

ANNALES DE L'I. H. P.

GEORGES GAMOW

L'évolution des étoiles du point de vue de la Physique moderne

Annales de l'I. H. P., tome 8, n° 5 (1938), p. 193-211

http://www.numdam.org/item?id=AIHP_1938__8_5_193_0

© Gauthier-Villars, 1938, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P. » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

L'évolution des étoiles du point de vue de la Physique moderne

par

Georges GAMOW

Professeur de Physique théorique
à l'Université George Washington, (U. S. A.).

CHAPITRE I.

TRANSFORMATION DES ÉLÉMENTS DANS LES ÉTOILES.

Le problème des ressources énergétiques des étoiles est un des plus importants, mais aussi des plus difficiles de l'astrophysique moderne. H. v. Helmholtz a montré que la contraction gravifique des étoiles ne rend compte de l'énergie dissipée que pour quelques millions d'années, tandis que les données astronomiques et géologiques exigent 10^9 à 10^{11} années.

Après la découverte de la transformation artificielle des éléments, il était clair que l'énergie nucléaire pouvait expliquer l'existence des étoiles même pour des durées de cet ordre. Par exemple, si nous adoptions la possibilité de la formation de l'hélium par des collisions entre noyaux d'hydrogène, l'énergie libérée par chaque particule α sera de 30 MeV (30 millions électron-volts) ce qui représente, d'après la relation d'Einstein, 0,7 % de la masse totale de la particule formée. Si l'on admet ce processus pour expliquer la production d'énergie de notre Soleil, la quantité totale libérée par gramme sera de $0,007c^2 = 6 \cdot 10^{18}$ ergs.

Le Soleil rayonne en moyenne 1,9 erg/gr.sec; nous trouvons donc que l'énergie libérée par formation d'hélium suffit pour $3 \cdot 10^{18}$ sec ou 10^{11} années. Les autres transformations nucléaires nous donneront des périodes de temps de même ordre de grandeur.

La question qui se pose est maintenant de savoir si de pareilles transformations artificielles peuvent avoir lieu à l'intérieur des étoiles. Nous savons que la condition nécessaire de ces transformations est l'existence de chocs violents entre les atomes, la transparence des barrières de potentiel des noyaux diminuant très vite avec l'énergie de collision. Dans les expériences de laboratoire on peut observer des transformations nucléaires mettant en jeu de faibles énergies, quelques centaines de kilovolts; la théorie quantique des noyaux nous permet de calculer de plus la probabilité de transformation pour des énergies encore plus faibles.

D'après la théorie de l'équilibre intérieur des étoiles, développée par A. Eddington, on sait aussi que la température dans la région interne de certaines étoiles est égale à environ $4 \cdot 10^7$ degrés, ce qui correspond à une énergie cinétique de quelques kilovolts pour des particules matérielles.

Le calcul des vitesses de réaction nucléaires produites par les collisions thermiques a été fait pour la première fois par Atkinson et Houtermans [1] il y a 10 ans. Nous le reproduisons ici avec quelques modifications importantes nécessitées par le développement ultérieur de la physique nucléaire.

Soit un mélange de deux gaz parfaits de densités partielles $\rho_1 = X\rho$ et $\rho_2 = Y\rho$ et dont les particules ont pour masses m_1 et m_2 . Le nombre des collisions thermiques entre deux molécules différentes, mettant en jeu une énergie de collision comprise entre E et $E + \Delta E$, est donné, pour la température T , par la formule

$$(1) \quad \Delta N = \frac{4xy\rho\sigma}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}m_1m_2m^{\frac{1}{2}}(kT)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{E}{kT}} E \Delta E,$$

où $\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$ est la masse réduite et σ la section efficace.

D'après la théorie quantique, nous avons

$$(2) \quad \sigma = \frac{\pi \hbar^2}{2mE} e^{-\frac{2\pi e^2 m^{\frac{1}{2}} Z_1 Z_2}{\hbar \sqrt{2E}} + \frac{4e\sqrt{2mZ_1 Z_2} r_0}{\hbar}},$$

où Z_1 et Z_2 sont les numéros atomiques et r_0 le rayon nucléaire.

Par intégration sur l'énergie, nous obtenons le nombre total de

pénétrations par seconde et par gramme

$$(3) \quad N_p \simeq \frac{\pi^{\frac{5}{6}}}{3^{\frac{1}{2}}} \frac{e^{\frac{2}{3}} \hbar^{\frac{5}{3}} Z_1^{\frac{1}{3}} Z_2^{\frac{1}{3}} \times \gamma \rho}{m_1 m_2 m^{\frac{4}{3}} (kT)^{\frac{2}{3}}} e^{-3 \left(\frac{\pi^2 e^4 m Z_1^2 Z_2^2}{2 \hbar^2 kT} \right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{4 e \sqrt{2 m} \sqrt{Z_1 Z_2 r_0}}{\hbar}.$$

