

# *Astérisque*

LOUIS MICHEL

## **L'unification de la physique**

*Astérisque*, tome 132 (1985), p. 217-229

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1985\\_\\_132\\_\\_217\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1985__132__217_0)

© Société mathématique de France, 1985, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

# L'UNIFICATION DE LA PHYSIQUE

Louis MICHEL

à Laurent Schwartz,  
en témoignage d'amitié et d'admiration.

Cet article, forcément condensé, essaie de présenter une vue de la physique telle que les physiciens la voient depuis douze ans. C'est une physique nouvelle, en pleine évolution qu'on ne prétend pas expliquer en un quart d'heure. Mais on espère pouvoir communiquer une idée de sa beauté profonde en partie reliée aux concepts de symétrie.

Il y a plus de cent dix ans, Maxwell [1] écrivait ses équations (et ce d'abord en utilisant les quaternions !). Depuis la découverte de la relativité restreinte par Einstein au début du siècle, nous pouvons leur donner une forme manifestement covariante pour le groupe de Lorentz agissant sur l'espace-temps ( $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ ;  $x^0 = ct$ ,  $c$  vitesse de la lumière) :

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} F^{\mu\nu}(x) = j_\nu(x), \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \frac{\partial}{\partial x_\nu} F^{\rho\sigma}(x) = 0 \iff \underline{\partial} \cdot \underline{F} = \underline{j}; \quad \underline{\partial} \wedge \underline{F} = 0 \quad (1a, b) \quad .$$

Les quatre composantes de  $\underline{j}(x)$  sont la densité de charge électrique ( $j^0$ ) et de courant électrique ( $j^k$ ,  $k=1,2,3$ ) ; les six composantes indépendantes du tenseur antisymétrique  $\underline{F}$  décrivent le champ électrique  $\vec{E}$  ( $E^k = F^{0k}$ ) et l'induction magnétique  $\vec{B}$ . Dans la région où  $\underline{j}(x)$  est négligeable, les solutions  $\underline{F}(x)$  peuvent être des radiations électromagnétiques. Maxwell prédisait que la lumière était parmi elles (longueur d'onde autour de quelques  $10^{-7}$  m). Prédiction amplement vérifiée et nous savons maintenant émettre et recevoir ces ondes sur un très large spectre  $10^4$  à  $10^{-18}$  mètres. Il y a une dissymétrie entre l'électricité et le magnétisme puisque le second membre de (1b) est nul (absence de charge magnétique). On peut exploiter ce fait en introduisant le potentiel vecteur  $\underline{A}(x)$ , défini à un champ de gradient près (voir équation (7)) et

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\nu} A_\mu - \frac{\partial}{\partial x^\mu} A_\nu \iff \underline{F} = \underline{\partial} \wedge \underline{A} \quad . \quad (2)$$

Nous savons écrire le courant  $j^\mu$  avec précision pour les électrons depuis 55 ans, depuis que Dirac écrivit son équation [2]

$$(i\gamma(D) - m)\psi(x) = 0 \quad (3a)$$

où  $a \rightarrow \gamma(a)$  est une représentation par matrices  $4 \times 4$  de l'algèbre de Clifford sur l'espace-temps :

$$\{\gamma(a), \gamma(b)\} \equiv \gamma(a)\gamma(b) + \gamma(b)\gamma(a) = 2 a \cdot b \quad (3b)$$

où

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = a^0 b^0 - \sum_{i=1}^3 a^i b^i \quad (3c)$$

et  $\underline{D}$  est une dérivation covariante:

$$D_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} + ieA_\mu \iff \underline{D} = \underline{\partial} + ie\underline{A} \quad (3d)$$

e étant la valeur absolue de la charge électrique d'un électron.

Si  $\psi^+(x)$  est la solution de l'équation adjointe de (3a) la densité de courant est

$$j^\mu(x) = e\psi(x)^+ \gamma^\mu \psi(x) \quad (4)$$

Le système non linéaire d'équations (1) et (3) peut s'obtenir à partir du Lagrangien

$$\int L(x) d^4x \text{ avec } L(x) = L_F + L_\psi \quad (5)$$

$$L_F = -\frac{1}{4} \underline{F} \cdot \underline{F} \quad L_\psi = \psi^+ (i\gamma(\underline{D}) - m)\psi$$

Notons aussi l'équation symbolique (où  $[X, Y] = XY - YX$ ) qui nous servira :

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{e} [D_\mu, D_\nu] \leftrightarrow \underline{F} = \frac{1}{e} [\underline{D}, \underline{D}] \quad (6)$$

