

# ANNALI DELLA SCUOLA NORMALE SUPERIORE DI PISA *Classe di Scienze*

PAUL LÉVY

## **Observation sur un précédent mémoire de l'auteur**

*Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze 2<sup>e</sup> série*, tome 4, n° 2  
(1935), p. 217-218

<[http://www.numdam.org/item?id=ASNSP\\_1935\\_2\\_4\\_2\\_217\\_0](http://www.numdam.org/item?id=ASNSP_1935_2_4_2_217_0)>

© Scuola Normale Superiore, Pisa, 1935, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze* » (<http://www.sns.it/it/edizioni/riviste/annaliscienze/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## OBSERVATION SUR UN PRÉCÉDENT MÉMOIRE DE L'AUTEUR

par PAUL LÉVY (Paris).

M. KOLMOGOROFF a attiré mon attention sur ce que dans mon mémoire *Sur les intégrales dont les éléments sont des variables aléatoires indépendantes*, récemment paru dans ces *Annali* (1934-XII), je me suis à deux reprises appuyé sur un théorème non encore démontré. Cette observation est exacte, mais, comme je vais le montrer, il n'y a que quelques mots à ajouter pour établir en toute rigueur l'exactitude de mes résultats.

Il s'agit de la formule

$$\gamma = \sum \beta_i \gamma_i,$$

dans laquelle les  $\beta_i$  sont les probabilités d'évènements  $e_i$  exclusifs les uns des autres,  $\gamma$  et  $\gamma_i$  désignant respectivement les probabilités d'un même évènement  $E$  a priori et lorsque  $e_i$  est réalisé. Cette formule est exacte s'il n'y a qu'une infinité dénombrable d'évènements  $e_i$ . Dans le cas d'évènements dépendant d'une manière continue d'un paramètre, la somme devient une intégrale de STIELTJES, et la formule ainsi écrite peut être prise comme définition de  $\gamma$ . L'erreur que j'ai commise consistait à ne pas m'apercevoir que j'égalais cette probabilité  $\gamma$  à une probabilité antérieurement définie d'une manière un peu différente.

La question de savoir si ce mode de raisonnement peut se justifier d'une manière générale ne semble pas encore résolue. Je me placerai seulement ici au point de vue de l'application que j'en ai faite.

Au premier des passages considérés, p. 345, l. 21 à 27, il s'agissait d'établir par un raisonnement simple un résultat contenu dans ceux qui seront établis autrement dans la suite du mémoire. Ce raisonnement peut être abandonné sans rien changer à la suite du travail; il conserve d'ailleurs, à mon avis, une valeur heuristique.

Le second passage visé par M. KOLMOGOROFF, p. 362, l. 27 à 36, est au contraire essentiel. Mais il suffit pour répondre à l'objection de M. KOLMOGOROFF de se reporter à la définition même des lois de probabilité considérées, obtenues en considérant d'abord un nombre fini de valeurs de  $t$ , et passant du fini à l'infini, comme dans la définition des intégrales. Or l'inégalité qu'il s'agissait d'établir est vraie

dans le fini, car dans le fini le raisonnement fait à l'endroit cité ne donne lieu à aucune objection. Elle reste vraie à la limite.

J'ajoute que la démonstration un peu délicate sur laquelle repose le § 10 de mon mémoire sur les intégrales aléatoires n'est dans mon idée qu'une solution provisoire, en attendant une démonstration plus précise et plus élégante basée sur une formule qui généralise les inégalités connues de TCHEBYCHEFF et de KOLMOGOROFF, que j'ai indiquée avec réserves à la fin de ma Note présentée à l'Académie des Sciences de l'Institut de France le 26 mars 1934. C'est à cause de l'importance qu'elle aurait si elle était exacte que je me suis permis d'indiquer une formule dont je n'étais pas sûr. Elle rendrait inutiles tous les raisonnements délicats rappelés ci-dessus. Mais actuellement (janvier 1935) je n'en ai pas encore la démonstration.