulée sous forme d'un colloque au Centre international de recherches mathématiques à Luminy. Après quatre semaines de travail intensif dans l'agitation parisienne (Jussieu ou Orsay), le cadre et les excellentes installations et conditions de travail du CIRM ont été particulièrement appréciés.

On trouvera à la suite de cette présentation la liste des participants (plus de cent mathématiciennes et mathématiciens de dix-huit pays) ainsi que la liste des cours et des conférences. Ceux des intervenants qui le désiraient ont proposé leurs contributions, rédaction de cours ou article de recherche, pour publication dans les actes. Conformément à la tradition d'*Astérisque*, les manuscrits proposés ont été examinés individuellement par un referee, et acceptés ou non suivant la procédure

habituelle, par le comité de rédaction de la revue. En fin de compte, la liste des articles rassemblés dans ces trois volumes est représentative de la période spéciale elle-même.

Les actes sont, pour des raisons plus techniques que scientifiques, divisés en trois volumes: *Groupes finis et algèbres de Hecke*, *Groupes  $p$ -adiques et réels*, *Orbites et faisceaux pervers*. Les frontières entre les trois volumes sont quelque peu arbitraires, et il est préférable de penser aux trois volumes comme formant un tout - un témoignage, en quelque sorte, de l'unité profonde de la théorie des groupes et de la géométrie.

Au cours de la période spéciale un autre colloque a eu lieu, en l'honneur de Roger Godement à l'occasion de son soixante-cinquième anniversaire. La parution de ces actes nous fournit l'occasion de lui rendre hommage, tant pour son oeuvre mathématique, que pour son souci constant de penser les rapports entre science et société.

Je tiens à remercier ici M. Daniel Barsky, président du comité national du C.N.R.S. pour les mathématiques et Monsieur Claude Godbillon, chargé de mission pour les mathématiques à la direction de la recherche du Ministère de l'éducation nationale pour leur soutien sans faille pendant les dix-huit mois de préparation de cette entreprise. Nous avons aussi bénéficié de la compréhension du directeur scientifique au C.N.R.S. pour les mathématiques et la physique de base, Monsieur Jean-Claude Lehmann, et de l'efficace intervention du président de la section compétente du Conseil supérieur des universités, Monsieur Jean-Louis Nicolas.

Si le C.N.R.S. et le Ministère de l'éducation nationale ont fourni une part essentielle du budget, la période spéciale n'aurait pas eu l'ampleur voulue sans des contributions parfois importantes de plusieurs établissements universitaires et d'équipes de recherche : les universités Paris 7, Paris-Sud (Orsay), Pierre et Marie Curie, l'Ecole Normale Supérieure, l'Université de Dijon, l'Université de Nancy I, les unités associées au C.N.R.S. 748 "Théorie des groupes, représentations, applications", 744 "Théorie des groupes finis", 752 "Géométrie algébrique et théorie des nombres", 762 "Laboratoire de mathématiques de l'E.N.S."

Dans la préparation matérielle, j'ai eu la chance de pouvoir compter sur la collaboration de Mme Claude Orieux (qui assurait le secrétariat de l'U.A. 748), dont la compétence et le dévouement exceptionnels m'ont considérablement facilité la tâche. Je tiens également à remercier le personnel administratif de l'UER de mathématiques de l'Université Paris 7, et tout particulièrement Mlle Marie-Thérèse Gschwendtner, ainsi que le personnel de l'administration centrale de l'Université Paris 7, de l'administration déléguée du C.N.R.S. de la rue Pierre et Marie Curie, du CIRM, du département de mathématiques et de l'administration centrale de l'Université Pierre et Marie Curie. Je voudrais enfin remercier mes collègues de l'U.A. 748 de leur aide et de leur gentillesse.