Le Lagrangien  $L(x)$  (et les équations qui en découlent) a un grand groupe d'invariance\* : le groupe des phases complexes  $e^{if(x)}$  où  $f(x)$  est l'anneau des fonctions réelles différentiables sur l'espace temps. Ce groupe est appelé "groupe de jauge" ; il nous sera utile de le noter  $U(1, f)$ ,  $U(1)$  étant le groupe de Lie compact à un paramètre réel  $\{e^{i\theta}\}$ . L'action du groupe  $U(1, f)$  sur  $L(x)$  est définie par (la forme un peu compliquée employée servira pour  $U(n, f)$ ) :

$$U = e^{if(x)}, \psi \rightarrow U\psi, \psi^+ \rightarrow \psi^+ U, \underline{A} \rightarrow \underline{A} U^{-1} + i(\underline{\partial} U) U^{-1} \quad (7)$$

L'élégante équation de Dirac expliquait le spin de l'électron mais contenait des états d'énergie négative. Pour s'en débarrasser Dirac invoqua le principe de

\* Si  $m = 0$  dans (5),  $L$  est invariant par le groupe conforme sur l'espace-temps dont l'algèbre de Lie est  $SO(4, 2, \mathbb{R}) \sim SU(2, 2)$  forme non compacte de  $A_3$  sur les réels. Pour  $m \neq 0$  ce groupe se réduit au groupe de Lorentz  $SO(3, 1, \mathbb{R}) \sim SL(2, \mathbb{C})/Z_2$

Pauli pour les électrons et remodela sa théorie sous une forme qui lui permit de prédire l'existence de l'électron positif et plus généralement de l'antimatière [3] (1931). Pour cela les champs vectoriel  $A$  et spinoriel  $\psi$  doivent être quantifiés. Ils sont des distributions à valeur opérateur sur un espace d'Hilbert qui peut être engendré par l'action de ces opérateurs sur un seul vecteur,  $0 >$  décrivant le vide. Je renvoie aux manuels spécialisés [4] pour plus de précision sur la "quantification" de ces équations. On obtient aussi la théorie EDQ = Electrodynamique quantique.

Reconnaissons-le franchement, EDQ n'est pas rigoureusement définie pour un mathématicien. Ce qui est important pour le physicien c'est qu'il sait interpréter physiquement les solutions et qu'il sait calculer celles-ci pour les situations physiques les plus intéressantes. Evidemment les solutions sont calculées par une méthode d'approximation. Il y a un paramètre sans dimension dans la théorie.

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \quad , \quad \hbar \text{ constante de Planck divisée par } 2\pi$$

dont la mesure actuelle est <sup>\*)</sup>  $\alpha = 0,0072973 \pm (9)$  (pas très différent de  $(137)^{-1}$ ). Les valeurs des quantités observables sont calculées par un développement en  $\alpha$ , (qui n'est probablement qu'asymptotique, mais dont les premiers termes convergent numériquement). Par exemple, l'électron isolé a un moment magnétique  $\vec{\mu}$  proportionnel à son spin <sup>\*\*)</sup>  $\vec{s}$ ,  $\vec{\mu} = g \frac{e}{2\pi mc} \vec{s}$ ,  $s = \frac{1}{2}\hbar$  où le rapport gyromagnétique  $g(\epsilon)$  calculé par EDQ vaut :

$$\begin{aligned} \text{QED : } \frac{1}{2} g(\epsilon) &= \frac{\alpha}{2\pi} + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \left(\frac{197}{144} + \frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{2\pi^2} \log 2 + \frac{3}{4} \zeta(3)\right) + \\ &+ \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 (1,49 \pm 0,20) = 1,0011596554 \pm (34) \end{aligned} \quad (8)$$

Cette valeur est à comparer avec la mesure actuelle :

$$\frac{1}{2} g(\epsilon) = 1,001\ 159\ 652\ 209 \pm (31)$$

Les états asymptotiques (c'est-à-dire à grande distance) de EDQ sont donc composés de photons,  $\gamma$ , (quanta du champ  $A$ ) de masse nulle et de spin 1 et d'électrons  $e^\pm$  des deux signes de charge. Mais aux distances de l'ordre de  $\left(\frac{\hbar}{e}\right)^2 \frac{1}{m} \sim 10^{-10}$  m (taille des atomes) la structure est plus complexe : par exemple  $e^+e^-$  forment des états liés du "positronium" dont on peut mesurer avec une grande

<sup>\*)</sup> Nous utilisons la convention : l'erreur indiquée entre parenthèses porte sur les derniers chiffres du nombre, elle est donc ici  $\pm 9 \times 10^{-7}$ .

<sup>\*\*)</sup> Spin ne doit pas être considéré comme un anglicisme ; nous laissons le soin aux puristes de le traduire pas "moment cinétique intrinsèque".

précision l'énergie de liaison, ces états s'annihilant en 2 ou plus  $\gamma$  avec une vie moyenne supérieure à  $10^{-10}$  sec.

EDQ s'applique aussi bien aux particules que nous appelons leptons chargés \*) et dont nous connaissons deux autres types en dehors des électrons :

les  $\mu^\pm$  découverts en 1937 dans le rayonnement cosmique,

les  $\tau^\pm$  produits d'abord en 1975 par l'accélérateur de Stanford.

