ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

BERNARD BERNDTSON

BERZELIUS

Analise algébrique. Note sur la résolution d'une classe particulière d'équations algébriques

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 11 (1820-1821), p. 373-375

<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1820-1821__11__373_0>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1820-1821, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

ANALISE ALGÉBRIQUE.

Note sur la résolution d'une classe particulière d'équations algébriques ;

Par M. BERNARD BERNDTSON, officier civil au département de la guerre de S. M. Suédoise ;

Communiquée au Rédacteur des Annales,

Par M. BERZELIUS, secrétaire perpétuel de l'académie des sciences de Stockholm.

Lettre de M. BERZELIUS au Rédacteur.

MONSIEUR,

LA note ci-jointe m'a été remise par un zélé mathématicien de mes amis, pour vous être adressée. L'auteur se trouverait heureux si vous la jugiez digne d'une place dans vos *Annales*.

Agréez, etc.

Stockholm, le 17 mars 1821.

Note de M. Berndtson.

Le soussigné a l'honneur de donner avis à M. le Rédacteur des *Annales de mathématiques* que, s'étant proposé de résoudre l'équation

$$x^{2n+1}-x-k=0\ ,$$

dans laquelle n est un nombre entier positif et où k est une quantité réelle positive quelconque; il a trouvé, par une méthode spéciale, appropriée aux divers cas particuliers que renferme cette formule générale, qu'en posant

$$a=\sqrt[2n+1]{1+k}\ ,\quad b=+\sqrt[2n]{1+\frac{k}{a}}\ ,\quad c=+\sqrt[2n]{1+\frac{k}{b}}\ ;$$

la seule racine réelle positive que puisse avoir cette équation est exactement exprimée par la formule

$$x=\frac{b^2-ac}{2b-(a+c)}\ .$$

De cette détermination générale de la racine réelle positive de l'équation il suit, pour les cas particuliers, que cette racine sera celle de l'équation

$$x^3-x-k=0\ ,$$

si l'on pose

$$a=\sqrt[3]{1+k}\ ,\quad b=+\sqrt{1+\frac{k}{a}}\ ,\quad c=+\sqrt{1+\frac{k}{b}}\ ;$$

quelle sera celle de l'équation

$$x^5-x-k=0\ ,$$

si l'on pose

$$a=\sqrt[3]{1+k}\ ,\quad b=+\sqrt[4]{1+\frac{k}{a}}\ ,\quad c=+\sqrt[4]{1+\frac{k}{b}}\ ;$$

et ainsi de suite.

L'exposition des faits analitiques qui ont amené le résultat qu'on vient de faire connaître ne paraît guère susceptible, à raison des développemens qu'elle exigerait, de trouver place dans un recueil périodique; mais l'auteur s'engage à communiquer ces faits aux géomètres qu'ils pourraient particulièrement intéresser (*).

(*) Dans l'ignorance où nous sommes des considérations qui ont pu conduire l'auteur à ce singulier résultat, nous aurions desiré d'offrir du moins à nos lecteurs une vérification simple de ses formules; mais, même pour le cas particulier du troisieme degré, les calculs sont trop longs et offrent trop peu d'intérêts pour mériter de trouver place ici. Nous nous bornerons donc à remarquer que depuis long-temps nous avons observé que, quels que soient a, b, m, l'une des racines de l'équation

$$x^m-ax-b=0\ ,$$

peut être indistinctement exprimée par l'une ou l'autre des deux formules prolongées à l'infini

$$x=\sqrt[m]{b+a\sqrt[m]{b+a\sqrt[m]{b+\ldots}}}$$

$$x=\sqrt[m-1]{a+\cfrac{b}{\sqrt[m-1]{a+\cfrac{b}{\sqrt[m-1]{a+\cfrac{b}{\sqrt[m-1]{a+\ldots\ldots}}}}}}}$$

Ces résultats sont, comme l'on voit, du genre de ceux qu'a présenté M. Shmidten dans un précédent mémoire.

J. D. G.