## Liste des participants

ADAMS J.  
AHUMADA G.  
ANDLER M.  
ARTHUR J.  
ASAI T.  
AUBERT A.M.  
BALDONI-SILVA W.  
BARBASCH D.  
BARLET D.  
BARRAT P.  
BEDARD R.  
BENLOLO E.  
BENOIST Y.  
BERLINE N.  
BIEN F.  
BLANC P.  
BLOCK J.L.  
BOUAZIZ A.  
BRYLINSKI J.L.  
CARAYOL H.  
CARMONA J.  
CARTIER P.  
CHARBONNEL J.Y.  
CHOUCROUN F.  
CLOZEL L.  
COUILLENS M.  
CURTIS C.W.  
DELORME P.  
DEXEUS J.  
DIGNE F.  
DOURMASHKIN P.  
DU CLOUX F.  
DUFLO M.  
ENGUEHARD M.  
FLICKER Y.  
FRIEDBERG S.  
FUJIWARA H.  
GALLEGOS-JARPA G.  
GARFINKLE D.  
GERARDIN P.  
GUEMES J.  
GUICHARDET A.  
GUPTA H.  
HAASTERT B.  
HALES T.  
HARINCK P.  
HECKMAN G.  
HENNIART G.  
HERSANT A.  
HOWE R.  
ILAMED Y.L.  
JACQUET H.  
JANTZEN J.C.  
JOHNSON J.  
JOSEPH A.  
KAC V.  
KAMOUN N.  
KASHIWARA M.  
KAWANAKA N.  
KHALGUI M.S.  
KNAPP A.W.  
KOTTWITZ R.  
KRAFT H.  
LABESSE J.P.  
LAUMON G.  
LEHRER G.I.  
LEVASSEUR T.  
LI W.  
LICHTIN B.  
LUSZTIG G.  
MACDONALD I.G.  
MALLIAVIN M.P.  
MATHIEU O.  
MATSUMOTO H.  
MELNIKOV A.  
MICHEL J.  
MIRKOVIC I.  
MOEGLIN C.  
MOONS T.  
MOY A.  
MURNAGHAN F.  
NGHIEM-XUAN-HAI  
PERETS G.  
PERRIN P.  
PICHET C.  
POLO P.  
PROCESI M.  
RENTSCHLER R.  
RODIER F.  
ROSSMANN W.  
ROSSO M.  
RUBENTHALER H.  
SAITO M.  
SALLY P.  
SANCHEZ-PALACIO J.L.  
SANSUC J.-J.  
SAVIN G.  
SCHAPIRA P.  
SCHMID W.  
SHELSTAD D.  
SHI J.  
SHOJI T.  
SOTO-ANDRADE J.  
SPALTENSTEIN N.  
SPEH B.  
SPRINGER T.  
SRINIVASAN B.  
SUND T.  
TADIC M.  
TANISAKI T.  
TITS J.  
TORASSO P.  
UZAWA T.  
VAN LEEUWEN M.  
VANNONI C.  
VERGNE M.  
VIGNERAS M.-F.  
VILONEN K.  
VOGAN D.  
WALDSPURGER J.-L.  
WIGNER D.  
WOLF J.  
ZUCKER S.

## Titres des conférences

ADAMS J. ARTHUR J.	L-Functoriality for Dual Pairs. Global motivation for the Unitary Dual (I,II,III,IV). $L^2$ -cohomology and Hecke operators
ASAI T.	On the irreducible representations of the finite classical groups with non-connected centers.
AUBERT A.M. BARBASCH D. BARLET D.	Représentation métaplectique et sous-groupes d'Iwahori. Unipotent representations for semi-simple Lie group (I,II). Fundamental class and intersection cohomology
BENOIST Y.	On the $n$ -cohomology of $n$ -locally nilpotent $\mathfrak{g}$ -modules.
BIEN F. BOUAZIZ A.	Unipotent representations of $\text{Diff } S^1$ . Relèvement des caractères d'un groupe endoscopique pour le changement de base $\mathbf{C}/\mathbf{R}$ .
BRYLINSKI J.L.	Hochschild homology and orbital integrals. Twisted differential operators and $\mathfrak{g}$ -finite endomorphisms
CARTIER P.	Representations of Hecke algebras of type $A_n$ .
CLOZEL L. CURTIS C.W.	Howe's conjecture. Representations of Hecke Algebras (I, II, III). The Gelfand-Graev representation of a finite Chevalley group
DIGNE F. FLICKER Y. GARFINKLE D. GUEMES J.	Shintani descent and Hecke algebras A simple trace formula. Cells in Weyl groups. On the homology classes for the components of some fibres of Springer's resolution.
GUPTA H. HALES T.	Translation actions and limits of functions on adjoint orbits Germs and transfer for subregular unipotent classes.
HECKMAN G. HOWE R.	Monodromy for the hypergeometric function ${}_nF_{n-1}$ Minimal K-types, Hecke algebras and the classification of representations of $GL(n)$ .
JACQUET H. JANTZEN J.C. JOHNSON J. JOSEPH A.	Spherical functions and trace formula. Support varieties for restricted Lie algebras. Base change $\mathbf{C}/\mathbf{R}$ . Primitive ideals (I,II,III). Scale factors in Goldie rank polynomials.
KAC V. KASHIWARA M.	Moduli of curves and representation theory. $D$ -modules and representation theory (I,II,III,IV,V). Character formula and Matsuki correspondence.
KAWANAKA N.	Orbits and stabilizers of nilpotent elements of a graded semi-simple Lie algebra.