Après la pénétration, le surplus d'énergie peut être émis sous forme de rayonnement électromagnétique et les deux noyaux se réunissent en formant un noyau plus complexe. Ce processus, de formation d'éléments plus lourds, doit être d'une grande importance pour les changements de constitution chimique des étoiles et pour le rayonnement émis, car chaque nouvelle liaison d'une particule élémentaire (proton ou neutron) est accompagnée d'une libération d'énergie de 8 MeV. La probabilité de liaison par pénétration ${}_0N_e$, est donnée par le rapport entre la probabilité Γ_γ de rayonnement γ et l'inverse de la période d'oscillation des particules dans le noyau. Ce dernier est de l'ordre de $\frac{h}{mr_0^2}$; le nombre total de liaisons par seconde, pour 1^g , est donc donné par la formule (3) multipliée par $\frac{\Gamma_\gamma mr_0^2}{h}$. Les figures 1 et 2 représentent l'énergie totale

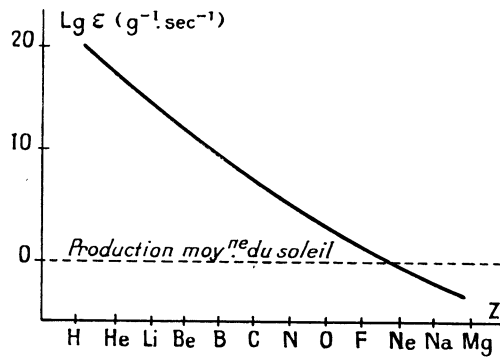


Fig. 1. — Énergie libérée par pénétration de protons dans les divers noyaux pour $T = 4.10^7 C^{\circ}$, $\rho = 75$.

libérée (par gramme et par seconde) dans les diverses réactions thermonucléaires en fonction de la température et du numéro atomique. Les calculs sont faits avec la densité $\rho = 75$ (densité de la partie centrale du Soleil) et Γ_γ est supposé de l'ordre de 10^{14} sec donné par les expé-

riences sur les liaisons de rayonnement des neutrons pour les noyaux légers. Nous voyons que la pénétration de protons thermiques dans des noyaux aussi lourds que le néon peut suffire à expliquer l'énergie produite à l'intérieur des étoiles.

La figure 2 montre aussi que la pénétration des protons thermiques

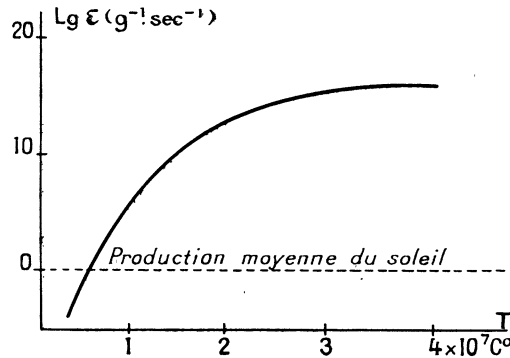


Fig. 2. — Énergie libérée par pénétration de protons dans les hélium, en fonction de la température (pour $\rho = 75$).

dans les noyaux d'éléments lourds est négligeable. Pour expliquer la formation d'éléments plus lourds nous devons avoir des neutrons libres, qui, d'après les expériences de Fermi, ont une très grande affinité de liaison avec les noyaux lourds.

Examinons maintenant la probabilité des réactions thermonucléaires en cas de résonance. Nous savons que, si le projectile nucléaire possède une énergie égale à celle d'un niveau quantique, la probabilité de pénétration peut être fortement augmentée. La théorie quantique des noyaux nous donne pour le cas de résonance la formule suivante :

$$(4) \quad N_r \approx 8 \left(\frac{\pi}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\hbar^4 X Y \rho e^{-\frac{E_r}{kT}}}{m_1 m_2 m v_0 (kT)} e^{-\frac{2\pi e^2 m^{\frac{1}{2}} Z_1 Z_2}{\hbar (2E_r)^{\frac{1}{2}}} + \frac{4e(2n Z_1 Z_2 r_0)^{\frac{3}{2}}}{\hbar}}$$

où E_r est l'énergie correspondant à la résonance.

La figure 3 donne un exemple de la libération d'énergie dans la suite des réactions hypothétiques ${}_2\text{He}^4 + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_2\text{He}^5 + h\nu, \dots$ pour $E_r = 2, 4$ et 8KV en fonction de la température.

Nous voyons que, dans le cas de la résonance, la production d'énergie

peut être multipliée par 10^5 ; les réactions de résonance peuvent donc devenir très importantes pour des éléments plus lourds que le néon.

Nous avons montré que la vitesse de toutes les réactions thermonucléaires des éléments légers est assez grande pour expliquer le rayonnement des étoiles. Cependant, on rencontre des sérieuses difficultés

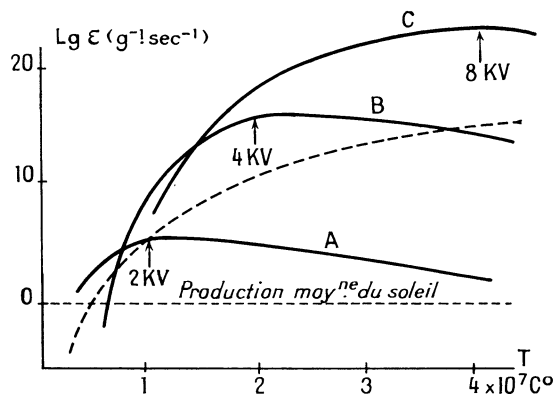
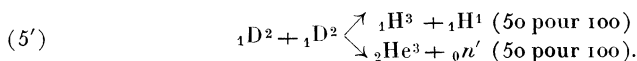
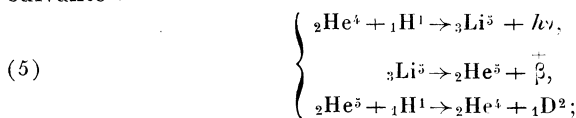


Fig. 3. — Énergie libérée par pénétration, sur des niveaux de résonance, de protons dans des hélium. Les courbes A, B, C correspondent à des résonances pour 2, 4, 8 KV (densité $\rho = 75$). En pointillé, pénétration ordinaire.