Ils ont même charge électrique et même spin 1/2 que l'électron, mais leur masse est différente.

$$m_{(\mu)}/m_{(\epsilon)} = 206,768 \pm (4) \quad m_{(\tau)}/m_{(\epsilon)} = 3491 \pm 7 \quad . \quad (9)$$

Il ne faudrait pas croire, parce que  $g$  (voir (8)) n'est fonction que de  $\alpha$ , que EDQ prédit la même valeur pour les  $\mu$  et les électrons. Les trois champs de Dirac des  $\epsilon^\pm, \mu^\pm, \tau^\pm$  (et de façon générale, tous les champs de particules électriquement chargés) sont couplés au champ électromagnétique et le rapport gyromagnétique d'un lepton dépend aussi des rapports de masse (9). Cela n'influe pas sur la valeur de  $g_{(\epsilon)}$  à la précision de (8) mais la théorie prédit comme différence :

$$\frac{1}{2}g_{(\mu)} - \frac{1}{2}g_{(\epsilon)} = (6158 \pm 14) 10^{-9} \quad . \quad (10a)$$

La comparaison entre la théorie et l'expérience est actuellement :

$$\frac{1}{2}g_{(\mu)} \exp -\frac{1}{2}g_{(\mu)}, \text{ th} = 1,001\,165\,924 \pm (9) - 1,001\,165\,814 (14) = (110 \pm 20) \times 10^{-9} \quad . \quad (10b)$$

Cet écart avait été prédit en ordre de grandeur dès 1961 (ref.[5]) et s'explique par l'existence d'autres particules chargées, assez légères, les mesons  $\pi^\pm$  ( $m_\pi/m_\mu = 1,3209\dots$ ) et la découverte en 1960 de leur résonance  $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ . Il n'y a donc pas lieu de pousser plus loin les calculs de EDQ dans ce cas puisqu'on a atteint la limite de son domaine d'application.

De même EDQ ne s'applique pas aux protons  $p^+$  qui, avec les neutrons, constituent les noyaux atomiques. Mais avant d'avoir la théorie actuelle CDQ des forces nucléaires et électromagnétiques on a pu faire beaucoup de physique nucléaire et atomique!

\*) Les leptons neutres sont les neutrinos émis abondamment par les étoiles, la terre est complètement transparente pour le flux de neutrinos du soleil (facteur d'absorption  $10^{-11}$ ).

Sachant qu'un noyau atomique est composé de  $Z$  protons et  $N$  neutrons, il est possible d'adapter EDQ pour des électrons placés dans le champ coulombien d'une charge  $Ze$  répartie sur une distance très petite ( $10^{-5}$ ) par rapport aux dimensions de l'atome. Avec des précisions de  $10^{-8}$  on prévoit toutes les propriétés connues de l'atome isolé le plus simple,  $p^+ e^-$ , celui d'hydrogène. La précision des prédictions numériques s'affaiblit avec le nombre  $Z$  des électrons dans l'atome ( $Z \sim 100$  pour les atomes les plus lourds) mais la théorie permet même d'étudier les interactions entre les atomes et la formation des molécules, la structure des cristaux,.. Elle englobe donc toute la chimie, la physique des solides, des plasmas... Il suffit pour cela d'utiliser l'approximation non relativiste de l'équation de Dirac, c'est-à-dire l'équation de Schrödinger y compris le spin de l'électron. Cela ne veut pas dire qu'il n'y ait plus de travail à faire pour le chimiste, le physicien des solides, le plasmicien. Leurs disciplines ont leurs méthodes propres (de même que la thermodynamique, la mécanique statistique, l'hydrodynamique..) Qu'appelle-t-on résoudre une équation lorsqu'on ne peut écrire en termes de fonctions connues une solution exacte? Calculer numériquement la fonction d'onde  $\psi$  à  $N$  particules pour  $n$  (disons  $n = 100$ ) valeurs de chaque variable est illusoire, puisque cela représente  $n^{3N} = 10^{6N}$  nombres soit pour 15 particules plus que le nombre présumé de particules dans l'univers ! Pour "résoudre" une équation il faut en général partir de propriétés prouvées ou devinées de la solution et employer des méthodes d'approximation très convergentes (par exemple minimisation par rapport à des paramètres, développement en série de polynômes...).

L'esprit humain a besoin de ces équations fondamentales qui permettent de donner un cadre unifié à des disciplines différentes ; elles sont une inspiration qualitative pour les méthodes propres de chacune et avec le temps, les moyens de calculs plus puissants et surtout l'ingénuité des scientifiques, on obtient de plus en plus d'information de ces équations "intelligentes" (disait Hertz en parlant des équations de Maxwell), bien plus que leur auteur ne pouvait même soupçonner.

