

---

---

# ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

---

---

PENJON

**Deuxième solution**

*Annales de Mathématiques pures et appliquées*, tome 2 (1811-1812), p. 280-281

[http://www.numdam.org/item?id=AMPA\\_1811-1812\\_\\_2\\_\\_280\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1811-1812__2__280_0)

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1811-1812, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

*Deuxième solution ;*

Par M. PENJON , professeur de mathématiques au lycée d'Angers.

J'observerai d'abord que , pour que le problème proposé n'ait qu'une solution unique , il est nécessaire d'indiquer à laquelle des droites données de position chaque coté du polygone cherché doit être parallèle ; car autrement ,  $m$  désignant le nombre des cotés du polygone donné , et conséquemment aussi le nombre des droites données de position , le nombre des solutions du problème serait  $1.2.3....m$ .

Soient  $S_1S_2$  et  $S_2S_3$  deux cotés consécutifs du polygone donné ( fig. 11 ) , et soit  $X_1X_2$  le coté du polygone cherché qui répond à l'angle  $S_2$ . Par  $S_1$  soit menée  $S_1K_2$  parallèle à celle des droites données de position à laquelle  $X_1X_2$  doit être lui-même parallèle. Soient  $S_2S_1=a_1$  ,  $S_2K_2=b_2$  ,  $S_2X_1=x_1$  ,  $S_2X_2=y_2$  ; nous aurons

$$\frac{a_1}{x_1} = \frac{b_2}{y_2} \quad \text{ou} \quad a_1y_2 = b_2x_1 ,$$

et il est clair que , si  $m$  est le nombre des cotés du polygone proposé , nous aurons  $m$  équations semblables entre les  $2m$  inconnues

$$x_1 , x_2 , x_3 , \dots , x_m ; \\ y_1 , y_2 , y_3 , \dots , y_m .$$

Nous aurons de plus , entre les mêmes inconnues ,  $m$  autres équations de la forme  $x_1+y_1=a_1$  ,  $x_2+y_2=a_2$  , ..... ce qui sera suffisant pour les déterminer ; et , comme ces équations sont toutes du premier degré , le problème , lorsqu'il sera possible et déterminé , n'admettra jamais plus d'une solution.

*Premier exemple.* Pour le triangle , les équations seront

$$a_1y_2 = b_2x_1 , \quad x_1+y_1 = a_1 , \\ a_2y_3 = b_3x_2 , \quad x_2+y_2 = a_2 , \\ a_3y_1 = b_1x_3 , \quad x_3+y_3 = a_3 ,$$

d'où

d'où on tirera

$$x_1 = a_1 \frac{a_1 a_2 a_3 - b_1 a_2 a_3 + b_1 a_2 b_3}{a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3}.$$

*Deuxième exemple.* Pour le quadrilatère, les équations seront

$$a_1 y_2 = b_2 x_1, \quad x_1 + y_1 = a_1,$$

$$a_2 y_3 = b_3 x_2, \quad x_2 + y_2 = a_2,$$

$$a_3 y_4 = b_4 x_3, \quad x_3 + y_3 = a_3,$$

$$a_4 y_1 = b_1 x_4, \quad x_4 + y_4 = a_4,$$

d'où on tirera

$$x_1 = a_1 \cdot \frac{a_1 a_2 a_3 a_4 - b_1 a_2 a_3 a_4 + b_1 a_2 a_3 b_4 - b_1 a_2 b_3 b_4}{a_1 a_2 a_3 a_4 - b_1 b_2 b_3 b_4}.$$

Ces résultats, dont la loi est manifeste, se construiront par des quatrièmes proportionnelles.