ANNALES DE L'I. H. P.

F. CAP

Une interprétation causale de la théorie quantique est-elle possible ?

Annales de l'I. H. P., tome 15, nº 2 (1956), p. 113-122
<http://www.numdam.org/item?id=AIHP_1956__15_2_113_0>

Une interprétation causale de la théorie quantique est-elle possible ?

par

F. CAP

(Innsbruck).

Un phénomène naturel est généralement défini comme « causal » lorsque à l'apparition d'une situation initiale A (cause) succède toujours la même situation finale B (effet). Cette loi de la causalité (cause-effet) qui remonte à Aristote est un préjugé indéracinable qui paralyse le développement des sciences naturelles et de la philosophie naturelle de la même manière que, de son temps, le préjugé de l'espace absolu.

Même s'il n'y avait pas le principe d'indétermination et si nous avions des procédés de mesure si idéaux que nous réussissions à produire chaque fois à nouveau la situation initiale A, il ne serait jamais possible de prouver qu'il y a effectivement une telle relation de cause à effet dans les phénomènes de la nature. La situation finale B au temps t_1 ne dépend jamais seulement de la cause A (au temps t_0) : tous les incidents qui se passent dans l'espace compris dans le cône lumineux $t < t_1$, $|x| < ct$ ont aussi quelque influence sur l'incident B.

Par suite, il nous faut définir autrement le terme d'écoulement causal (ou déterministe) dans un phénomène naturel. Tous les phénomènes naturels se réduisent en fin de compte au mouvement de corpuscules et à la propagation de champs d'ondes. Chacun de ces deux phénomènes de base peut être décrit par des équations différentielles. De la sorte, on peut décrire finalement tous les phénomènes naturels à l'aide d'équations différentielles. Toutefois, il nous restera encore à examiner si c'est une description suffisante. La solution d'une équation différentielle est établie d'une manière univoque à l'intérieur d'un domaine précisé par les conditions initiales et les conditions aux limites.

Nous allons maintenant désigner comme se passant d'une manière causale tout phénomène naturel qui ne peut être décrit univoquement, complètement, et exactement que par des équations différentielles et par des conditions initiales et aux limites (au moins en principe). En ce sens — comme on l'a toujours affirmé — la Mécanique ondulatoire de Schrödinger est strictement causale. C'est ce que Bohr a exprimé dans sa célèbre complémentarité : la description des phénomènes atomiques est, soit, comme Heisenberg le prétend, concrète, mais n'est pas causale (principe d'indétermination) ou bien, d'après la théorie de Schrödinger, elle est causale, mais abstraite (interprétation probabiliste). C'est aussi le point de vue défendu par Schrödinger.

Pour l'interprétation des phénomènes naturels, on peut aussi peu faire appel aux théories qui ne contiennent pas le spin, qui ne sont pas relativistes et, par là, toujours justes seulement d'une manière approximative, qu'à la théorie de Ptolémée sur le mouvement planétaire ! Les théories de Schrödinger et de Heisenberg, sont, comme tout le monde le sait, parfaitement équivalentes et apportent les mêmes résultats (valables seulement d'une manière approximative) ; elles sont seulement des méthodes d'approximation pratiques que, toutefois, on ne peut pas employer pour l'interprétation du phénomène naturel. Si on le fait, il y aura obligatoirement des contradictions internes (la théorie causale de Schrödinger et la théorie non causale de Heisenberg sont équivalentes) et l'on arrivera aux interprétations probabilistes, aux sauts quantiques et aux probabilités de transition, etc.

En quoi consistent donc les véritables effets quantiques, les véritables déviations de cette causalité que nous avons justement définie ?

Un phénomène qui se passe d'une manière non causale serait un phénomène naturel qui ne pourrait pas être décrit d'une manière univoque, complète, et exacte par des équations différentielles. Par « effets quantiques » nous désignons l'apparition de valeurs discrètes chez des grandeurs qui, dans la description causale du même phénomène naturel, peuvent prendre d'une manière continue toutes les valeurs possibles.