Depuis 1972 [6] , nous savons étendre les équations fondamentales (1)-(3) de EDQ pour englober aussi les phénomènes nucléaires. Ce sont les mêmes équations mais avec un groupe de jauge plus grand  $U(3, f)$  . Classiquement le champ  $\psi$  prend ses valeurs dans la représentation fondamentale de  $U(3)$  , les valeurs des champs  $\underline{F}$  et  $\underline{A}$  sont des éléments de l'algèbre de Lie (identifiée avec l'espace de la représentation adjointe de  $U(3)$ ). L'équation (6) continue de donner la relation entre  $\underline{F}$  et  $\underline{A}$  ; mais parce que  $U(3)$  n'est pas une algèbre de Lie abélienne cela modifie (2) en

$$F_{\mu\nu}(x) = \frac{\partial}{\partial x^\mu} A_\nu(x) - \frac{\partial}{\partial x^\nu} A_\mu(x) + [A_\mu(x), A_\nu(x)] \Leftrightarrow F = \partial \wedge A + [A, A] \quad (11)$$

Les particules correspondant au champ  $\psi$  sont les quarks, le nouveau degré de liberté à trois valeurs est appelé la "couleur" d'où le nom de chromodynamique quantique, CDQ pour la théorie quantifiée correspondante. Elle est aussi bien définie que EDQ. Il faut cinq copies de l'équation de Dirac pour décrire les cinq types connus de quarks  $u, t, s, c, b$ ; ils ont des masses très différentes. La dimension 9 de l'algèbre  $U(3)$ , espace des valeurs du champ  $A$  des bosons de jauge de spin 1 et masse nulle, correspond à 8 types de "gluons" et au photon (décrit par le centre de  $U(3)$ ). Comment les physiciens sont arrivés à concevoir CDQ entre 1964 et 1971 est le résultat d'une évolution compliquée, contournée, due surtout à l'intuition de quelques uns, Gell'Mann principalement, et dont l'histoire serait horrifiante ou mystificatrice pour les mathématiciens de cette audience. Les représentations irréductibles du groupe  $U(3)$  sont celles (notées  $\begin{smallmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}, q$ ) du produit direct  $SU(3) \times U(1)$  dont les entiers  $a, b, q$  satisfont  $q \equiv a+2b \pmod{3}$ . Celà implique pour les quarks une charge électrique multiple d'un tiers de celle de l'électron :  $\frac{2}{3}e$  pour les quarks  $u, c, -\frac{e}{3}$  pour les quarks  $d, s, b$ . Cette idée de charge électrique fractionnaire était si révolutionnaire en 1964 que la publication de l'article de Gell-Mann [7] fut refusée par une première revue tandis que Zweig [8] renonça à soumettre les siens à un journal. De trois particules élémentaires ( $p^+, e^-, \gamma$ ) connues en 1931 on en était arrivé à plusieurs centaines en 1964, soit en les observant dans le rayonnement cosmique, soit surtout en les produisant par les grands accélérateurs de particules. En dehors des leptons et photons Gell-Mann et Zweig - indépendamment - proposèrent que toutes les particules alors connues soient composées de quarks  $u, d, s$  ou de leurs anti-particules : 3 quarks,  $qqq$ , pour les baryons, par exemple proton  $p = uud$ , neutron  $n = udd$ , et une paire  $q\bar{q}$  (quark, anti-quark) pour les mésons. Les interactions nucléaires entre les nucléons (protons et neutrons) et plus généralement entre hadrons (baryons et mésons) sont donc par rapport à CDQ ce que la chimie est pour EDQ ! Mais nous savons beaucoup moins bien calculer avec CDQ : la théorie des perturbations n'est pas très applicable. Il semble que les états asymptotiques de la théorie n'appartiennent qu'à des représentations incolores (celles où le centre  $Z_3$  de  $SU(3)$  est représenté trivialement), les états colorés (comme ceux des quarks et des gluons) étant toujours confinés\*. Dès 1968 par la diffusion très inélastique et à haute énergie des leptons sur les nucléons on étudia expérimentalement plus en détail la structure en quarks de ces derniers. Et CDQ donne aussi une compréhension qualitative des collisions

\* Un groupe d'expérimentateurs [9] pense avoir observé quelques particules de charge électrique fractionnaire de dénominateur 3, mais ces expériences n'ont pas été confirmées par d'autres groupes. Si elles l'étaient on pourrait probablement conserver les prédictions essentielles de CDQ en réduisant simplement le groupe de jauge à  $O(3, f)$  [10].

entre hadrons à très haute énergie où se révèle assez bien la structure en quarks et gluons. Avons-nous les équations fondamentales des interactions nucléaires ?

