ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

G. FORNIER

Quatrième démonstration

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 3 (1812-1813), p. 167-168

<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1812-1813__3__167_1>

Quatrième démonstration ;

Par M. G. Fornier, élève du lycée de Nismes.

Deux quadrilatères étant supposés l'un inscrit et l'autre circonscrit à une même section conique, de telle sorte que les sommets de l'inscrit soient les points où les côtés du circonscrit touchent la courbe, je me propose de démontrer 1.° que les quatre diagonales des deux quadrilatères passent par le même point ; 2.° que les quatre points de concours des côtés opposés de ces deux mêmes quadrilatères sont sur une même droite.

I. Tout quadrilatère circonscrit à une section conique peut être considéré comme un hexagone circonscrit, dont deux angles, devenus chacun égal à deux angles droits, ont leurs sommets à deux quelconques des points de contact des côtés de ce quadrilatère avec la courbe.

II. Pareillement, tout quadrilatère inscrit à une section conique, peut être considéré comme un hexagone inscrit, dont deux côtés, d'une longueur nulle, sont dirigés suivant les tangentes à deux quelconques des sommets de ce quadrilatère.

III. En particulier, on peut prendre l'une des diagonales du quadrilatère inscrit pour une diagonale joignant deux sommets opposés de l'hexagone circonscrit, auquel cas les deux diagonales du quadrilatère circonscrit seront aussi des diagonales joignant des sommets opposés du même hexagone ; et, comme il est connu que les diagonales qui joignent les sommets opposés de tout hexagone circonscrit à une section conique se coupent en un même point, il s'ensuit que les quatre diagonales des deux quadrilatères doivent passer par un même point.

IV. Pareillement, on peut, en particulier, prendre deux côtés opposés du quadrilatère circonscrit pour côtés opposés de l'hexagone inscrit, auquel cas les côtés opposés du quadrilatère inscrit seront aussi des côtés opposés du même hexagone ; et, comme il est connu que les points de concours des directions des côtés opposés de tout hexagone inscrit à une section conique sont situés sur une même ligne droite, il s'ensuit que les quatre points de concours des directions des côtés opposés des deux quadrilatères doivent être en ligne droite.

V. Ce tour de démonstration, qui s'etend également aux trois quadrilatères simples dont tout quadrilatère complet est composé, est en même temps propre à faire apercevoir beaucoup d'autres droites qui passent par les mêmes points, et beaucoup d'autres points qui appartiennent aux mêmes lignes droites.