

# *Astérisque*

AST

**Workshop « On the geometry of differentiable manifolds » [Pages préliminaires]**

*Astérisque*, tome 163-164 (1988), p. 1-7

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1988\\_\\_163-164\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1988__163-164__1_0)

© Société mathématique de France, 1988, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

Workshop "On the geometry of differentiable manifolds"

Ce volume réunit les notes d'un Convegno - Studio "Sulla geometria delle varietà differenziabili" qui s'est tenu à Rome du 23 au 27 Juin 1986 au Dipartimento di Metodi e Modelli Matematici per le Scienze Applicate - Università di Roma "La Sapienza".

Le colloque a été organisé dans le cadre du groupe national de recherches "Geometria sulle varietà differenziabili" avec le soutien financier du Ministero della Pubblica Istruzione (fonds 40%, 1984). Il a rassemblé environ 60 personnes.

Le Colloque consistait de 8 mini-cours de 5 conférences chacun. Les conférenciers ont donné 3 conférences d'intérêt général qui se déroulaient en séances plénières et 2 conférences sur le même sujet, plus spécialisées, ayant lieu simultanément.

Les conférences ont soulevé un véritable enthousiasme chez les auditeurs et ont été suivies par des discussions très vives et intéressantes, si bien qu'on a dû changer l'horaire pour éviter, autant que possible, la simultanéité des conférences spécialisées.

Je regrette que le manuscrit du cours tenu par G. Hector "Sur la cohomologie des feuilletages riemanniens," ne soit pas parvenu à la rédaction.

Les sujets abordés sont variés et concernent la notion de "largeur" en Géométrie riemannienne (Gromov), inégalités isopérimétriques optimales et théorèmes de comparaison (Gallot), algèbres à division associées aux espaces symétriques à courbure positive et classification géométrique (Karcher), espaces presque symétriques (Min-Oo), invariants de la théorie des noeuds (Kaufman), topologie des variétés de dimension 3 (Zieschang) et une introduction à une nouvelle théorie qui fait partie d'un programme de recherches soutenu par la National Science Founda-

tion et qui s'appelle "Geometry Supercomputers Project". Bien que les points de départ fussent très différents, les expositions ont donné lieu à d'intéressants entrelacements entre les différents cours.

Chaque cours se suffit presque à lui-même. Après avoir introduit les sujets d'une manière accessible à toute personne ayant une connaissance de base en géométrie différentielle et en analyse, les auteurs arrivent à traiter des sujets spécialisés très attrayants.

Je tiens à remercier les conférenciers de nous avoir donné un cadre très clair et stimulant des arguments traités et de nous avoir laissé le texte de leurs Cours, ce qui sera très utile pour le Groupe de recherche. Je désire remercier aussi les auditeurs pour leur active participation à ce colloque.

Ida Cattaneo Gasparini  
Coordinatore centrale del Gruppo

Table des matières		page
Résumés des exposés		5
Epstein D.B.A.	Computers, Groups and Hyperbolic Geometry	9
Gallot S.	Inégalités isopérimétriques et analytiques sur les variétés riemanniennes.	31
Gromov M	Width and related invariants of Riemannian manifolds.	93
Karcher H.	A geometric classification of positively curved symmetric spaces and the isoparametric construction of the Cayley plane.	111
Kauffman L.H.	New invariants in the theory of Knots.	137
Maung Min-Oo.	Almost symmetric spaces.	221
Zieschang H.	On Heegaard diagrams of 3-Manifolds.	247
Abstract of talks		281



## Résumés des exposés

EPSTEIN David, Computers, Groups and Hyperbolic Geometry.

Dans cet exposé on donne une brève introduction à une nouvelle théorie sur la manière de manipuler des groupes donnés par générateurs et relations. On explique comment des hypothèses géométriques standard peuvent donner lieu à des propriétés des groupes qui sont exprimables d'une manière très naturelle en langage machine. Ces considérations permettent d'obtenir des programmes très rapides pour traiter ces groupes.

