AST

Pages préliminaires

Astérisque, tome 119-120 (1984), p. 1-7

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1984__119-120__1_0>

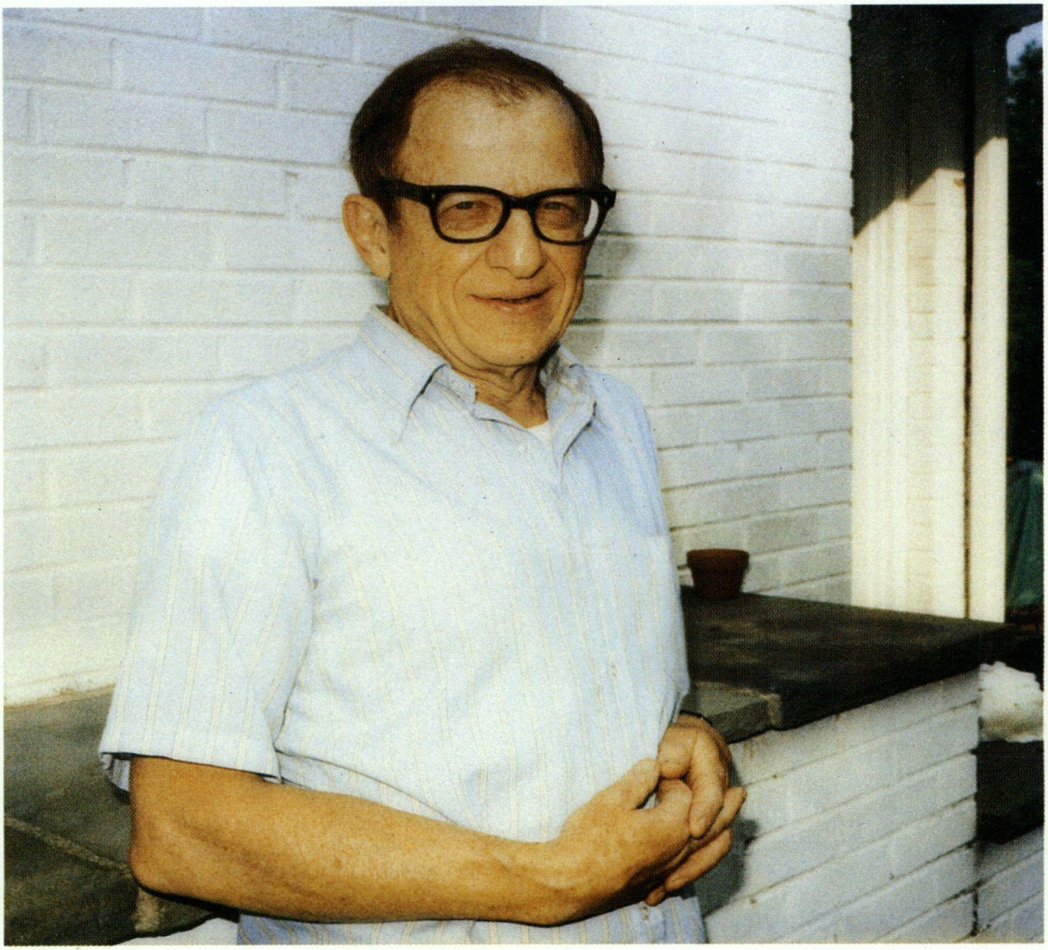
119-120 ASTÉRISQUE

1984

COHOMOLOGIE P-ADIQUE

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Dédié à Bernard M. DWORK
pour son $60^{\underline{e}}$ anniversaire

En 1960 B. DWORK étonnait le monde mathématique en proposant une démonstration p-adique de la première conjecture de Weil. Ses travaux ultérieurs sur les cohomologies p-adiques, en particulier les équations différentielles p-adiques liées à la variation de la cohomologie, ont été une source d'inspiration pour de nombreux mathématiciens. Nous sommes heureux de lui dédier ce volume où l'on trouvera de nombreuses illustrations de sa philosophie.