Très peu de temps après la découverte de la théorie des quanta, l'idée est venue que l'indétermination viendrait tout simplement du fait qu'il y aurait des paramètres cachés dans la nature. D'où nous n'aurions qu'une connaissance peu précise de l'état initial A et, par là, nous n'aurions pas à nous étonner des résultats vagues concernant l'état final. Cette pensée fut, comme on le sait, contredite par Neumann. M. Destouches et Mme Février se sont aussi occupés de ce problème. Si les théories quantiques actuelles sont justes dans l'essentiel — et l'on ne peut pas en douter en face des beaux résultats obtenus — il ne peut pas y avoir de tels paramètres cachés. S'ils existaient, les théories quantiques donneraient d'autres résultats.

En fin de compte, la preuve de la non intervention des paramètres cachés ne vaut que pour les théories linéaires; pour celles qui ne le sont pas, elle n'est pas valable. Le problème se pose alors de savoir si les théories non linéaires ne peuvent pas donner une interprétation des effets quantiques. Comme l'introduction de termes non linéaires dans les théories linéaires quantiques actuelles correspond à accepter de nouveaux effets physiques jusque-là inconnus (ou à assumer une formule non linéaire pour des effets déjà connus), on pourrait ainsi atteindre une interprétation causale d'effets quantiques par des paramètres cachés non linéaires, sans être gêné par la preuve de Neumann.

Parlons de tels essais : ils ne prétendent absolument pas donner une explication causale, non linéaire des effets quantiques, ils veulent seulement discuter une possibilité — d'abord purement formaliste.

Il y a aujourd'hui différentes théories quantiques. Nous allons examiner dans chaque théorie particulière, jusqu'à quel degré l'introduction de termes non linéaires dans la théorie classique correspondante [qui apparaît par la transition ($h \to 0$) ou (matrices $\to c$ — nombres) peut susciter des effets quantiques].

La théorie de Bohr-Sommerfeld. — On ne fait plus appel aujourd'hui à la théorie de Bohr pour expliquer les phénomènes atomiques, toutefois il peut être intéressant d'examiner s'il est déjà possible dans cette théorie encore presque classique, en négligeant la condition quantique greffée là-dessus $\left(\oint p_k\, dq_k = n_k h\right)$, de dériver la formule de Balmer d'une manière classique et causale par l'introduction de paramètres cachés non linéaires.

La formule de Balmer demande que l'électron de l'atome d'hydrogène demeure toujours seulement sur certaines orbites sans rayonner; tout autre orbite non quantifiée est interdite, un séjour entre les orbites quantiques n'est pas autorisé, un échange entre deux orbites se passe dans de petits intervalles de temps inobservables. Il faut donc qu'il existe une force d'amortissement ou d'excitation cachée qui place très vite l'énergie du système sur les niveaux de Balmer. Le calcul de cette force quantique K par les équations du mouvement d'un électron ponctuel en coordonnées sphériques est assez long et ne sera pas refait ici. Nous employons une méthode du calcul des variations.

La force quantique ne peut pas être une force conservant l'énergie, vu qu'elle commande des valeurs propres particulières E_n, donc suscite un $\dot{E} \neq 0$, où $E = T + U = \text{const.}$, T étant l'énergie cinétique et U l'énergie potentielle. La preuve que pour des forces conservant l'énergie, $\dot{E} = 0$ est connue depuis longtemps.

Nous avons donc comme équations de Lagrange :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} = K_k, \qquad \mathcal{L} = T - U, \tag{1}$$

$$T = \frac{1}{2} m\left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + r^2 \sin^2\vartheta \, . \, \dot{\varphi}^2\right) = \frac{1}{2} m v^2 \qquad \text{et} \qquad U = -\frac{e^2}{r}. \tag{2}$$

Pour $\dot{E}$, on a

$$\dot{E} = \sum_k \dot{q}_k K_k = \dot{R}, \tag{3}$$

alors

$$\dot{H} = \dot{T} + \dot{U} - \dot{R} = \dot{E} - \dot{R} = 0, \qquad \dot{E} = \dot{R}, \tag{4}$$

$$T + U - R = H = \text{const.} = E - R. \tag{5}$$

On obtient

$$H = E_n = -\frac{2\pi^2 m e^4}{n^2 h^2} \qquad \text{et} \qquad H = E \quad \text{si } R = 0, \tag{6}$$

alors

$$\sum_k K_k \dot{q}_k = 0 \rightarrow \dot{E} = 0, \qquad E = \text{const.} = E_n, \tag{7}$$

