ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

BOBILLIER

Questions résolues. Solution du dernier des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 232 du XVI.e volume des Annales

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 18 (1827-1828), p. 98-100

<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1827-1828__18__98_1>

QUESTIONS RÉSOLUES.

Solution du dernier des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 232 du XVI.e volume des Annales;

Par M. Bobillier, professeur à l'Ecole des arts et métiers de Châlons-sur-Marne (*).

PROBLÈME. *Deux angles trièdres, l'un fixe et l'autre mobile, ont leurs sommets sur une même droite fixe et indéfinie, et sont tels*

(*) M. Bobillier a résolu l'autre problème de l'endroit cité, à la page 335 du tome XVII.

J. D. G.

d'ailleurs que leurs arêtes correspondantes sont dans un même plan ; d'où il suit que les intersections de leurs faces correspondantes sont trois droites constamment situées dans un même plan variable de situation dans l'espace comme l'angle trièdre mobile. On demande, dans toutes les situations de cet angle trièdre mobile, à quelle surface ce plan variable sera constamment tangent ?

Solution. Soient a, b, c les pôles des faces de l'angle trièdre fixe, et a', b', c' les pôles des faces correspondantes de l'angle trièdre mobile considéré dans l'une de ses positions, déterminés les uns et les autres par rapport à une surface directrice du second ordre (un paraboloïde elliptique, par exemple), dont l'axe principal coïncide avec la droite fixe qui joint les sommets des deux angles trièdres. Par cette disposition, les plans (a, b, c), (a', b', c') seront perpendiculaires à cet axe, et conséquemment parallèles ; et les pôles des trois plans fixes qui contiennent les arêtes correspondantes des deux angles trièdres seront situés à l'infini ; mais les droites ab et $a'b'$, bc et $b'c'$, ca et $c'a'$, polaires réciproques des arêtes correspondantes, doivent aller concourir à ces pôles respectifs ; donc ces couples de droites seront parallèles, c'est-à-dire, que les deux triangles abc, $a'b'c'$ auront leurs côtés correspondans parallèles, et seront conséquemment semblables ; d'où il suit que les trois droites aa', bb', cc', polaires conjuguées respectives des intersections des plans des faces correspondantes des deux tétraèdres, concourront en un même point o ; ce qui démontre déjà que ces trois intersections sont constamment dans un même plan dont le pôle est en ce point o.

Présentement, si l'on fait mouvoir le second angle trièdre, parallèlement à lui-même, de sorte que son sommet parcourre l'axe de la surface directrice ; les points a', b', c' décriront trois de ses diamètres, lesquels sont parallèles à cet axe et comme tels perpendiculaires au plan (a, b, c) ; d'après quoi il est aisé de reconnaître que le point mobile o décrira lui-même un quatrième diamètre, passant par le centre de similitude des projections des triangles abc, $a'b'c'$ sur un plan quelconque, parallèle aux leurs ; donc, puisque la polaire conjuguée de ce diamètre est située à l'infini, ils s'ensuit que le plan déterminé par les intersections des plans des faces correspondantes des deux angles trièdres sera mu parallélement à lui-même.