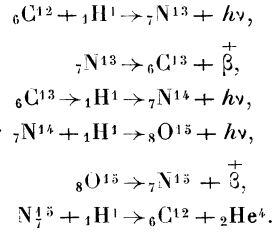
quand on cherche la réaction particulière qui provoque effectivement la libération de l'énergie et la formation des neutrons à l'intérieur des étoiles. La première réaction, ou plutôt la première suite de réactions de ce genre a été proposée par Weizsäcker [2] et s'écrit sous la forme suivante :



La vitesse de cette chaîne, donnée par la vitesse de la première réaction, est suffisamment grande; chaque capture de quatre protons, par les noyaux d'hélium, produit un neutron.

Deux autres suites de réactions nucléaires ont été proposées pour expliquer la formation de neutrons et la libération d'énergie. Une suite tout à fait analogue à la précédente a été proposée par Bethe [3] et

s'écrit :



Cette chaîne représente la formation d'une particule α au moyen de quatre protons absorbés par un noyau de carbone.

L'énergie libérée (environ 30 MeV par particule) suffit pour expliquer le rayonnement des étoiles (voir *fig. 2*), mais il n'y a pas formation de neutrons libres. Si nous voulons expliquer la formation des éléments lourds, nous devons envisager une autre réaction produisant des neutrons en grande quantité. Il semble qu'une chaîne de réactions donnant ce résultat doive commencer par la collision entre deux protons ${}_1\text{H}^1 + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_1\text{D}^2 + \beta^+$. Les deutons formés dans cette réaction donnent des neutrons libres de la même manière que dans la chaîne (5).

La grande différence entre cette dernière réaction et les réactions que nous avons considérées auparavant consiste dans le fait que la liaison de deux protons est accompagnée par l'émission d'une particule β au lieu de celle d'un quantum de lumière. La probabilité de l'émission β est à peu près 10^{16} fois plus petite que la probabilité d'émission γ , mais est compensée par la très grande probabilité de pénétration pour les deux protons. Les calculs de Bethe et Critchfield [4] montrent que l'énergie libérée par cette réaction suffit pour expliquer le rayonnement de notre Soleil, mais qu'elle est trop petite pour les étoiles les plus brillantes.

Nous pouvons étudier maintenant l'évolution d'une étoile en tenant compte de son réservoir d'énergie thermonucléaire. Nous ne faisons aucune hypothèse spéciale sur les réactions nucléaires; néanmoins, nous admettons que la production d'énergie est accompagnée de la transmutation d'hydrogène en hélium et en éléments plus lourds. Nous savons que, dans l'état complètement ionisé qui doit exister à l'intérieur des étoiles, les poids atomiques moyens de l'hydrogène, de l'hélium et des éléments lourds sont respectivement $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ et environ 2. D'un autre côté, l'opacité κ_0 de la matière augmente avec le numéro atomique, et nous pouvons

admettre que l'opacité de la substance stellaire est proportionnelle à la teneur en éléments lourds. Si X , Y et Z sont les concentrations relatives de l'hydrogène, de l'hélium et des éléments lourds ($X + Y + Z = 1$), on aura

$$(8) \quad \mu = \frac{1}{2X + \frac{4}{3}Y + \frac{1}{2}Z},$$

$$(8') \quad z_0 \sim 2.$$

Les quantités relatives d'hélium et d'éléments lourds (nombre de neutrons produits par chaque particule α) engendrées par les protons thermo-nucléaires dépendent du type de réaction nucléaire choisi pour expliquer l'évolution des étoiles. Néanmoins, dans les réactions (5) et (7), on a $\frac{Y}{Z} = \frac{1}{8}$ et nous pouvons accepter cette valeur pour nos recherches préliminaires.

Dans ce cas, nous avons

$$(9) \quad Y = \frac{8}{9}(1 - X) \quad \text{et} \quad Z = \frac{1}{9}(1 - X)$$

et

$$(10) \quad M \sim \frac{1}{0,56 + X},$$

$$(10') \quad z_0 \sim (1 - X).$$

Dans le cas d'une réaction ordinaire (sans résonance), la vitesse de libération de l'énergie augmente très vite avec la température et son maximum sera atteint au centre de l'étoile où la température est la plus élevée. Si nous désignons par r_0 le rayon de cette région centrale, nous pourrons écrire pour la production d'énergie totale

$$(11) \quad L = A \rho_0^2 T_0^3 r_0^3,$$

où ρ_0 et T_0 sont la densité et la température centrales et A un coefficient dépendant du caractère spécifique des réactions.