si nous posons

$$K_k = \frac{1}{\dot{q}_k} f(E) \tag{8}$$

et

$$f(E) = \sin\sqrt{\frac{-2\pi^4 m e^4}{h^2 E}} = \sin\sqrt{\frac{-2\pi^4 m e^4}{h^2\left(\frac{1}{2} m v^2 - \frac{e^2}{r}\right)}}, \tag{9}$$

où

$$v^2 = \sum_k \dot{q}_k^2.$$

Nous avons donc ainsi une déduction tout à fait formelle, mais cependant classique et causale de la formule de Balmer à partir de la Mécanique classique.

La Mécanique ondulatoire de Schrödinger. — Elle représente d'après la conception de L. de Broglie, de Schrödinger, de Bohr, une théorie causale. Les effets quantiques apparaissent d'une manière purement classique et causale par des valeurs propres. La théorie de Schrödinger en tant que théorie classique du champ demande une interprétation du champ d'onde. Il n'y a pas à s'étonner qu'il faille aborder celui-ci en le considérant comme physiquement irréel, comme champ de probabilités, car nous avons affaire à une théorie qui est juste seulement d'une manière approximative : la théorie de Schrödinger n'est pas invariante d'un point de vue relativiste et ne contient pas le spin électronique. Par suite, elle ne sera pas du tout conforme à ce qui se passe dans la nature et l'on ne pourra en aucune façon l'employer pour l'interprétation du problème atomique. La théorie relativiste de l'électron (théorie de Dirac) a une signification physique réelle qui se perd dans la transition $c \to \infty$.

On a souvent omis de signaler que la théorie de Schrödinger est une théorie causale du champ de probabilités et l'on a essayé d'interpréter d'une manière classique les effets quantiques apparus par cette première quantification. On comprend par ces termes le fait curieux que l'on obtient par

$$p_k \to \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}$$

une équation ondulatoire pour la probabilité de présence. Le fait que des points massiques classiques sont décrits après l'exécution de cette opération par des ondes de probabilité (qui donnent des niveaux d'énergie discrets) s'appelle justement la première quantification. Ces essais étayés sur une théorie interprétée d'une manière provisoire mais juste seulement d'une manière approximative, et du point de vue relativiste non invariante ne peuvent que peu contribuer au problème de l'interprétation causale des effets quantiques. Ainsi par exemple de

Broglie, Madelung, Franke, etc. ont donné une interprétation hydrodynamique de la Mécanique ondulatoire de Schrödinger, la méthode de la double solution fut reprise par de Broglie, Destouches et leurs collaborateurs sous une forme non linéaire, alors que Bohm s'est occupé encore récemment du problème des paramètres cachés, sans pouvoir échapper toutefois à la critique de Pauli; de Broglie et Destouches ont clairement reconnu à juste titre que des membres non linéaires sont indispensables.

Janossy veut expliquer les effets quantiques par des vitesses plus grandes que celle de la lumière et Weizel donne un modèle de diffusion classique de la théorie de Schrödinger, dans lequel il espère échapper aux difficultés des paramètres cachés par l'introduction de particules inobservables en principe (les zérons). D'autres font à nouveau confiance à une interprétation statistique classique, à la chaîne de Markoff, ou transforment — comme Bopp — en pleine connaissance de la difficulté des paramètres cachés la logique du mouvement statistique classique des particules et emploient une mécanique non newtonienne.

La Mécanique des matrices de Heisenberg. — En fait elle est totalement équivalente à la Mécanique ondulatoire de Schrödinger, mais elle est toutefois intéressante pour elle-même, car elle est, comme la théorie de Bohr une théorie corpusculaire classique, sur laquelle est greffée une condition quantique (principe d'indétermination ou commutateur). Il peut être intéressant d'examiner si l'on réussit, par l'introduction de forces quantiques comme dans la théorie de Bohr, à déduire les effets quantiques d'une manière classique.

