ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

SERVOIS

Géométrie pratique. Problème. Prolonger une droite accessible au-delà d'un obstacle qui borne la vue, en n'employant que l'équerre d'arpenteur, et sans faire aucun chaînage ? Solution

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 4 (1813-1814), p. 250-253
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1813-1814__4__250_1>

GÉOMÉTRIE PRATIQUE.

PROBLÈME.

*Prolonger une droite accessible au-delà d'un obstacle qui borne la vue, en n'employant que l'*équerre d'arpenteur, *et sans faire aucun chaînage ?*

Solution ;

Par M. Servois, professeur aux écoles d'artillerie.

Soient A, B (fig. 2) deux des points de la direction d'une droite qu'il faut prolonger au-delà d'un obstacle O qu'elle vient rencontrer et qui borne la vue.

1.° Aux points A, B, pris pour sommets, soient formés, à volonté, les angles droits LAD, LBD, en déterminant les points L et D de manière que de L on puisse voir au-delà de l'obstacle O.

2.° Au point L, pris pour sommet, soit fait l'angle droit DLF ; F étant l'intersection de LF avec BD ou son prolongement.

3.° En cheminant dans la direction de AD, soit déterminé, sur cette droite, le sommet E de l'angle droit AEF.

4.° Enfin, en cheminant dans la direction EF, soit déterminé, sur cette droite, le sommet C de l'angle droit LCE, et ce point C sera un de ceux du prolongement de AB, au-delà de l'obstacle O.

On pourrait achever le prolongement, en déterminant, par une semblable opération, un autre point de la direction AB; mais on trouvera peut-être plus commode de procéder comme il suit.

1.° Au point A, pris pour sommet, on formera l'angle droit BAH.

2.° En un point quelconque H de la direction AH, pris pour sommet, on formera l'angle droit AHG.

3.° Cheminant dans la direction de HG, on cherchera, sur cette droite, le sommet G de l'angle droit HGC.

4.° Enfin formant au point C l'angle droit GCK, la droite CK sera le prolongement cherché.

La méthode qui vient d'être indiquée plus haut pour déterminer le point C, repose sur le théorème suivant, qui est, je crois, de Simson.

THÉORÈME. Les pieds des perpendiculaires abaissées sur les directions des côtés d'un triangle, d'un même point quelconque de la circonférence du cercle qui lui est circonscrit, sont tous trois sur une même ligne droite. (*)

(*) Ce théorème revient à celui-ci : *si, sur trois cordes, partant d'un même point d'une circonférence, prises pour diamètres, on décrit trois cercles, les intersections de ces cercles deux à deux seront toutes trois sur une même ligne droite.* Ce théorème se démontre assez simplement comme il suit.

Soit pris le diamètre qui passe par le point commun aux trois cordes pour axe des x, et la tangente au même point pour axe des y; et soient respectivement

$$y=mx\ ,\qquad y=m'x\ ,\qquad y=m''x\ ,$$

les équations des trois cordes. Si r est le rayon du cercle, son équation sera

$$x^2+y^2=2rx.$$

On voit, en effet, qu'à cause des deux angles droits opposés DEF, DLF, le quadrilatère DEFL est inscrit à un cercle ; que par conséquent L est un point de la circonférence du cercle circonscrit au triangle DEF ; d'où il suit que les pieds A, B, C des perpendiculaires LA, LB, LC, abaissées respectivement du point L sur les directions ED, DF, FE des côtés de ce triangle doivent être sur une même ligne droite.

Remarque. L'*Équerre d'arpenteur* est, en général, un instrument beaucoup moins estimé qu'il ne mérite de l'être. J'ai tâché de le relever de son discrédit, dans mes *Solutions peu connues de diffé-*

D'après cela on trouvera, pour les équations des extrémités non communes de ces trois cordes,

$$\left\{\begin{aligned} x&=\frac{2r}{1+m^2},\\ y&=\frac{2mr}{1+m^2}; \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} x&=\frac{2r}{1+m'^2},\\ y&=\frac{2m'r}{1+m'^2}; \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} x&=\frac{2r}{1+m''^2},\\ y&=\frac{2m''r}{1+m''^2}. \end{aligned}\right.$$

D'où on conclura, pour les équations des cercles dont elles sont les diamètres,

$$(1+m^2)(x^2+y^2)=2r(x+my),$$

$$(1+m'^2)(x^2+y^2)=2r(x+m'y),$$

$$(1+m''^2)(x^2+y^2)=2r(x+m''y).$$

Les intersections de ces cercles, deux à deux, auront pour équations

$$\left\{\begin{aligned} x&=\frac{2(1-mm')r}{(1+m^2)(1+m'^2)},\\ y&=\frac{2(m+m')r}{(1+m^2)(1+m'^2)}; \end{aligned}\right. \quad \left\{\begin{aligned} x&=\frac{2(1-m'm'')r}{(1+m'^2)(1+m''^2)},\\ y&=\frac{2(m'+m'')r}{(1+m'^2)(1+m''^2)}; \end{aligned}\right. \quad \left\{\begin{aligned} x&=\frac{2(1-m''m)r}{(1+m''^2)(1+m^2)},\\ y&=\frac{2(m''+m)r}{(1+m''^2)(1+m^2)}. \end{aligned}\right.$$

Si l'on cherche quelle est la droite qui passe par deux quelconques de ces trois points, on trouvera, toutes réductions faites, que l'équation de cette droite est

$$(m+m'+m''-mm'm'')y=(mm'+m'm''+m''m-1)x+2r;$$

et, comme cette équation est symétrique en m, m', m'', on en conclura que la droite qu'elle exprime contient à la fois les trois points.

J. D. G.

rens

rens problèmes de geométrie pratique (*). Mais, en particulier, l'*équerre* à miroir, exécute d'abord je crois par Adam, rappelé ensuite, avec distinction, par Fallon, dans la *Correspondance* de Zach, est, sans contredit, celui qui réunit le plus de propriétés. Il a sur-tout l'avantage précieux de donner, sans tâtonnement, le pied de la perpendiculaire abaissée sur une droite accessible, d'un point seulement visible et non accessible.

(*) In-8.° d'environ 100 pages (an XII); chez Madame veuve Courcier, à Paris.