Pour les collisions entre deux protons, nous avons

$$A = \text{const. } X^2,$$

et pour les collisions des protons avec différents noyaux (hélium ou plus lourds)

$$A = \text{const. } X(1 - X).$$

Nous avons remplacé ici le facteur exponentiel de température [voir formule (3)] par la $n^{\text{ième}}$ puissance de la température; nous trouvons que, pour $T \simeq 4 \cdot 10^7 \text{ C}^0$ et la réaction ${}_1\text{H}^1 + {}_1\text{H}^1$, on a

$$n = 3,5,$$

pour la réaction ${}_1\text{H}^1 + {}_2\text{H}^1$,

$$n = 7.$$

Pour les réactions avec les éléments plus lourds n peut être encore plus grand.

Les équations (10), (10') et (11) nous donnent la dépendance entre les propriétés physiques de la matière stellaire et sa constitution chimique; en appliquant la théorie de l'équilibre des étoiles on peut suivre les changements des quantités caractéristiques d'une étoile (rayonnement, luminosité, température effective) en fonction de sa constitution chimique. Eddington [5] a montré que les équations d'équilibre interstellaire peuvent s'écrire sous la forme :

$$(12) \quad \frac{dP}{dr} = - \frac{GM_r \rho}{r^2},$$

$$(13) \quad \frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho,$$

$$(14) \quad P = \frac{k\rho T}{m_H},$$

$$(15) \quad \frac{dL}{dr} = - \frac{3}{4} \cdot \frac{\kappa_0}{\sigma c} \rho^2 \cdot T^{-6,5} \cdot \frac{L}{4\pi \cdot r^2},$$

où G est la constante de Newton; k la constante de Boltzmann; σ la constante de Stephan; c la vitesse de la lumière; m_H la masse de l'atome d'hydrogène; P , ρ et T la pression, la densité et la température à la distance r du centre, M_r la masse à l'intérieur du rayon r ; et L la production d'énergie totale au centre de l'étoile.

Aux limites, nous avons naturellement :

$$(16) \quad r = 0, \quad M_r = 0;$$

$$(16') \quad r = R, \quad M_r = M, \quad T = \rho = p = 0.$$

Une fois la solution des équations (12), (13), (14) et (15) trouvée pour certaines valeurs de M , A , μ , H_0 , nous pouvons obtenir les solutions pour d'autres valeurs de ces quantités M' , A' , μ' , H'_0 , par les transfor-

mations suivantes :

$$(17) \left\{ \begin{array}{l} \bar{M} = aM, \quad \bar{\rho} = a^{-42+8\frac{21+10n}{\bar{s}+2n}} b^{-60+8\frac{4\bar{s}+14n}{\bar{s}+2n}} c^{8-8\frac{6+2n}{\bar{s}+2n}} d^{-\frac{8}{\bar{s}+2n}} p, \\ \bar{\mu} = b\mu, \quad \bar{\rho} = a^{-32+6\frac{31+10n}{\bar{s}+2n}} b^{-4\bar{s}+6\frac{4\bar{s}+14n}{\bar{s}+2n}} c^{6-6\frac{6+2n}{\bar{s}+2n}} d^{-\frac{6}{\bar{s}+2n}} \rho, \\ \bar{z}_0 = cz_0, \quad \bar{T} = a^{-10+2\frac{31+10n}{\bar{s}+2n}} b^{-14+2\frac{4\bar{s}+14n}{\bar{s}+2n}} c^{2-2\frac{6+2n}{\bar{s}+2n}} d^{-\frac{2}{\bar{s}+2n}} T, \\ \bar{A} = dA, \quad \bar{R} = a^{11-2\frac{31+10n}{\bar{s}+2n}} b^{1\bar{s}-2\frac{4\bar{s}+14n}{\bar{s}+2n}} c^{-2+2\frac{6+2n}{\bar{s}+2n}} d^{+\frac{2}{\bar{s}+2n}} R, \\ \bar{L} = a^{\frac{31+10n}{\bar{s}+2n}} b^{\frac{4\bar{s}+14n}{\bar{s}+2n}} c^{-\frac{6+2n}{\bar{s}+2n}} d^{-\frac{1}{\bar{s}+2n}} L. \end{array} \right.$$

Si nous introduisons encore la température de l'étoile par la relation $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$, nous aurons

$$(17') \quad \bar{T}_{\text{eff}} = a^{-\frac{11}{2} + \frac{\bar{s}}{4} \frac{31+10n}{\bar{s}+2n}} b^{-\frac{1\bar{s}}{2} + \frac{\bar{s}}{4} \frac{4\bar{s}+14n}{\bar{s}+2n}} c^{1 - \frac{\bar{s}}{4} \frac{6+2n}{\bar{s}+2n}} d^{-\frac{\bar{s}}{4} \frac{1}{\bar{s}+2n}} T_{\text{eff}}$$

En admettant que la masse de l'étoile ne change pas pendant son évolution (on peut négliger le changement de la masse produit par le rayonnement total), nous pouvons calculer les changements relatifs de luminosité L' et de température efficace T'_{eff} , avec la variation de la quantité d'hydrogène [6].