Le principe d'incertitude s'écrit

$$\Delta \mathbf{p}_k \, \Delta \mathbf{q}_k \sim \hbar \qquad \text{ou bien} \qquad \mathbf{p}_k \mathbf{q}_k - \mathbf{q}_k \mathbf{p}_k = \hbar. \tag{10}$$

L'oscillateur de Planck obéit à l'équation

$$m\ddot{\mathbf{q}} + k\mathbf{q} = 0, \tag{11}$$

avec la solution

$$\mathbf{q} = \mathbf{A} \sin \omega t. \tag{12}$$

Les niveaux d'énergie sont

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots, \infty). \tag{13}$$

Dans la physique classique, on a

$$m\ddot{q} + kq = \mathrm{F}(\dot{q}), \tag{14}$$

avec la solution

$$q = \mathrm{A} \sin \omega t \quad \text{si} \quad \mathrm{F}(\dot{q}) = 0, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{15}$$

Avec

$$\mathrm{F} = \cos\left(\frac{\pi}{\hbar\sqrt{\frac{k}{m}}}\mathrm{E}\right), \tag{16}$$

on obtient

$$\mathrm{E} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{17}$$

comme

$$\cos\left(\frac{\pi \mathrm{E}}{\hbar\omega}\right) = 0 \qquad \text{si} \quad \left(\frac{\pi \mathrm{E}}{\hbar\omega}\right) = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$$

et

$$\mathrm{E} = \frac{m}{2}\dot{q}^2 + \frac{k}{2}\left(\mathrm{A}^2 - \frac{\dot{q}^2}{k}m\right), \tag{18}$$

Par des formules appropriées pour $\dot{\mathrm{E}} = f(\mathrm{E})$, on peut aussi aboutir à des sauts et à des probabilités de transition : quand par exemple pour $x > x_0$, où x_0 serait le premier zéro, $f(\mathrm{E}) \leq 0$ est valable, donc $\dot{\mathrm{E}}$ à droite et à gauche, à côté de chaque zéro (sauf le premier) est négatif et les niveaux d'énergie discrets sont instables. Le moindre dérangement suffit pour produire un saut dans un niveau juste inférieur. Les probabilités de transition peuvent être ensuite exprimés par $f(\mathrm{E})$.

La théorie quantique des champs d'ondes, théorie qui est invariante du point de vue relativiste, des particules élémentaires avec spin est, d'après la conception largement répandue de nos jours, la théorie quantique fondamentale. Ce n'est que cette théorie qui travaille sans approximation et, par là, on peut employer seulement ses grandeurs de champ pour l'interprétation du phénomène dans le domaine atomique.

La théorie quantique des champs d'ondes part, comme on le sait, des champs classiques tensoriels ou spinoriels, qui ont une véritable signification physique : des ondes électromagnétiques peuvent être directement décelées, la diffraction du champ d'ondes électroniques est connue depuis plus de 20 ans, ce sont des ondes de choc mésoniques que trouve le chercheur de radiations cosmiques sur ses plaques photographiques.

L'image classique du champ suffit pour la description d'incidents, auxquels participent de nombreux quanta du champ et de nombreuses particules — on sait que l'on peut en première approximation dériver d'une manière purement classique la force de Coulomb et la force nucléaire. C'est seulement lorsqu'on s'intéresse aux particularités corpusculaires de ces champs qu'il faut quantifier. Cette quantification est la seule quantification authentique, la seule qui s'adapte à l'atomisme du phénomène naturel. On l'appelle généralement la seconde quantification. Si l'on veut aboutir à une explication, à une interprétation causale des effets quantiques, il faut prendre la théorie quantique des champs d'ondes. Employer les théories de Schrödinger et de Heisenberg qui ne sont justes que d'une manière approximative et qui, du point de vue relativiste, sont des théories non invariantes et sans spin conduit tout au plus à des conclusions fausses.

Comme ni l'équation de Dirac, ni celle de de Broglie et de Kemmer ne sont des équations pour une seule particule, mais des équations classiques de champ, de même que celles de Maxwell, tous les effets qui ne se réfèrent pas à la nature corpusculaire des quanta de champ, donc des électrons, des mésons sont dérivés sans quantification, donc d'une manière purement classique. Schrödinger a montré, il y a seulement peu de temps, que ceci était valable pour la formule de structure fine. La formule de structure fine simplifie l'énoncé concernant la superposition de certaines oscillations propres du champ des ondes électroniques dans le champ de Coulomb.