GALLOT Sylvestre, Inégalités isopérimétriques et analytiques sur les variétés riemanniennes.

On commence par une présentation de quelques théorèmes de comparaison classiques en géométrie et en analyse. Notre but est d'établir des inégalités analytiques optimales (i.e. minorations des valeurs propres du laplacien des variétés et de leurs domaines, des constantes de Sobolev, majoration du noyau de l'opérateur de la chaleur). La seule information géométrique nécessaire pour réaliser ce programme est une inégalité isopérimétrique (i.e. un minorant de la fonction isopérimétrique de la variété). Pour chacun des choix de ce minorant isopérimétrique, on construit une suite de variétés de révolution qui, à la limite, réalisent l'égalité simultanément dans les inégalités analytiques et dans l'inégalité isopérimétrique associée. On donne ensuite différents moyens pour établir des inégalités isopérimétriques universelles et optimales. Les hypothèses retenues: "courbure de Ricci minorée" d'une part, "diamètre majoré" ou "constante isopérimétrique de Cheeger minorée", d'autre part, sont à la fois

nécessaires et suffisantes. Cependant, l'hypothèse sur la courbure de Ricci peut être affaiblie en hypothèse intégrale. Enfin on établit une inégalité universelle.

GROMOV Mikhael, Width and related invariants of Riemannian manifolds.

La notion classique de "largeur" de sous-ensembles de  $\mathbb{R}^n$  a été généralisée par Uryson aux espaces métriques arbitraires. L'auteur étudie ici cette notion pour les variétés riemanniennes complètes.

KARCHER Hermann, A geometric classification of positively curved symmetric spaces and the isoparametric construction of the Cayley plane.

Des algèbres à division sont définies par le "cut locus" des espaces symétriques à courbure positive.

Les polynômes isoparamétriques, donnés par les algèbres à division, sont décrits de nouveau par les invariants géométriques. Ceci implique que les sous-variétés focales sont des espaces symétriques à courbure positive.

KAUFFMAN Louis H., New invariants in the theory of knots.

Cet exposé introduit les polynômes de Jones et leurs généralisations en utilisant les modèles à états "brackets" donnés par l'auteur. En partant d'une exposition autosuffisante qui présente la théorie des noeuds comme une théorie des invariants du système formel diagrammatique engendré par les transformations de Reidemeister l'auteur couvre différents sujets: concaténations alternées, chiralité, monoïdes des tresses, relation des algèbres de Hecke et de von Neumann avec la théorie des noeuds, modèle de Pott comme une forme de bracket, polynômes généralisés de Tutt, invariants topologiques des graphes dans l'espace de dimension 3.

MAUNG MIN-Oo, Almost symmetric spaces.

Cet article concerne les variétés dont la géométrie infinitésimale est modélisée sur celle d'un espace symétrique et qui sont appelées espaces presque symétriques. Le théorème principal établit le résultat suivant:

Soit  $M$  un espace compact presque symétrique de type  $G/K$  où  $G/K$  est un espace symétrique de type non compact, de rang  $>1$  et de dimension  $>6$ . Si  $M$  admet une connexion de Cartan de courbure  $F$  satisfaisant à  $\|F\| < \varepsilon$ , où  $\varepsilon$  dépend de la dimension et du diamètre de  $M$ , alors  $M$  est difféomorphe à un espace localement symétrique  $\Gamma \backslash G/K$ , où  $\Gamma$  est un sous-groupe discret de  $G$ .

ZIESCHANG Heinner, On Heegaard diagrams of 3-Manifolds.

Dans cet exposé on considère les diagrammes de Heegaard comme instruments pour étudier la topologie de dimension 3. On présente quelques résultats classiques relatifs aux courbes sur les "handlebodies" et quelques applications aux espaces fibrés de Seifert et aux compléments des noeuds. Ces applications ont été obtenues en collaboration avec M. Boileau et M. Rost.