

# ANNALI DELLA SCUOLA NORMALE SUPERIORE DI PISA *Classe di Scienze*

IACOPO BARSOTTI

## **Errata**

*Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze 3<sup>e</sup> série, tome 20, n° 2 (1966), p. 363-365*

[http://www.numdam.org/item?id=ASNSP\\_1966\\_3\\_20\\_2\\_363\\_0](http://www.numdam.org/item?id=ASNSP_1966_3_20_2_363_0)

© Scuola Normale Superiore, Pisa, 1966, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze » (<http://www.sns.it/it/edizioni/riviste/annaliscienze/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## ERRATA (aggiunta il 5-4-66 e il 14-5-66)

(ALTRE ERRATA SI TROVANO ALLA FINE DEI CAPP. 5 e 6)

- Cap. 3, p. 279, riga 13: leggasi  $M_t$  in luogo di  $tM$
- Cap. 3, p. 281, riga 4: leggasi  $\{y_1, \dots, y_n\}$  in luogo di  $y_1, \dots, y_n$
- Cap. 3, p. 298, riga 17: in luogo di  $(h_{il})_j, (h_{il})_{j-1}, j > 0, (h_{il})_0$  leggasi rispettivamente  $h_{il}, h_{i-1, l}, i > 0, h_{0l}$
- Cap. 3, p. 298, riga 22: leggasi  $f_{ah_{i1}}$  in luogo di  $f_{ah_{i1}}$
- Cap. 3, p. 298, lemma 3.35: l'ultimo esponente nella formula centrata deve essere  $\pi^{-1} \alpha^i$  anzichè  $\pi - 1_{\alpha_i}$
- Cap. 3, p. 299, riga 14: leggasi « poi » in luogo di « per »
- Cap. 3, p. 300, riga 2: leggasi  $h_i$  in luogo di  $h_1$
- Cap. 3, p. 303, riga 7: leggasi  $R_{0, n}$  in luogo di  $R_{0, n}$
- Cap. 4, p. 310, riga 8 del Caso 3: leggasi MC in luogo di  $MC$
- Cap. 4, p. 315: nella prima riga del diagramma leggasi  $\mathcal{D}, \mathcal{D}'$  in luogo di, rispettivamente,  $D, D'$
- Cap. 4, p. 321, riga 8 dal basso: leggasi  $D^{nn}$  in luogo di  $D^{n^n}$
- Cap. 4, p. 326, riga 5 del 4.31: leggasi  $K$ -moduli in luogo di  $K'$ -moduli
- Cap. 4, p. 326, riga 2 della dimostrazione del 4.31: leggasi  $\mu^{p-1} \mathbf{P}^{p-1}$  in luogo di  $\mu^p \mathbf{P}^p$
- Cap. 5, p. 490, corollario 5.23: leggasi  $(d, x)$  in luogo di  $(d * x)$
- Cap. 5, p. 484, riga 3: leggasi  $\mu_A^{p-1}$  in luogo di  $\mu_A^p$
- Cap. 5, p. 484, ultime tre righe della dimostrazione del 5.3: leggasi  $\mu_A^{p^r-1}$  ovunque è scritto  $\mu_A^{p^r}$
- Cap. 5, p. 486, penultima riga del 5.11: leggasi  $W_{g, q-1}$  in luogo di  $W_{g, n}$
- Cap. 5, p. 491, riga 9: leggasi  $A'$  in luogo di  $A''$
- Cap. 5, p. 492, riga 2: leggasi  $1_E$  in luogo di  $t_E$
- Cap. 5, p. 499, righe 5, 6, 7, 8: sostituire la parte che comincia con « ed allora » e termina con «  $i < n$  » con la seguente: tali  $x_i$  saranno tutti contenuti in un opportuno sottoipercampo di  $\mathcal{R}$ ; se allora  $d_0 \in \mathcal{D}_i \overline{\mathcal{D}}_r$ , si avrà  $d_h x_i = 0$  per ciascuno di tali  $i$  e per  $h$  piccolo; se invece  $d_0 \in \mathcal{D}_\pi$ , e  $t_{\mathcal{D}} d_0 = d_0$ , si ragioni come segue: a norma del 5.11, ogni monomio non nullo  $w$  che compare in  $(d * x)_i$  ha peso  $p^i$  separatamente nelle  $d_j$  e nelle  $x_j$ , se a queste si dà peso  $p^j$ ; perciò, se  $h$  è il minimo intero tale che  $d_h$  compaia in  $w$ , il grado di  $w$  nelle  $d_j$  è  $> (p-1)(i-h)$  (dimostrazione come quella dell'1.9); ma il numero di fattori del tipo  $d_{j_1} \dots d_{j_s} x_j$  di  $w$  è  $\leq p^{i-n}$  (perchè  $w$  ha peso  $p^i$  nelle  $x_n, x_{n+1}, \dots, x_i$ ), e perciò almeno uno di questi fattori ha, nelle  $d_j$ , un grado  $l > p^{n-i}(p-1)(i-h)$ . Ricordando che  $d_j = d_0$  per ogni  $j$ , ciò significa che uno di tali fattori è  $d_0^l x_j$ ; per  $h$  piccolo l'esponente  $l$  è grande, e quindi  $d_0^l x_j = 0$ , ossia  $w = 0$ , contro l'ipotesi. Resta così provato che le  $W^{(m)}$  del 5.5 possono in tutti i casi essere calcolate come se fosse  $d_i = 0$  per  $i < n$  (con  $n$  opportuno, non necessariamente lo stesso da cui si era partiti).