Nous savons que depuis 1971 nous sommes sur la bonne voie parce que cette même année un jeune physicien hollandais t'Hooft [11] montra qu'une théorie quantique comparable, mais plus compliquée, la leptodynamique quantique LDQ, basée sur une extension des mêmes équations (1) (3), (6) avec le groupe de jauge  $U(2,f)$  était "renormalisable" et qu'on pouvait calculer avec elle aussi bien qu'avec EDQ. Ce fut le point final d'une longue histoire, mais plus simple à retracer\*. En 1896, en cherchant à savoir pourquoi des plaques photographiques qu'il avait laissées dans un tiroir s'étaient voilées, Becquerel découvrit la radioactivité, le premier phénomène nucléaire connu. Dans les trente années qui suivirent on construisit tout l'univers avec trois constituants  $p^+, e^-, \gamma$ . A la suite de la remarque de Kronig [17] sur les expériences de Ornstein et Van Wyk mesurant le spin du noyau  $N_{14}$  et les expériences de Rasetti [18] qui en mesurait la statistique quantique, cette belle construction s'effondra. En inventant le neutrino en 1931 Pauli sauva la situation. Ce n'est qu'en

1958 qu'on put faire des réactions avec des neutrinos (produits par un réacteur nucléaire). En 1934 [19] Fermi proposa une théorie de la radioactivité  $\beta$ , théorie ayant une certaine analogie avec l'électrodynamique. On sut empiriquement étendre cette théorie à toutes les désintégrations "lentes" (c'est-à-dire de vie moyenne  $> 10^{-10}$  sec.) de particules, plus spécialement celle où des neutrinos étaient émis comme [20]  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_\mu + \bar{\nu}_e$  (car en 1960 on prouva expérimentalement que le neutrino associé au  $\mu$  était différent de celui associé à l'électron). En janvier 1957, fut confirmée [21] la prévision de Lee et Yang [22] : les interactions radioactives  $\beta$

(on dit plus simplement "faibles" ou "de Fermi") ne respectent pas la parité P (invariance par rapport aux symétries planes). Elles ne préservent pas non plus la conjugaison de charge C (symétrie matière anti-matière) mais le produit PC est conservé. Comment unifier deux interactions aussi dissemblables que l'interaction électromagnétique, qui ne distingue ni entre gauche et droite (contrairement à ce qu'on enseigne au lycée en France), ni entre matière et anti-matière, et dont la portée est infinie (fait relié à la masse nulle du photon) et l'interaction faible violant P et C, de portée  $10^{-18}$  m ce qui correspondait à une masse de l'ordre de 100 GeV (masse du proton  $\sim 1$  GeV) ? t'Hooft conclut ainsi un long cheminement théorique de dix ans dont les étapes les plus citées sont Glashow [23], Salam et Ward [24], Weinberg [25] surtout qui utilisa le mécanisme de Higgs [26] (pour cela aussi il faudrait ajouter d'autres noms...). Pour écrire le Lagrangien de la théorie il nous faut d'abord apporter les précisions suivantes. Lorsque

\*) Pour l'histoire: des débuts de la radioactivité voir e.g. [12], de l'invention du neutrino [13], des interactions faibles [14] et du neutrino [15][16].



$m = 0$  le système d'équations (3) de Dirac se découple (comme l'avait immédiatement remarqué H. Weyl) et cette décomposition est invariante par CP. Il suffit pour cela d'introduire  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$  et utiliser les projecteurs  $\frac{1}{2}(1\pm\gamma^5)$ . Les notations traditionnelles

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi \quad , \quad \psi_R = \frac{1}{2}(1+\gamma^5)\psi \quad (11)$$

des deux champs (qui n'ont que deux composantes non-triviales pour  $\gamma^5$  diagonales) correspondent à des polarisations circulaires. Il semble qu'il n'existe dans la nature que des neutrinos polarisés circulairement à gauche  $\nu_L$  et des anti-neutrinos polarisés circulairement à droite  $\bar{\nu}_R$ . Nous n'avons donc besoin que d'un champ  $\psi_L$  et de son adjoint pour décrire l'ensemble des états des neutrinos. Les classes d'équivalence des représentations irréductibles de  $SU(2) \times U(1)$  sont notées par la paire  $(j,y)$  où  $2j+1$  est la dimension de la représentation de  $SU(2)$  et où l'entier  $y$  définit la représentation  $e^{i\varphi} \rightarrow e^{iy\varphi}$  ( $y$  est appelée l'hypercharge faible). On a une représentation du quotient  $U(2) = (SU(2) \times U(1))/Z_2^{\text{diag.}}$  lorsque

$$2j+y \equiv 0 \pmod{2} \quad . \quad (12)$$

Le choix de  $U(2)$ , et non de  $SU(2) \times U(1)$  pour le groupe de jauge  $G$ , correspond à l'intégralité de la valeur de charge électrique (en unité  $e$ ) :

$$(m + \frac{1}{2}y)e \quad , \quad -j \leq m \leq j \quad j-m \text{ entier} \geq 0 \quad . \quad (13)$$

des  $2j+1$  états correspondant à la représentation  $(j,y)$ . Nous n'utilisons qu'un même symbole  $\underline{D}$  pour toute les dérivations covariantes. Soit  $G \ni g \rightarrow U(g)$  une représentation unitaire du groupe de jauge  $G$  agissant sur le champ  $\phi$  et  $a \rightarrow L(a)$  la représentation correspondante de son algèbre de Lie.

$$D_\mu \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \phi(x) + ie L(A_\mu(x))\phi(x) \quad (14)$$

(se rappeler que  $A_\mu(x)$  est à valeur dans l'algèbre de Lie de  $G$ ).