Le résultat de ces calculs est donné sur la figure 4 pour les deux

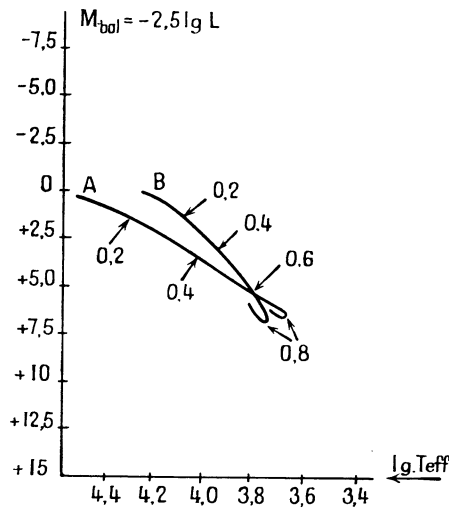


Fig. 4. — Trajectoire d'évolution de deux étoiles (sources nucléaires). A, pénétration des deux protons; B, pénétration des protons dans les hélium.

réactions simples ${}_1\text{H}^1 + {}_1\text{H}^1$ et ${}_1\text{H}^1 + {}_2\text{H}^3$.

On voit que la différence entre les deux chemins d'évolution est très petite. Pour les réactions avec les éléments plus lourds ($n > 7$) on obtient des courbes analogues mais un peu plus inclinées que pour les deux réactions étudiées.

Dans la figure 4 les nombres correspondent à la teneur en hydrogène et nous voyons que la diminution de la quantité d'hydrogène augmente à peu près 100 fois, c'est-à-dire de 5 magnitudes stellaires, la luminosité de l'étoile.

La température de notre Soleil, par exemple, qui contient maintenant 60 pour 100 d'hydrogène augmentera donc de plus en plus à l'avenir.

Comparons maintenant nos résultats théoriques aux données de l'astronomie stellaire. Nous savons que si nous portons sur un graphique les magnitudes stellaires absolues en fonction des températures efficaces (graphique de Hertzsprung-Russell), la plupart des étoiles se trouvent dans l'étroite bande dite de la *série principale* (fig. 5). Les exceptions

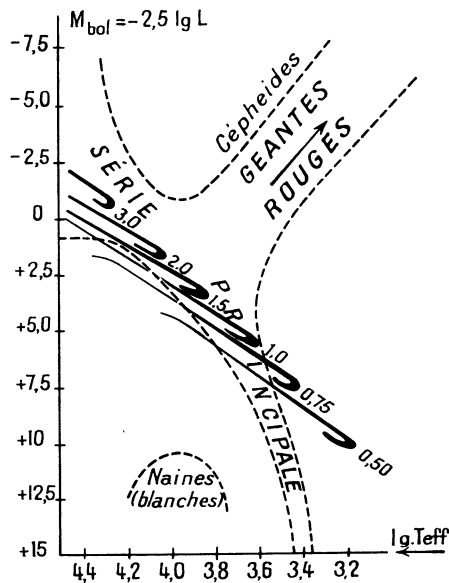


Fig. 5. — Trajectoires d'évolution des étoiles (sources thermonucléaires) dans le diagramme de Hertzsprung-Russell.

sont les *étoiles géantes* (étoiles brillantes rouges) et les *naines blanches* (étoiles chaudes mais petites).

Nous savons aussi que dans la série principale il existe une corrélation certaine entre la masse et la luminosité des étoiles : les étoiles les plus lourdes possèdent la plus grande luminosité et la température efficace la plus élevée.

D'après notre calcul, la luminosité d'une étoile de masse donnée doit changer beaucoup pendant son évolution, ce qui semble en contradiction avec la corrélation observée entre les masses et les luminosités. Néanmoins nous pouvons éliminer cette contradiction si nous nous rappelons que la rapidité avec laquelle une étoile parcourt sa courbe d'évolution est donnée par la rapidité de la combustion de l'hydrogène qui est 100 fois plus grande à la fin de l'évolution qu'à son commencement. Une étoile passe 99 pour 100 de sa vie dans la première partie de sa courbe d'évolution et 1 pour 100 seulement des étoiles connues doivent avoir une luminosité plus grande que celle qui correspond à leur masse. (Dans la figure 5 l'épaisseur du trait représente la probabilité de trouver une étoile dans l'état correspondant de son évolution.) Comme seules les masses d'un petit nombre d'étoiles sont connues, cette anomalie ne peut pas être observée.

Dans la figure 5, on trouve l'évolution des six étoiles de masses relatives : 3, 2, 1,5, 1, 0,75, 0,50; nous voyons que la distribution théorique des masses dans la série principale est en accord avec les valeurs observées (données par les nombres entre crochets).

Si la réaction nucléaire qui est à l'origine de la vie d'une étoile présentait le phénomène de résonance dans la région des températures de quelques dizaines de millions de degrés, la distribution de la température à l'intérieur de cette étoile serait tout à fait différente. En ce cas, la libération de l'énergie aurait lieu à une certaine distance du centre, là où la température a la valeur nécessaire pour la résonance, et nous aurions le modèle avec source d'énergie sphérique.

Avec la décroissance de la quantité d'hydrogène, la température à l'intérieur de l'étoile augmente et le rayon de la couche sphérique produisant l'énergie doit aussi augmenter. Le calcul, tout à fait analogue aux calculs de modèles avec source ponctuelle, montre qu'en ce cas la luminosité et la température efficace varient considérablement moins que pour les étoiles avec source d'énergie ordinaire, et que l'évolution de l'étoile dans le diagramme de Hertzsprung-Russell est représentée par la courbe tracée en pointillé (*fig. 5*).