- Cap. 5, p. 500, riga 6: leggasi  $X_j^r$  in luogo di  $X_j^{(r)}$
- Cap. 5, p. 505, riga 3 del *Caso 1*: leggasi  $i < 0$  in luogo di  $i \leq 0$
- Cap. 5, p. 509, riga 13: leggasi  $\tilde{y}$  in luogo di  $y$
- Cap. 5, p. 510, riga 4 dal basso: leggasi « questa » in luogo di « queste »
- Cap. 6, p. 112, riga 3 della dimostrazione del 6.9: leggasi  $[\mathbf{P}(d * x) - (d * x) \overline{\times} 1]_i$  in luogo di  $[\mathbf{P}(d * x) - (d * x) \overline{\times} 1]$
- Cap. 6, p. 119, riga 11: leggasi  $\mathcal{Y}_0 C$  in luogo di  $\mathcal{Y} C_0$
- Cap. 6, p. 120, riga 3 della dimostrazione del 6.18: leggasi  $\mathbf{Y}_{r+1}$  in luogo di  $Y_{r+1}$
- Cap. 6, p. 125, risultato 6.21: si elida « e che  $\alpha$  sia isogenia » e si aggiunga « se  $\alpha$  è isogenia » alla fine dell'enunciato
- Cap. 6, p. 133, riga 5 della dimostrazione del 6.32: leggasi  $\hookrightarrow \mathbf{Y}_r$  in luogo di  $\hookrightarrow 0$
- Cap. 6, p. 133, righe 8 e 9 della dimostrazione del 6.32: si sostituisca la frase « nelle notazioni del diagramma che precede il 6.29 » con la frase « indicando con  $\tilde{\sigma}_2$  l'omomorfismo di  $\mathcal{C} R$  su tutto  $\mathcal{C}' {}^\pi R$  »
- Cap. 6, p. 133, riga 3 dal basso: prima di « onde » si aggiunga « ove  $\tilde{\sigma}_1$  indica l'omomorfismo di  $\mathcal{C}' R$  su tutto  $\mathcal{C}' {}^t R$  »
- Cap. 6, p. 133, riga 2 dal basso: leggasi  $\mathcal{C}' \mathcal{K}_\pi^0$  in luogo di  $\mathcal{C}' \mathcal{K}^0$
- Cap. 6, p. 102, ultime 6 righe: quando  $k$  è numerabile, non si è in realtà dimostrato che  $S$  contenga uno degli anelli affini di cui  $C$  è corpo quoziente; ed anzi, ho il sospetto che ciò possa non essere vero in qualche caso. Mostriamo allora come le dimostrazioni vadano modificate quando  $S$  non è schiera  $C$ : (1) Se  $k$  non è numerabile,  $S$  è schiera di  $C$  e tutto funziona bene. (2) Se  $k$  è numerabile, ed  $A$  è varietà abeliana su  $k$ , sia  $c$  un corpo algebricamente chiuso di trascendenza 1 su  $k$ ; allora tutto funziona bene per la varietà abeliana  $A_c$ : se infatti  $X$  è una sezione iperpiana di  $A$ , e  $\Gamma$  è una curva irriducibile su  $A$  non contenuta in nessun  $\sigma_Q(-\iota_A) X$ , con  $Q \in A$ , sia  $P$  un punto semplice di  $\Gamma_c$  che non sia estensione su  $c$  di un punto di  $\Gamma$ ; se  $\sigma_P X_c$  contenesse un punto  $Q_c$  di  $\mathcal{G} A_c$  (con  $Q \in \mathcal{G} A$ ), ossia se  $P + L = Q_c$ , con  $L \in X_c$ , specializzando sui posti  $\nu$  di  $c$  su  $k$  (valutazioni con corpo residuo  $k$ ) si avrebbe  $P\{\nu\} + L\{\nu\} = Q_c\{\nu\} = Q$ ; poichè  $P\{\nu\}$  percorre tutta  $\Gamma$ , ciò darebbe che  $\Gamma \subseteq \sigma_Q(-\iota_A) X$ , contro l'ipotesi. (3) Se  $k$  è