Les champs qui rentrent dans la théorie sont

Champ	spin	représentation de $U(2)$	particules
A	1 (vecteur)	$(1,0) \oplus (0,0)$ : adjointe	$\gamma W^+ W^- Z^0$
$\psi_L$	$\frac{1}{2}$ (spineur)	$(\frac{1}{2}, -1)$	$\nu_L \epsilon_L^-$ et $\bar{\nu}_R \epsilon_R^+$
$\psi_R$	$\frac{1}{2}$ (spineur)	$(0, -2)$	$\epsilon_R^-$ et $\epsilon_L^+$
$\phi$	0 (scalaire)	$(\frac{1}{2}, 1)$	$h^0$ et $\bar{h}^0$ ( $h^\pm$ "disparait").

La particule  $h^0$  est dite "de Higgs". La densité totale de Lagrangien est

$$L = L_F + L_{\psi_L} + L_{\psi_R} + L_\phi + L_{int} \quad (15)$$

Les trois premiers termes sont donnés par (5), sans masse pour  $\psi_L$  et  $\psi_R$  ;

$$L_\phi = \frac{1}{2}(D_\mu \phi^*, D^\mu \phi) - \frac{1}{2}\mu(\phi^*, \phi) - \frac{\lambda}{4}(\phi^*, \phi)^2 \quad (16a)$$

$$L_{int} = -f[(\psi_L^+, \phi)\psi_R + \psi_R^+(\phi^*, \psi_L)] \quad (16b)$$

où  $(\ , \ )$  est le produit scalaire  $G$ -invariant.

Si  $\mu$  est négatif, les solutions qui décrivent la nature correspondent à une symétrie spontanément brisée. En effet,  $-L_\phi$  est minimum sur une orbite de groupe de symétrie  $U(1)$  (qui correspond à l'invariance de jauge électromagnétique. Soit

$$a = \langle 0 | \phi_{min} | 0 \rangle \quad (17)$$

la valeur moyenne sur le vide pour la valeur de  $\phi(x)$  qui minimise  $-L_\phi$ . Certains états des champs deviennent inopérants (états chargés de  $\phi$ ), d'autres acquièrent une masse

$$m_\epsilon = \frac{1}{\sqrt{2}} a f, \quad m_h = \sqrt{-2\mu},$$

$$m_W = \frac{1}{2} a \frac{e}{\cos \theta_W}, \quad m_Z = \frac{1}{2} a \frac{e}{\cos \theta_W} \quad \text{with } a^2 = -\frac{E\mu}{\lambda} \quad (18)$$

Le groupe  $U(2)$  n'étant pas simple, il y a une constante arbitraire dans la théorie, qui est paramétrisée par  $\theta_W$ , l'angle de Weinberg. La constante  $e$  dans  $L$  a été mise entre " " dans (18) car la charge électrique élémentaire est elle même

$$e = "e" \sin \theta_W .$$

L'angle de Weinberg a été mesuré par des expériences très différentes depuis 1971 :  $\sin^2 \theta_W = 0,22 \pm 0,05$ . La valeur des masses des  $W^\pm$  et  $Z^0$  était donc assez bien connue. C'est ce qui a permis de découvrir ces particules au C.E.R.N. (le laboratoire européen de physique) ce printemps dernier, dans les collisions directes entre les deux faisceaux de protons et d'antiprotons de  $3 \cdot 10^{11}$  eV (électron volts), circulant en sens opposés dans l'accélérateur SPS de presque 7 km de circonférence. C'est une véritable épopée. Deux cents physiciens, de nombreux ingénieurs et techniciens, une technique d'une ingéniosité à la limite des possibilités actuelles sont les acteurs de cette expérience de physique. La particule de Higgs n'a pas été encore