Nous remercions l'Institut de Recherches Mathématiques de Rennes qui s'est chargé de la frappe de ce volume, et en particulier Mme Brunel qui a réalisé cette frappe avec une grande compétence.

TABLE DES MATIÈRES

pages

ADOLPHSON Alan : *Uniqueness of* Γ_p *: the locally analytic case*.......... 9

BERTHELOT Pierre : *Cohomologie rigide et théorie de Dwork : le cas des sommes exponentielles*.............................. 17

BALDASSARRI Francesco : *Cohomologie* p-*adique pour la fonction* ${}_3F_2\begin{pmatrix} a,b_1,b_2 \\ c_1,c_2 \end{pmatrix};\lambda$ 51

BALDASSARRI Francesco : *Higher* p-*adic gamma functions and Dwork cohomology*.................................. 111

BOYARSKY Maurizio : *The Reich trace formula*............................ 129
avec un appendice par J. FRESNEL.................... 140

CHRISTOL Gilles : *Un théorème de transfert pour les disques singuliers réguliers*.. 151

CRISTANTE Valentino : p-*adic theta series with integral coefficients*... 169

KATZ Nicholas M. : *Expansion-coefficients as approximate solution of differential equations*.............................. 183

ROBBA Philippe : *Index of* p-*adic differential operators III. Application to twisted exponential sums*........................... 191

SPERBER Steven : *Newton polygons for general hyperkloosterman sums*...... 267

RÉSUMÉS DES ARTICLES

ADOLPHSON Alan : *Uniqueness of* Γ_p *: the locally analytic case.*

Pour $x \in \mathbb{Z}_p$ posons $\varphi(x) = (x - \mathrm{Rep}(x))/p$. Si G est une fonction définie sur $\mathbb{Z}_p$ et si $F = G/G\circ\varphi$, il est clair que F vérifie la condition $\forall n \in \mathbb{N}^{\times}$ $\forall a \in \mathbb{Z}_p$, $\varphi^{(n)}(a) = a$ implique $\prod_{i=o}^{n-1} F(\varphi^{(i)}(a)) = 1$. Nous montrons que réciproquement si F est une fonction localement analytique vérifiant cette condition alors F est de la forme $F = G/G\circ\varphi$ avec G localement analytique.

BERTHELOT Pierre : *Cohomologie rigide et théorie de Dwork : le cas des sommes exponentielles.*

The purpose of this article is to illustrate how the cohomology spaces built thanks to Dwork's methods can be interpreted from the point of view of algebraic geometry as special cases of a general p-adic cohomology theory for algebraic varieties over fields of characteristic $p > 0$, called "rigid cohomology". The article carries out such an interpretation in the case of the cohomology spaces used by Robba in his study of exponential sums (in this volume) : the description obtained in terms of rigid cohomology shows that these spaces are the analog of the ℓ-adic cohomology spaces used by Deligne and Katz in the ℓ-adic theory of exponential sums.

BALDASSARRI Francesco : *Cohomologie p-adique pour la fonction* ${}_3F_2\left(\begin{matrix} a, b_1, b_2 \\ c_1, c_2 \end{matrix}; \lambda\right)$.

We illustrate Dwork's philosophy that functions representend by integrals can be studied from the p-adic point of view by cohomological methods. The integral representation of ${}_3F_2$ leads us to the construction of a cohomological space which is a differential module W of rank 4, the differential module V associated to ${}_3F_2$ is a differential submodule of rangk 3. We show that in the dual theory associated to W, the symplectic map is not bijective and that its image is precisely V. We show that W has a strong Frobenius structure which is stable on V.

BALDASSARRI Francesco : *Higher p-adic gamma functions and Dwork cohomology.*

L'interprétation par Boyarsky et Dwork de la formule de Gross-Koblitz est que la matrice de Frobenius vérifie une équation fonctionnelle et de plus dépend analytiquement du paramètre, d'où l'on en déduit que c'est la fonction gamma p-adique. Ici en considérant des bases différentes de la cohomologie nous obtenons une matrice de Frobenius qui a un meilleur rayon d'analyticité locale. Cette amélioration est obtenue aux dépends de la simplicité de l'équation fonctionnelle associée. Nous donnons aussi une interprétation de la théorie duale de Dwork en terme de cup-produit.