Une analyse plus complète des réactions nucléaires devrait pouvoir nous montrer si un tel modèle est réellement important pour les étoiles actuellement connues.

Abordons maintenant cette autre question : Que devient une étoile après que tout son hydrogène a brûlé ?

Il est clair qu'en ce cas l'étoile dépourvue des ressources de l'énergie nucléaire doit commencer à se contracter progressivement et dépassant l'état de naine blanche, devenir un corps froid et non lumineux. Mais on peut supposer qu'au moment de la disparition complète de l'hydrogène une brusque redistribution des masses dans le corps de l'étoile ait lieu, parce que cette distribution est très différente pour une étoile avec source centrale d'énergie et pour une étoile en voie de contraction gravifique. Il est bien possible que la libération de l'énergie gravifique correspondant à cette redistribution des masses puisse expliquer le phénomène de *novæ*. De ce point de vue, l'explosion de *novæ* est le dernier cri de l'étoile avant le commencement de la contraction et de la mort thermique.

En conclusion, on doit remarquer que l'existence des étoiles géantes ne peut être expliquée par une source d'énergie thermonucléaire. Ces étoiles diffèrent des étoiles de la série principale parce que, comme il découle des considérations précédentes, les étoiles ayant des ressources d'énergie thermonucléaire différentes devraient former des bandes parallèles, alors que la figure 5 nous montre que les géantes sont distribuées de façon tout à fait différente dans le diagramme.

Dans le chapitre suivant nous analyserons une autre source d'énergie qui peut présenter une certaine importance pour la compréhension de l'évolution des étoiles de grande densité.

CHAPITRE II.

LES NOYAUX NEUTRONIQUES DES ÉTOILES.

Dans le premier Chapitre nous avons étudié un modèle d'étoile satisfaisant toujours aux lois des gaz parfaits. Maintenant nous allons considérer le cas des étoiles à densités centrales suffisamment grandes pour que les écarts d'avec les lois classiques deviennent sensibles.

En effet, si la distance entre les particules de gaz est très petite, presque tous les niveaux quantiques des particules peuvent être occupés et nous avons le gaz dégénéré de Fermi. D'autre part, les vitesses quantifiées des particules peuvent s'approcher de la vitesse de la lumière et il sera nécessaire d'introduire les corrections relativistes.

Par des considérations très simples, on peut montrer ⁽¹⁾ que la pression du gaz dégénéré de Fermi doit varier comme $\rho^{\frac{5}{3}}$ ($\rho =$ densité) jusqu'aux densités ρ_0 pour lesquelles la plupart des particules atteindront les vitesses relativistes, et comme $\rho^{\frac{4}{3}}$ pour les densités plus grandes. Les expressions exactes de la pression et l'énergie d'un tel gaz par unité de volume sont

$$(1) \quad P = \frac{3^{\frac{2}{3}} \pi^2}{5} \frac{\hbar^2}{m^{\frac{8}{3}}} \rho^{\frac{5}{3}} \left. \vphantom{P} \right\} \quad (\rho \ll \rho_0)$$

$$(2) \quad U = \frac{3^{\frac{2}{3}} \pi^2}{10} \frac{\hbar^2}{m^{\frac{8}{3}}} \rho^{\frac{5}{3}} \left. \vphantom{U} \right\}$$

et

$$(3) \quad P = \frac{3^{\frac{1}{3}} \pi}{4} \frac{\hbar c}{m^{\frac{4}{3}}} \rho^{\frac{4}{3}} \left. \vphantom{P} \right\} \quad (\rho \gg \rho_0),$$

$$(4) \quad U = \frac{3^{\frac{1}{3}} \pi}{4} \frac{\hbar c}{m^{\frac{4}{3}}} \rho^{\frac{4}{3}} \left. \vphantom{U} \right\}$$

où m est la masse des particules.

Nous voyons que, si nous avons, par exemple, un mélange de gaz électronique et protonique (produit par dissociation totale de l'hydrogène), la pression du gaz protonique sera négligeable jusqu'aux densités pour lesquelles les protons atteignent des vitesses s'approchant de celle de la lumière ($\rho \ll 10^{16}$ g/cm³). Pour les densités plus grandes, les électrons et les protons fourniront la même contribution à la pression; en effet pour ces densités, d'après (3), la pression dépend seulement du nombre des particules. La pression en fonction de la densité est indiquée schématiquement dans la figure 6 où les courbes *a* et *b* correspondent respectivement aux gaz d'électrons et de protons.

Si les électrons et les protons ne se combinaient pas, la pression totale devrait être donnée par la somme des courbes *a* et *b*.

(1) Voir notre 4^e conférence à l'Institut Henri Poincaré (1933).

Mais nous savons qu'un électron et un proton peuvent former un neutron d'après la réaction



(où E_0 , l'énergie de désintégration est égale, pour ce processus, à environ 0,8 MeV).

