AST

Pages préliminaires

Astérisque, tome 140-141 (1986), p. 1

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1986__140-141__1_0>

140-141 ASTÉRISQUE

1986

GÉOMÉTRIE ET ANALYSE MICROLOCALES

J. L. BRYLINSKI, T. MONTEIRO FERNANDES

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

A.M.S. Subjects Classification : 14C99, 35N99, 55N99, 58G07, 58G17.

On étudie une version topologique des transformations canoniques quantifiées, qui permet de considérer la théorie de Lefschetz sous un jour nouveau, et de progresser vers la "microlocalisation" d'objets topologiques (la notion de "variété caractéristique" d'un faisceau constructible étant la première étape dans cette direction). Dans un esprit voisin, on donne quelques applications de la théorie de la transformation de Fourier vectorielle à la Malgrange, et de la théorie jumelle de Deligne, en caractéristique positive.

M.Kashiwara et P.Schapira ont introduit la notion de direction microcaractéristique pour un système microdifférentiel qui nous donne une condition pour résoudre le problème de Cauchy dans le faisceau des fonctions à singularités essentielles ou logathmiques le long d'une hypersurface modulo les fonctions holomorphes.

Notre premier but est de donner la notion de direction 1-microcaractéristique qui correspond à la notion de Kashiwara et Schapira plus une condition de Levi. Nous résolvons alors le problème de Cauchy dans le faisceau des fonctions méromorphes à pôles dans une hypersurface ou avec des singularités logathmiques modulo les fonctions holomorphes. Nous généralisons ce résultat à un couple $(\mathcal{M}, \mathcal{N})$ de systèmes microdifférentiels, version d'un théorème de Kashiwara et Schapira, mais ici sans utiliser des opérateurs d'ordre infini.

Finalement, nous démontrons comme conséquence naturelle des résultats précédents un théorème de propagation pour les faisceaux de solutions d'un système $\mathcal{M}$ dans un système $\mathcal{N}$ au bord d'un ouvert. Notre théorème est analogue à celui obtenu par Kashiwara et Schapira lorsqu'ils considèrent $\overset{\infty}{\mathcal{N}}$ au lieu de $\mathcal{N}$.

Soit X une variété analytique complexe, V une sous-variété lagrangienne du fibré cotangent à X, $\mathcal{M}$ et $\mathcal{N}$ deux systèmes microdifférentiels. Nous supposons que $\mathcal{N}$ est à caractéristiques simples sur V. Nous étudions alors un ensemble analytique $\hat{C}_V(\mathcal{M})$ qui est la variété caractéristique d'un système différentiel $\overline{\mathcal{M}}_o$ sur V associé à $\mathcal{M}$ par Kashiwara-Oshima et Kashiwara-Kawai. Nous donnons une condition en termes de $\hat{C}_V(\mathcal{M})$ qui implique la propagation pour la cohomologie du complexe de solutions de $\mathcal{M}$ dans $\hat{\mathcal{N}}$, le système engendré par $\mathcal{N}$ sur les opérateurs microdifférentiels formels. Nous montrons aussi que si $\hat{C}_V(\mathcal{M})$ est lagrangien alors ces faisceaux sont C-constructibles. Ces résultats sont à comparer avec ceux obtenus par Kashiwara-Schapira dans le cadre des opérateurs d'ordre infini et par Kashiwara-Oshima, Kashiwara-Kawai pour les systèmes à singularités régulières.