L'énigme des effets quantiques, de l'apparition de rapports déterminés en nombres entiers dans les théories classiques du champ peut seulement trouver sa solution dans le cadre de la théorie des champs d'ondes et de leurs interactions, mais non dans le cadre des anciennes théories quantiques.

Donc, comme au début, nous ne cherchons pas à interpréter la théorie courante — elle ne doit pas du tout être modifiée — elle doit être valable, avant comme après les états quantiques autorisés. C'est seulement dans les états interdits par la théorie quantifiée du champ d'ondes que des forces stabilisantes doivent apparaître qui forcent le système à atteindre un état quantique. Cet état stationnaire est caractérisé maintenant par la disparition de ces nouvelles forces supplémentaires, de telle sorte que nous arrivons à une théorie qui est classique mais qui concorde exactement dans les états quantiques avec la théorie quantique courante des champs d'ondes.

La fonction Lagrangienne peut être écrite pour un grand nombre de champs sous la forme

$$\mathcal{L} = \sum_{\sigma,\rho,k,n} a_{nk\sigma\rho} \frac{\partial\psi_\sigma}{\partial x_k} \frac{\partial\psi_\rho}{\partial x_n} + \sum_{\sigma,\rho} b_{\rho\sigma}\psi_\rho\psi_\sigma \tag{19}$$

$$(\sigma,\ \rho = 1, \ldots, 2s;\ s,\ \text{Spin};\ k,\ n = 1, 2, 3, 4)$$

et alors on a

$$\sum_{k=1}^{4} \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial \dfrac{\partial\psi_\sigma}{\partial x_k}} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_\sigma} = \mathrm{K}_\sigma \tag{20}$$

et

$$d\mathrm{E} = \sum_{\sigma,k} \mathrm{K}_\sigma \frac{\partial\psi_\sigma}{\partial x_k} dx_k, \tag{21}$$

Pour $\mathrm{K}_\sigma = 0$, on aura

$$\left\{\begin{aligned} &\psi_\sigma(x,t) = \mathrm{V}^{-\frac{1}{2}} \sum_p q_{\sigma p}\, e^{ik_p x}, \\ &\pi = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot\psi} = \mathrm{V}^{-\frac{1}{2}} \sum_p p_{\sigma p}\, e^{-ik_p x} \end{aligned}\right. \tag{22}$$

et avec

$$[\pi, \psi] = \hbar, \tag{23}$$

on a

$$\left\{\begin{aligned} &\psi(x) = \mathrm{V}^{-\frac{1}{2}} \sum_p \mathbf{q}_{\sigma p}\, e^{ikx}, \\ &\psi(x,t) = e^{\frac{it}{\hbar}\mathbf{H}}\, \psi_\sigma(x)\, e^{-\frac{it}{\hbar}\mathbf{H}}, \end{aligned}\right. \tag{24}$$

$$\mathbf{H} = \int \mathcal{H}\, d\tau = \frac{\hbar}{2} \sum_{p,\sigma} \omega_p (2\mathcal{N}_{p\sigma} + 1). \tag{25}$$

Par un choix approprié des forces quantiques K, on peut obtenir tout effet quantique désiré.

Mais plus essentiel que ce résultat purement formel est l'interprétation physique de ces nouvelles forces. Comme elles ne nous apparaissent pas dans les états quantiques qui nous sont offerts uniquement par la nature et se manifestent seulement dans des transitions très fugitives, d'après la théorie courante, dans des sauts, il sera très difficile, sans doute impossible, de les mettre en évidence d'une manière directement expérimentale. Probablement on ne pourra dire quelque chose de l'existence ou de la non-existence de ces forces de stabilisation ou d'amortissement qu'après d'autres réflexions théoriques à partir du théorème de la conservation de l'énergie et de l'interaction avec d'autres champs. Comme notre marche dans la théorie de la force de radiation et dans les interactions des particules élémentaires n'est encore aujourd'hui qu'un véritable tâtonnement dans l'obscurité nous pourrions peut-être avoir un jour des surprises, à savoir que les effets quantiques seraient peut-être engendrés par des actes d'interactions.

Jusqu'à nouvel ordre on ne peut toutefois attribuer à ces examens qu'une signification purement formaliste.

Conférence faite le 25 avril 1956 à l'Institut H. Poincaré.