- KNAPP A.W. A construction of unitary representations in parabolic rank two.
- KOTTWITZ R. On Tamagawa numbers.
- KRAFT H. Normality and non-normality of closures of conjugacy classes
- LAUMON G. Un analogue global du cône nilpotent.
- LEHRER G.I. Actions of Coxeter groups on certain cohomology groups.  
The Kazhdan-Lusztig polynomials and reflection subgroups in Coxeter groups.
- LUSZTIG G. Affine Hecke algebras (I, II, III, IV).  
Fixed point varieties on affine flag manifolds.
- MACDONALD I.G. Symmetric functions and spherical functions.
- MATHIEU O. Weyl formula for general Kac-Moody Lie algebras.
- MIRKOVIC I. Characteristic varieties of character sheaves.
- MOY A. Isomorphisms of Hecke algebras.
- POLO P. A good filtration for tensor products of modules associated with Schubert varieties.
- PROCESI M. Cohomology of compactifications of symmetric varieties.
- ROSSMANN W. Equivariant multiplicities.
- ROSSO M. Algèbres de Hecke et groupes quantiques.
- SAVIN G. Limit multiplicities of cusp forms.
- SCHMID W. Local cohomology and the duality theorem.
- SHELSTAD D. Regular unipotent germs and transfer.
- SHI J. Some recent developments on cells of affine Weyl groups.
- SHOJI T. Geometry of orbits and Springer correspondence (I,II,III). A remark on the Shintani descent for finite algebraic groups.
- SOTO-ANDRADE J. Generalized Weil representations.
- SPALTENSTEIN N. Nilpotent orbits and conjugacy classes in the Weyl group.
- SPEH B. Automorphic representations for complex semisimple Lie groups, and Lefschetz numbers.
- SPRINGER T. Character Sheaves (I, II, III, IV).  
Some properties of Kazhdan-Lusztig polynomials.
- TADIC M. Geometry of dual spaces of p-adic reductive groups.
- TANISAKI T. Hodge modules and Hecke algebras.
- UZAWA T. Equivariant compactifications of symmetric spaces.
- VERGNE M. On Zuckerman's functor.
- VILONEN K. A good category of  $(\mathfrak{g}, \mathbf{K})$ -modules.
- VOGAN D. Unitary dual for real reductive groups (I, II, III, IV).  
On the definition of Arthur's characters.
- WALDSPURGER J.L. Les intégrales orbitales pour le groupe linéaire sur un corps p-adique.
- WOLF J. Harmonic analysis on general semi-simple Lie groups.
- ZUCKER S.  $L^2$ -cohomology of arithmetic varieties and intersection homology of their Baily-Borel-Satake compactification.



TABLE DES MATIÈRES

Volume I - Groupes finis et Algèbres de Hecke

Cours

CURTIS C.W., *Representations of Hecke Algebras.*  
SHOJI T., *Geometry of orbits and Springer correspondence.*

Articles

HOWLETT R.B. and LEHRER G.I., *On the integral group algebra of a finite algebraic group.*  
LUSZTIG G., *On the representations of reductive groups with disconnected centre .*  
PANTOJA J. and SOTO-ANDRADE J., *Groupes de Grassmann-Heisenberg et représentations de Weil généralisées pour  $SL(n)$ ,  $n$  pair.*  
SPALTENSTEIN N., *Polynomials over local fields, nilpotent orbits and conjugacy classes in Weyl groups.*

Volume II - Groupes p-adiques et réels

<u>Cours</u>	Page
ARTHUR J., <i>Unipotent automorphic representations : Conjectures.</i> . . . .	13
LUSZTIG G., <i>Representations of affine Hecke algebras.</i> . . . . .	73
 <u>Articles</u>	
ADAMS J., <i>L-Functoriality for dual pairs.</i> . . . . .	85
BALDONI-SILVA M.W. and KNAPP A.W. : <i>Intertwining operators and unitary representations II.</i> . . . . .	131
BOUAZIZ A., <i>Relèvement des caractères d'un groupe endoscopique pour le changement de base <math>\mathbb{C}/\mathbb{R}</math></i> . . . . .	163
HALES T.C., <i>Shalika Germs on <math>GSp(4)</math>.</i> . . . . .	195
HOWE R. and MOY A., <i>Minimal K-types for <math>GL(n)</math> over a p-adic field .</i> . .	257
SHELSTAD D. , <i>A formula for regular unipotent germs.</i> . . . . .	275
WALDSPURGER J.L., <i>Intégrales orbitales sphériques pour <math>GL(N)</math> sur un corps p-adique.</i> . . . . .	279

Volume III - Orbites et Faisceaux pervers

Cours

JOSEPH A. , *The primitive spectrum of an enveloping algebra.*

KASHIWARA M., *Representation theory and D-modules on flag varieties.*

MARS, J.G.M. and SPRINGER, T.A., *Character sheaves.*

Articles

GINSBURG V., *Admissible modules on a symmetric space.*

GÜEMES J.J., *On the homology classes for the components of some fibres of Springer's resolution.*

