ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

PILATTE
PENJON
ROCHAT
LEGRAND

Quatrième, cinquième et sixième solutions

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 2 (1811-1812), p. 305-306
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1811-1812__2__305_1>

Quatrième, Cinquième et Sixième solutions ;

Par MM. Pilatte et Penjon, Professeurs de mathématiques au lycée d'Angers ; et MM. Rochat et Legrand, professeurs à Saint-Brieux.

La marche de M. Penjon diffère peu de celle de M. Tédenat, si ce n'est qu'il prend pour inconnue le côté CA″, ce qui le conduit à une équation du quatrième degré se résolvant comme une du second.

« Cherchez une moyenne proportionnelle entre CA et CB′, et une autre entre » CB et CA′; faites de ces deux lignes deux côtés de deux triangles, dont l'an- » gle compris soit pour l'un la somme et pour l'autre la différence des deux » angles ACB et A′CB′; si alors vous construisez un triangle rectangle dont l'hypo- » thénuse soit la somme, et un côté de l'angle droit la différence des troisièmes » côtés de ces triangles, l'angle opposé à l'autre côté de l'angle droit dans ce triangle » rectangle, mesurera l'inclinaison des deux plans. »

(*Note des éditeurs.*)

M. Pilatte traite la question par la géométrie analitique, en prenant le plan de projection pour le plan des xy et le point C pour origine des coordonnées rectangulaires ; il ne se permet, au surplus, d'autres simplifications que de prendre pour plan des xz le plan même du triangle AA″C. Prenant alors pour inconnue la coordonnée CA″ du point A, ce qui rentre dans le système de M. Penjon, il parvient, comme lui, à une équation du quatrième degré se résolvant comme une du second, et à l'aide de laquelle il construit les projections du triangle ACB sur les plans des xz et des xy. Nous ferions connaître ses constructions, beaucoup plus simples que la forme de l'equation ne semble le promettre, si nous n'avions à indiquer bientôt une méthode très-élégante pour résoudre le problème, par des considérations purement géométriques.

MM. Rochat et Legrand ont réduit la question à chercher la direction des arêtes latérales d'un prisme droit triangulaire ayant pour base supérieure le triangle à projeter, et pour base inférieure la projection de ce triangle. Soient donc (fig. 10) ACB la base supérieure de ce prisme, A′C′B′ sa base inférieure, et soit fait passer par C un plan aCb parallèle à cette dernière. Soient $\text{Ang.ACC}'=x$, $\text{Ang.BCC}'=y$, $\text{Ang.ACB}=\gamma$, $\text{Ang.A}'\text{C}'\text{B}'=\gamma'$, $\dfrac{\text{CA}}{\text{CB}}=m$, $\dfrac{\text{C}'\text{A}'}{\text{C}'\text{B}'}=m'$; l'angle trièdre dont les arêtes sont CA, CB, CC′ donnera

$$\text{Sin}.x\text{Sin}.y\text{Cos}.\gamma'=\text{Cos}.\gamma-\text{Cos}.x\text{Cos}.y\ ;$$

les deux triangles rectangles $\text{C}a\text{A}$, $\text{C}b\text{B}$ donneront ensuite $\text{C}a$ ou $\text{C}'\text{A}'=\text{CASin}.x$ et $\text{C}b$ ou $\text{C}'\text{B}'=\text{CBSin}.y$; d'où l'on conclut, par division, $m'=m\dfrac{\text{Sin}.x}{\text{Sin}.y}$, c'est-à-dire,

$$m\text{Sin}.x=m'\text{Sin}.y\ ;$$

au moyen de cette équation et de la précédente, on trouve facilement, soit pour $\text{Sin}.x$, soit pour $\text{Sin}.y$, une équation du 4.^me^ degré se résolvant comme une du second.