numerabile, si possono definire  $R, {}^t R, {}^\pi R$ , ecc. indipendentemente da  $S$ : sia  $G$  il gruppo degli automorfismi di  $c$  su  $k$  (notazioni come in (2)); gli elementi di  $G$  operano in modo naturale su  $\mathcal{S} A_c$ , e quindi su  $R A_c$ ; definiremo  $R A$  come l'insieme degli elementi di  $R A_c$  ciascuno dei quali è invariante per ogni elemento di  $G$ ; analogamente per  ${}^t R, {}^\pi R$ , ecc. [in particolare,  ${}^\pi R$  è sempre il completamento di  $Q(O/A)$ ; ed  $R A$  è la somma diretta completa dei completamenti dei  $Q(P_h/A)$ ]. Con queste definizioni tutti gli enunciati che restano significativi, ossia quelli che non richiedono  $\mathcal{S} A$  o  $\mathcal{S}^\infty A$ , restano veri, e la tecnica di dimostrazione consiste nel passare da un enunciato su  $A_c$  ad uno su  $A$  col prendere gli elementi invarianti per  $G$ . L'unico punto delicato, che necessita nei 6.13 e 6.15, consiste nel seguente enunciato: *Se  $\mathfrak{m} \in \mathcal{M} A_c$  e  $g\mathfrak{m} = \mathfrak{m}$  per ogni  $g \in G$ , allora  $\mathfrak{m} = \mathfrak{h}_c + \mathcal{C} A_c$  per un opportuno  $\mathfrak{h} \in \mathcal{B} A$ .* Per dimostrarlo, sia  $\{\mathfrak{b}_1, \dots, \mathfrak{b}_n\}$  un insieme minimo di generatori del  $T$ -modulo  $\mathcal{B} A_c \pmod{\mathcal{C} A_c}$ ; allora le  $\varrho_1 \mathfrak{b}_i$  generano il  $c$ -modulo  $\mathcal{B}_1 A_c \pmod{\mathcal{C}_1 A_c}$ ; per un opportuno posto  $\nu_1$  di  $c$  su  $k$  le  $\mathfrak{a}_{1i} = (\varrho_1 \mathfrak{b}_i)(\nu_1)$  (ridotte mod  $\nu_1$  delle  $\varrho_1 \mathfrak{b}_i$ ) esistono e generano  $\mathcal{B}_1 A$ ; quindi  $(\mathfrak{a}_{1i})_c = \sum_j \varrho_1(a_{ij} \mathfrak{b}_j) + \text{cl } \varrho_1 x_i$ , per opportuni  $a_{ij} \in T, x_i \in \text{vect } c(A_c)$ . Posto  $\mathfrak{a}'_{1i} = \sum_j a_{ij} \mathfrak{b}_j + \text{cl } x_i$ , è  $\varrho_1 \mathfrak{a}'_{1i} = (\mathfrak{a}_{1i})_c$ , e le  $\mathfrak{a}'_{1i}$  generano il  $T$ -modulo  $\mathcal{B} A_c \pmod{\mathcal{C} A_c}$ . Proseguendo, per un opportuno posto  $\nu_2$  le

$\mathbf{a}_{2i} = (\varrho_2 \mathbf{a}'_{1i}) (\nu_2)$  esistono, appartengono a  $\mathcal{B}_2 A$ , e soddisfano le  $\varrho_1 \mathbf{a}_{2i} = \mathbf{a}_{1i}$ ; eccetera. Si costruiscono così degli  $\mathbf{a}'_{\infty i} \in \mathcal{B}A$  tali che gli  $(\mathbf{a}'_{\infty i})_c$  generano il  $T$ -modulo  $\mathcal{B}A_c$  (mod  $\mathcal{C}A_c$ ); ed allora l'enunciato segue con facilità. Si noti che i 6.18, 6.19 restano validi su  $A$  se si sostituisce la condizione  $\mathbf{y}_r \in \mathcal{S}^\infty$  con la  $\pi^r \mathbf{y}_r \in Q(O/A)$ .

MC, p. 327, ultime 5 righe dalla dim. del 2.12: leggasi  $r + q - \beta$  ovunque è scritto  $r + q - \beta - 1$ .