observée ; peut être va-t-elle l'être, mais on a un peu l'impression qu'elle a été introduite comme un deus ex machina pour la brisure spontanée de symétrie et qu'elle sera peut être inutile dans la forme future et plus évoluée de la théorie. Les quarks ont aussi des interactions faibles et la théorie doit s'étendre à eux. Cela peut se faire naturellement en étendant le groupe de jauge  $G$  de façon à englober les quarks et CDQ. Le plus petit groupe simple possible pour  $G$  est  $SU(5)$ . Avec un champ de Higgs dans la représentation adjointe  $\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ \circ & \text{---} & \circ & \text{---} & \circ \end{matrix}$ , la symétrie se brise spontanément en  $* S(U(3) \times U(2))$  la seule liaison entre CDQ ( $U(3)$ ) et LDQ ( $U(2)$ ) étant un  $U(1)$  qui sera relié à l'électromagnétisme. La cassure, a plus basse énergie de  $U(2)$  en  $U(1)$  est produite par un champ de Higgs dans la représentation fondamentale  $\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \circ & \text{---} & \circ & \text{---} & \circ \end{matrix}$  de dimension 5. L'ensemble des champs  $\psi = \psi_L + \psi_R$  appartient à la représentation réductible  $\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \circ & \text{---} & \circ & \text{---} & \circ & \text{---} & \circ & \text{---} & \circ \end{matrix}$  de dimension  $5+10 = 15$ . Ces quinze états correspondent aux états de spin et couleur des quarks et leptons  $u(2 \times 3) + d(2 \times 3) + e(2 \times 1) + \nu_e(1 \times 1)$ ; il faut trois champs spinoriels, un pour cette famille  $u, d, e, \nu_e$ , un autre pour la famille  $c, s, \mu, \nu_\mu$  entièrement connue et un troisième pour la famille  $t, b, \tau, \nu_\tau$  dont le quark  $t$  est encore hypothétique.

Tous ces champs acquièrent une masse par la brisure de symétrie. Les douze nouveaux champs vectoriels de jauge (en plus du  $\gamma$ , des gluons,  $W, Z$ ) ont des masses de l'ordre de  $10^{16} m_p$ .

Il est tentant d'agrandir le groupe  $G$  à  $SO(10)$ , les 16 états de  $\psi$  appartenant à la représentation spinorielle irréductible  $\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \circ & \text{---} & \circ & \text{---} & \circ \\ & & & & \circ \\ & & & & \circ \end{matrix}$  de dimension 16, ce qui permet d'avoir des neutrinos des deux polarisations et avec une masse éventuellement, d'où les expériences actuelles pour la mesurer. Il est même tentant de monter à  $E_6$ :  $\begin{matrix} \circ & \text{---} & \circ & \text{---} & \circ & \text{---} & \circ \\ & & & & \circ \\ & & & & \circ \end{matrix}$ . Quelle que soit la forme précise que prendra la théorie "de grande unification" il doit exister une interaction directe ultra faible entre quarks et leptons ayant comme quanta des bosons de jauge de masse  $\sim 10^{16}$  GeV. Cela entraîne inéluctablement l'instabilité du proton. Toute la matière de cette salle est métastable ; elle doit se transformer finalement en électrons et neutrons. Rassurez-vous, la vie moyenne prédite pour le proton est  $\gtrsim 10^{32}$  ans (l'âge de l'univers étant  $\lesssim 2.10^9$  ans). Déjà une demi-douzaine d'expériences demandant beaucoup d'efforts, d'ingéniosité et plus de  $10^7$  francs chacune) ont été entreprises pour observer dans quelques milliers de tonnes de matière, chaque mois, en moyenne, une désintégration de proton ! Que depuis un an aucune n'ait été vue incite les impatients à penser que le groupe  $G$  de grande unification est plus grand que  $SU(5)$ .

\*  $S(U(3) \times U(2)) = \{ (u, v), u \in U(3), v \in U(2), \det u \det v = 1 \}$ .

La physique est toujours pleine de suspense\*... Comme vous le voyez elle a complètement changé depuis douze ans. La découverte récente du  $W^\pm$  et  $Z^0$ , qui n'a pu être faite que parce qu'on les cherchait en connaissant leur masse et leurs modes de désintégration, est une confirmation précieuse de nos vues théoriques. Bien sûr il y a beaucoup de choses que nous ne connaissons pas. Pourquoi ces trois familles, cette triplification (au moins...) de la matière ordinaire\*\* tandis que des physiciens se penchent sur cette énigme, d'autres plus aventureux concentrent leurs efforts sur l'unification de toute la physique, y compris la gravitation. Nous savons déjà que pour cela nous aurons besoin de l'outil nouveau des supersymétries ; nous n'en sommes encore qu'à quelques propositions de théorie dont la structure n'est pas pour déplaire à nos collègues mathématiciens. Généralisant une idée de Kaluza et Klein des années vingt, la physique se décrirait dans un fibré à onze dimensions dont la base serait notre espace temps et la fibre (microscopique  $10^{-32}$  m) une sphère exotique de Milnor !