Dans ces conditions, comme l'a indiqué Landau, quand l'énergie des

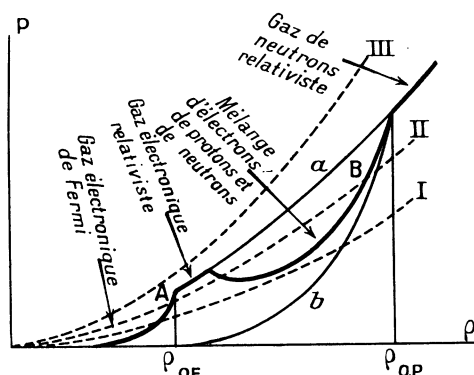


Fig. 6. — Représentation schématique de la pression en fonction de la densité pour des densités très grandes à l'intérieur des étoiles.

particules de notre gaz atteindra l'ordre de grandeur d'un million de volts (commencement de la région relativiste pour les électrons), nous devons nous attendre à la formation de neutrons en grande quantités. Comme dans cette région la pression des particules lourdes est beaucoup plus petite que celle des électrons, la formation de neutrons doit être accompagnée d'une décroissance rapide de la pression totale. Cet effet est représenté dans la figure 6 par la courbe c qui, pour les pressions plus grandes (formation exclusive de neutrons), passe au-dessus de la courbe ordinaire des particules lourdes.

Nous voyons que la formation des neutrons produit dans la courbe ($P - \rho$) un fléchissement tout à fait analogue au fléchissement de la courbe de van der Waals dans la région de liquéfaction des gaz réels. Nous ne devons pas oublier que toutes les courbes de la figure 6 correspondent à l'état de gaz d'énergie minima (état quantique fondamental du système). Pour des températures plus élevées, nous aurons naturellement des pressions plus hautes et l'équation d'état se rappro-

chera de celle du gaz parfait classique. En utilisant ces formules, nous pouvons étudier l'état final d'une étoile dépourvue de toute source d'énergie.

Connaissant l'état final, nous pourrions tirer des conclusions intéressantes quant à l'évolution des étoiles, après le moment où la source d'énergie nucléaire est devenue trop faible pour assurer l'équilibre du modèle considéré dans le premier Chapitre.

Considérons l'existence d'un état d'équilibre d'un gaz dégénéré dans la région centrale. La pression gravifique à l'intérieur d'une sphère de masse M et de rayon R et son énergie gravifique totale sont données par les formules suivantes (avec l'hypothèse d'une densité constante que nous pouvons accepter en première approximation) :

$$(6) \quad P_g = -\frac{1}{5} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{\frac{1}{3}} GM^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{1}{3}},$$

$$(7) \quad U_g = -\frac{3}{5} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{\frac{1}{3}} GM^{\frac{3}{2}} \rho^{\frac{1}{2}},$$

où G est la constante de Newton.

La pression gravifique P_g est représentée dans la figure 6 par les courbes I, II et III pour trois masses M différentes. Nous voyons que pour les très petites masses (courbe I) l'unique état d'équilibre correspond à une étoile remplie par le gaz dégénéré non relativiste des électrons. La densité intérieure est de l'ordre de 10^6 g/cm^3 et la formation de neutrons n'est pas encore commencée.

Les modèles de ce genre ont été envisagés par Fowler, Chandrasekhar et autres pour expliquer la structure des naines blanches.

Pour les masses plus grandes (courbe II), nous avons deux états d'équilibre dont le premier (point A) est du même genre que le précédent. Le deuxième (point B) correspond à la formation de neutrons en grande quantité, et à une densité de l'ordre de grandeur de 10^{12} g/cm^3 . Dans cet état, une étoile peut être considérée comme formée d'un noyau stellaire très dense entouré par un gaz ordinaire, tout à fait analogue à un liquide en équilibre avec sa vapeur.

Pour les masses encore plus grandes (courbe III), la pression gravifique est toujours plus grande que la pression du gaz et l'état final avec rayon fini est impossible; nous devons donc nous attendre à constater

que les étoiles très denses présentent une contraction illimitée. En utilisant les formules données plus haut, nous pouvons estimer les valeurs des masses critiques pour les trois possibilités d'états finaux des étoiles. La condition de contraction illimitée se traduit par le fait que la pression donnée par (3) est toujours plus petite que la pression donnée par (6)

$$(8) \quad \frac{3^{\frac{1}{3}} \pi}{4} \frac{\hbar c}{m^{\frac{4}{3}}} \rho^{\frac{4}{3}} < \frac{1}{5} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{\frac{1}{3}} G M^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{4}{3}},$$

ce qui donne

$$(9) \quad M_0 > \frac{3 \cdot 5^{\frac{3}{2}} \pi}{16} \frac{\hbar^{\frac{3}{2}} c^{\frac{3}{2}}}{G^{\frac{3}{2}} m^2} \sim 1,2 \frac{1}{\mu^2} M_{\odot},$$

où μ et M_{\odot} sont le poids atomique moyen et la masse du Soleil.

Pour la possibilité d'existence de noyau central neutronique, il est nécessaire que l'énergie gravifique totale soit plus grande que l'énergie de gaz neutronique, augmentée de l'énergie de désintégration des neutrons en électrons et protons.

Pour notre calcul, nous ne devons pas prendre l'énergie de désintégration de neutrons libres, parce que, dans la matière ordinaire, les électrons sont liés dans des noyaux plus lourds. Pour les particules α (dans lesquelles la liaison est la plus forte), nous avons par exemple :

$$(10) \quad {}_2\text{He}^4 + 2\bar{e} + \text{MeV} = 4n$$

et l'énergie par neutron est — MeV.

