ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

Analise élémentaire. Solution d'un paradoxe que présentent les équations du deuxième degré

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 15 (1824-1825), p. 118-120
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1824-1825__15__118_1>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1824-1825, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

ANALISE ÉLÉMENTAIRE.

Solution d'un paradoxe que présentent les équations du deuxième degré ;

Par un ABONNÉ.

SOIT l'équation

$$ax^2+bx+c=0\,, \qquad (1)$$

on en tire, comme l'on sait,

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ (*)\,. \qquad (2)$$

(*) La manière la plus correcte de parvenir à ce résultat semble être la suivante : en multipliant l'équation (1) par $4a$, et transposant, elle devient

Si l'on suppose $a=0$, l'équation (1) se réduit à

$$bx+c=0\,, \quad \text{qui donne} \quad x=-\frac{c}{b}\,,$$

et la formule (2) donne

$$x=\frac{-b\pm b}{0}\,,$$

ce qui donne ces deux valeurs $x=\frac{0}{0}$ et $x=\infty$; et il s'agit d'expliquer l'origine de ces deux valeurs, et pourquoi elles ne sont ni l'une ni l'autre celle qui doit répondre à ce cas.

$$4a^2x^2+4abx=-4ac\;;$$

puis, en ajoutant b^2 à chaque membre,

$$(2ax+b)^2=b^2-4ac\,,$$

d'où

$$2ax+b=\pm\sqrt{b^2-4ac}\,,$$

équation qui, résolue par rapport à x, donne le résultat (2).

Nous faisons cette observation, parce que nous avons quelquefois vu tourmenter de pauvres jeunes-gens dans des examens, en leur interdisant la faculté de diviser ou de multiplier par a avant de résoudre l'équation, apparemment pour les rendre systématiquement maladroits.

Nous ne voyons pas non plus trop bien pourquoi on est dans l'usage de mettre cette formule sous la forme

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\sqrt{\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}}\;;$$

à moins cependant que ce ne soit pour la rendre un peu plus embarrassante à écrire et pour donner un peu plus de travail au calculateur, dans le cas des applications numériques, lorsque ni b ni c ne sont divisibles par a.

J. D. G.

Pour cela, remarquons d'abord que la supposition de $a=0$ ne fait nécessairement évanouir le terme ax^2 qu'autant qu'on suppose tacitement que x est une quantité finie ; car, si l'on pose à la fois $a=0$ et $x=\infty$, loin qu'alors le terme ax^2 devienne nécessairement nul, il pourra avoir alors une valeur infinie.

Si l'on rejette cette valeur ; il ne reste plus que la valeur $x=\frac{0}{0}$, qui renferme bien implicitement la valeur $x=-\frac{c}{b}$; et si l'on nous demande pourquoi elle prend cette sorte de masque, nous répondrons que les formules analitiques ne pouvant jamais se trouver en défaut, il faut nécessairement qu'il en soit ainsi *toutes les fois qu'on emploie à la recherche d'une inconnue un procédé susceptible de donner pour cette inconnue plus ou moins de valeurs qu'elle n'en doit réellement avoir*, puisque l'analise n'a aucune raison pour *exclure* ou *admettre* quelques-unes de ces valeurs de préférence à d'autres.

Pour faire éclore la valeur $x=-\frac{c}{b}$ de la formule (2), on a communément recours au développement du radical en série : c'est à peu près employer une machine à vapeur à haute pression pour soulever une mouche. On parvient de suite au but en multipliant les deux termes de la fraction valeur de x par $-b\mp\sqrt{b^2-4ac}$; elle devient ainsi

$$x=\frac{2c}{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}} \quad (*) \ ;$$

et alors en posant $a=0$, on obtient de suite

$$x=\infty\,, \qquad x=-\frac{c}{b}\,,$$

comme cela doit être.

(*) On obtient immédiatement les valeurs de x sous cette forme, en divisant l'équation (1) par x^2, résolvant l'équation résultante par rapport à $\frac{1}{x}$, et concluant ensuite la valeur de x. *J. D. G.*