KRAFT H. and PROCESI C. , *A special decomposition of the nilpotent cone of a classical lie algebra.*

POLO P., *Variétés de Schubert et excellentes filtrations.*

ROSSMANN W. , *Equivariant multiplicities on complex varieties.*

## GROUPES P-ADIQUES ET REELS

### ABSTRACTS

ARTHUR, J. *Unipotent automorphic representations : Conjectures.*

We shall examine the notions of semisimple and unipotent in the context of automorphic representations. Automorphic representations are thought to occur in packets, on which the Jordan decomposition has a natural formulation. We shall describe the maps which parametrize these packets, and we shall state a number of conjectures, both local and global. We shall also discuss some connections to  $(\mathfrak{g}, K)$ -cohomology, intertwining operators, and the cohomology of Shimura varieties.

LUSZTIG G. *Representations of affine Hecke algebras.*

This expository paper gives a report on the proof of the Deligne-Langlands conjecture for irreducible representations of a split reductive  $p$ -adic group  $G$  with non-zero vectors invariant under an Iwahori subgroup. Those representations are first related to representations of affine Hecke algebras attached to  $G$ , which are in turn related to the dual group of  $G$  using equivariant  $K$ -theory ; some other recent results are also reported on.

ADAMS, J. *L-functoriality for dual pairs.*

Let  $(G, G')$  be reductive dual pair of subgroups of  $\mathrm{Sp}(2n, \mathbb{R})$ . We consider the problem of realizing the representation correspondence coming from the oscillator representation functorially, i.e. in terms of  $L$ -groups. Whereas ordinary  $L$ -packets are not preserved in this correspondence, it seems the corresponding statement may hold for Arthur-packets. We construct an explicit map  $\chi : L_G \rightarrow L_{G'}$ , and state several conjectures which relate Arthur-parameters to the representation correspondence via  $\chi$ . We prove these conjectures in some special cases.

BALDONI-SILVA M. and KNAPP, A.W. *Intertwining Operators and Unitary Representations II.*

For a linear semisimple Lie group, the authors obtain formulas for the action of intertwining operators on certain subspaces of standard induced representations associated to maximal cuspidal parabolic subgroups. These formulas provide explicit limitations on the pool of candidates for irreducible unitary representations of the given semisimple group.

BOUAZIZ, A. *Relèvement des caractères d'un groupe endoscopique pour le changement de base  $\mathbb{C}/\mathbb{R}$ .*

Dans cet article nous vérifions l'identité de caractères, prévue par le principe de fonctorialité de Langlands, entre caractères tordus tempérés d'un groupe réductif complexe et caractères tempérés d'un groupe endoscopique.

HALES, C. T. *Shalika Germs on  $GSp(4)$ .*

This paper calculates all of the Shalika germs of the group  $GSp(4)$  and its inner forms over a local  $p$ -adic field of characteristic zero. As a consequence we conclude that the conjectures of Langlands and Shelstad [LS2], relating linear combinations of germs on a reductive group  $G$  to germs on the endoscopic groups of  $G$ , are valid for  $G = GSp(4)$  or one of its inner forms. More generally, when  $G = Sp(4)$  or one of its inner forms we show that the germs associated to the regular and subregular unipotent classes satisfy the conjectures of Langlands and Shelstad.

HOWE, R. and MOY, A. *Minimal  $K$ -types for  $GL_n$  over  $p$ -adic field.*

We prove any admissible irreducible representation of  $GL(n)$  over a  $p$ -adic field, must contain a representation of a open compact subgroup satisfying a certain cuspidality or semisimplicity condition. These representations when refined in a suitable manner are analogous to Vogan's notion of a minimal  $K$ -type.

SHELSTAD, D. *A formula for regular unipotent germs.*

The Shalika germs corresponding to the regular unipotent classes in a reductive  $p$ -adic group are calculated explicitly. With suitable normalization of Haar measures these germs take the value zero or one

according to the vanishing of a certain Galois cohomology class. The proof is based on a theorem of R.P. Langlands and the author which expresses combinations of regular unipotent orbital integrals as limits of combinations of regular semisimple orbital integrals.

WALDSPURGER, J.L. *Intégrales orbitales sphériques pour  $GL(N)$  sur un corps  $p$ -adique.*

Le corps de base étant local non archimédien, l'algèbre de Hecke d'un groupe linéaire s'identifie à une algèbre de polynômes symétriques en des variables  $q^{s_i}$ . L'intégrale sur l'orbite d'un élément elliptique régulier définit donc une distribution sur la variété des  $(s_i)$ . On exprime cette distribution en termes de celles introduites par Arthur, issues de séries d'Eisenstein, qui font intervenir des dérivées d'opérateurs d'entrelacement. On exprime les germes de Shalika comme résidus de telles distributions.