Louis MICHEL

Institut des Hautes Etudes Scientifiques  
35 route de Chartres  
91440 Bures-sur-Yvette  
FRANCE

\* Il faut aussi dire quelques mots d'une autre prédiction de la grande unification, indépendante du choix particulier du groupe simple  $G$  (car elle ne dépend que du fait que le second groupe d'homotopie de l'espace homogène  $G/S(U(2) \times U(3))$  contient au moins le groupe libre  $Z$ ) : l'existence de monopoles magnétiques d'un type nouveau, conçus indépendamment par 't Hooft [27] et Polyakov [28]. (Ils sont différents de ceux envisagés par Dirac [3]). Ils seraient très lourds ( $\sim 10^{16} m_p$ ) et leur densité dans notre univers dépend de l'histoire de celui-ci.

\*\* L'une des conséquences de leur existence est une très faible violation de CP qui fut observée - avant d'être prédite ! - en 1964 (ref. [29]).

R É F É R É N C E S

- [1] There is a Dover reprint of J.C. MAXWELL "A treatise on electricity and magnetism" in two volumes.
- [2] P.A.M. DIRAC, Proc. Roy. Soc. A A 117 (1928) 620-624.
- [3] P.A.M. DIRAC, Proc. Roy. Soc. A 130 (1931) 60-72.
- [4] "Les problèmes mathématiques de la théorie quantique des champs". Colloque C.N.R.S. n° 75, Paris (1959).  
D. KASTLER. "Introduction à l'électrodynamique quantique" Dunod, Paris (1961).  
R. JOST "The general Theory of quantized fields", Am. Math. Soc. Providence (R.T.) (1965).  
R.E. STREATER, A.S. WIGHTMAN "PCT, Spin of statistics, and all that" Benjamin New York (1965).  
N.N. BOGOLIUBOV, A.A. LOGUNOV, I.T. TODOROV, "Introduction to Axiomatic Quantum Field Theory". Benjamin, Reading Mass (1975).
- [5] C. BOUCHIAT, L. MICHEL, J. Physique 22 (1961) 121.
- [6] H. FRITZCH, M. GELL'MANN, Proc. XVI Intern. Conf. on High Energy Physics, vol. 2, p. 135, Chicago (1972).
- [7] M. GELL'MANN, Phys. Lett. 8 (1964) 214.
- [8] G. ZWEIG. CERN preprints Th-401, Th-412 (1964).
- [9] a. G.S. LA RUE, W.M. FAIRBANK, A.F. HEBARD, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 1011.  
b. G.S. LA RUE, J.D. PHILLIPS, W.M. FAIRBANK, Phys. Rev. Lett. 42 (1972) 142 & 1049, 46 (1981) 967.
- [10] R. SLANSKY, T. GOLDMAN, G.L. SHAW, Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 887.
- [11] G. t'HOOFT, Nucl. Phys. B 33 (1971) 173, B 35 (1971) 167.
- [12] A. PAIS, Rev. Mod. Phys. 49 (1977) 925-38.
- [13] L. BROWN, Physics Today, Sept. 1978 p. 23
- [14] E. AMALDI, J. Physique 43 (1982) Suppl. Colloque C.8, 261-300.
- [15] B. PONTECORVO *ibid* C.8, 221-236.
- [16] F. REINES, *ibid*. C.8, 237-260.
- [17] R. KRONIG, Naturwissenschaften, 16 (1928) 335.
- [18] F. RASETTI, Proc. Nat. Acad. Sci. 15 (1929) 515-519, Z. Phys. 61 (1930) 598-601.

- [19] E. FERMI, N. 88 . 11 (1934) 1-19, Z. Phys. 88 (1934) 161.
- [20] L. MICHEL, Nature (Lond.) 163 (1849) 959-960, Proc. Phys. Soc. London A 63 (1950) 514-532 and 1971.
- [21] a C.S. WU, E. AMBLER, R.W. HAYWARD, D.D. HOPPES, R.P. HUDSON, Phys. Rev. 105 (1957) 1413.  
b R.L. GARWIN, L.M. LEDERMAN, M. WEINRICH, Phys. Rev. 105 (1957) 1415.  
c J.I. FRIEDMAN, V.L. TELEGDI, Phys. Rev. 105 (1957) 1681.
- [22] T.D. LEE, C.N. YANG. Phys. Rev. 104 (1956) 254.
- [23] S. GLASHOW, Nucl. Phys. 22 (1961) 579.
- [24] A. SALAM, J.C. WARD, Phys. Lett 13 (1954) 168.
- [25] S. WEINBERG, Phys. Rev. Lett. 27 (1971) 1688.
- [26] P.W. HIGGS, Phys. Lett. 12 (1964) 132, Phys. Rev. 145 (1966) 1156.
- [27] G. T'HOOFT, Nucl. Phys. B.79 (1974) 276.
- [28] A. POLYAKOV, JETP Lett. 20 (1974) 194.
- [29] J.H. CHRISTENSEN, J.W. CRONIN, V.L. FITCH, R. TURLAY, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 138.