BOYARSKY Maurizio : *The Reich trace formula*
avec un appendice par J. FRESNEL.

La formule de trace de Reich calcule la trace d'opérateurs du type de Frobenius sur l'espace des éléments analytiques sur le complément d'un voisinage d'une hypersurface dans un polydisque dans un espace p-adique de dimension n . Nous réexaminons la démonstration et éliminons l'une des hypothèses qui apparaissait dans le traitement original.

CHRISTOL Gilles : *Un théorème de transfert pour les disques singuliers réguliers.*

One of the first results discovered by DWORK about p-adic differential equations was the "transfer principle". This principle connects the radius of convergence of the solutions in an ordinary disk to the radius of convergence of the solutions in the generic disk. In this article we extend the transfer principle to the disks where the differential equation has a unique regular singularity. More precisely, as is well known, near a regular singular point a , the differential system $U' = GU$ has an invertible solution of the form $U = Y(x-a)^R$ where R is a constant matrice and where the entries of the matrice Y are analytic functions in a neighbourhood of a . Here we are concerned in the radius of convergence of the entries of the matrice Y .

CRISTANTE Valentino : p-*adic theta series with integral coefficients.*

Soient A un schéma abélien sur un anneau local avec corps résiduel parfait de caractéristique $p > 0$, et S le complété de son anneau local à l'origine. On montre que si la variété réduite A_o est ordinaire, pour chaque diviseur X sur A (étranger à l'origine mod p) le système des équations

$$(*) \quad D_i\theta - \theta\eta_{i,X} = 0 \ ,$$

où (D_i) est une base des dérivations invariantes de A et $(\eta_{i,X})$ est la n-uple des intégrales de seconde espèce associé à X et (D_i), a des solutions dans S . On montre les relations entre les solutions de $(*)$ et la décomposition canonique de $H^1_{DR}(A)$; enfin, dans le cas des courbes elliptiques, on donne des calculs explicites.

KATZ Nicholas : *Expansion-coefficients as approximate solution of differential equations.*

Nous montrons que les coefficients du développement formel d'une forme différentielle dont les périodes satisfont une équation différentielle convenable sont eux-mêmes les solutions congruence de la même équation différentielle.

ROBBA Philippe : *Index of* p*-adic differential operators III. Application to twisted exponential sums.*

Nous donnons une formule permettant de calculer l'indice d'un opérateur différentiel d'ordre 1 agissant sur les fonctions analytiques dans une boule. Ceci nous permet de calculer la dimension des cohomologies de Dwork associées à des modules différentiels de rang 1. En estimant les valuations p-adiques des coefficients de la matrice de Frobenius, nous obtenons des estimations des valuations p-adiques des zéros de la fonction L associée à une somme d'exponentielles.

SPERBER Steven : *Newton polygons for general hyperkloosterman sums.*

Le présent article concerne l'étude du polygone de Newton des fonctions L associées à certaines sommes de Kloosterman généralisées, définies sur un corps de caractéristique p . On prouve l'existence d'une borne inférieure uniforme (relativement à p) pour ces polygones de Newton. Il s'agit là d'une relation analogue à celle qui existe entre le polygone de Hodge d'une variété non singulière et le polygone de Newton de la fonction zéta de sa réduction modulo p — la conjecture de Katz, démontrée par Mazur dans un cadre très général. Dans les cas étudiés, la borne inférieure uniforme qui est obtenue est la meilleure possible, puisqu'elle est atteinte pour tous les nombres premiers p appartenant à une progression arithmétique appropriée. Ce travail soulève les questions suivantes : 1) quelle est la signification géométrique ou arithmétique de cette borne inférieure uniforme ; 2) peut-on démontrer que le polygone de Newton est situé au-dessus de cette borne inférieure dans une situation générale (c'est-à-dire l'analogue de la conjecture de Katz pour les sommes exponentielles).