
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

GERGONNE

Démonstration de M. Gergonne

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 13 (1822-1823), p. 328

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1822-1823__13__328_1

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1822-1823, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

Démonstration de M. GERGONNE.

En transformant le théorème en problème on peut se demander *quelle est la trajectoire orthogonale de toutes les hyperboles équilatères qui ont les mêmes asymptotes ?*

En prenant ces asymptotes pour les axes des coordonnées, on pourra prendre, pour l'équation commune à toutes ces hyperboles,

$$xy = A,$$

dans laquelle A est un paramètre indéterminé. Si alors (x', y') est le point de l'une de ces courbes où elle est coupée par l'une des courbes cherchées, les équations des tangentes à ces deux courbes en ce point seront

$$y - y' = -\frac{y'}{x'}(x - x'), \quad y - y' = \frac{dy'}{dx'}(x - x');$$

afin donc qu'elles se coupent perpendiculairement, on devra avoir.

$$1 - \frac{y'dy'}{x'dx'} = 0 \quad \text{ou} \quad x'dx' - y'dy' = 0,$$

équation qui a pour intégrale, en supprimant les accents,

$$x^2 - y^2 = B,$$

qui appartient bien, en effet, à toutes les hyperboles équilatères qui ont pour diamètres principaux les asymptotes des premières.

Démonstration