Avec cette valeur, nous avons

$$(11) \quad M_0 > \frac{(180)^{\frac{3}{4}} 3^{\frac{1}{4}} \pi}{2} \frac{m_e^{\frac{3}{4}} c^{\frac{3}{2}} \hbar^{\frac{3}{2}}}{G^{\frac{3}{2}} m^{\frac{4}{4}}} \sim 0,06 M_{\odot}.$$

Nous pouvons résumer nos conclusions de la manière suivante :

1° Pour les étoiles de masse inférieure à $\frac{1}{20} M_0$, la formation de noyaux neutroniques est tout à fait impossible.

2° Pour les masses entre $\frac{1}{20} M_0$ et $2,5 M_0$, le noyau neutronique peut exister, mais ne peut se former par le processus de contraction d'étoile, parce que cette contraction s'arrêtera au premier état d'équilibre (point A dans la figure 6) correspondant aux naines blanches.

L'existence de noyaux de ce genre dans des étoiles comme notre Soleil, implique l'hypothèse additionnelle de l'existence d'autres forces extérieures dans le processus de la formation des étoiles.

3° Pour les masses supérieures à $2,5M_0$, la formation de condensation centrale neutronique est inévitable après que l'étoile a perdu les sources d'énergie nucléaire (c'est-à-dire lorsque tout l'hydrogène a été brûlé).

Comparons maintenant nos résultats aux données astronomiques pour voir si l'on peut s'attendre à l'existence réelle de tels noyaux neutroniques dans les étoiles connues, par exemple dans notre Soleil.

Si, à l'intérieur du Soleil, nous avons un noyau neutronique du genre considéré plus haut (3°), nous devons écrire la condition du cas limite pour le centre de l'étoile sous la forme

$$(12) \quad M_{r=0} = M_n = \alpha M,$$

où $\alpha = \frac{M_n}{M}$ est la masse relative du noyau.

L'intégration des équations d'équilibre [8] (données dans le premier Chapitre) montre qu'en approchant du centre la température et la densité s'élèvent beaucoup plus rapidement que pour le modèle ordinaire ($M_{r=0} = 0$); dans les régions centrales du Soleil, nous arrivons aux valeurs suivantes :

$$T_0 \simeq 10^9 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad \rho_0 \simeq 10^6 \text{ g/cm}^3.$$

La théorie des transformations thermonucléaires nous montre d'un autre côté que pour cette condition, la vitesse de transformation sera considérable et que la libération totale d'énergie nucléaire sera de quelques millions de fois supérieure au rayonnement observé. Si nous éliminons l'hypothèse très improbable que l'intérieur du Soleil est formé d'éléments très lourds et incapables de transformation (comme le plomb) nous devons admettre que le noyau neutronique n'existe pas dans notre Soleil ou dans les autres étoiles du même type. La série principale devra donc être expliquée uniquement par les transformations nucléaires analogues à celles considérées dans le premier Chapitre.

La situation est tout à fait différente dans le cas des étoiles géantes rouges. La figure 5 donne en détail la distribution des géantes rouges dans le diagramme de Hertzsprung-Russell. Nous voyons que la localisation de la série des géantes rouges est tout à fait différente de celle de la

série principale. Il n'est donc pas possible d'expliquer les géantes rouges par un processus du même genre que les étoiles de la série principale, parce que les deux classes d'étoiles ayant, comme les sources d'énergie, deux réactions thermonucléaires différentes, doivent être distribuées dans le diagramme de Hertzsprung-Russell, sur deux bandes parallèles.

D'autre part, nous savons que la production moyenne d'énergie dans les géantes rouges est environ mille fois plus grande que dans notre Soleil, tandis que les températures centrales sont beaucoup plus petites, et que leurs masses permettent la formation de noyaux neutroniques. Il semble alors possible que, dans les géantes, le processus de formation des noyaux neutroniques ait lieu à ce moment et que la plus grande partie de l'énergie rayonnée soit donnée par la conformation et la contraction progressive du noyau central. Si l'on prend, comme direction d'évolution des géantes rouges, la direction indiquée figure 2 par la flèche, on doit prévoir que le rayonnement d'une géante rouge augmente pendant son évolution. Il est bien possible que l'accroissement du noyau résulte de l'expansion de l'atmosphère de l'étoile et que, pour expliquer les géantes rouges, il soit nécessaire d'imaginer un modèle avec contraction de la région centrale et extension de la région extérieure. Nous pouvons résumer de la manière suivante nos résultats sur les directions hypothétiques de l'évolution des étoiles.

A. Les étoiles d'une masse inférieure à la masse critique M_0 suivent une trajectoire d'évolution autour de la série principale; après épuisement de leurs sources d'énergie nucléaires, elles commencent leur contraction gravifique et, dépassant l'état de nébuleuse planétaire, deviennent des naines blanches.

B. Les étoiles de masses plus grandes suivent la même trajectoire, mais dans la région plus chaude de la série principale. L'épuisement des sources d'énergie nucléaire conduit à la formation de noyaux stellaires et à la libération d'énergie gravifique en très grande quantité.

Les étoiles abandonnent la série principale et se dirigent vers la série des géantes rouges. Il est bien possible que nous ayons affaire ici à une transformation interne et formation de novæ très brillantes (supernovæ?). Les pulsations d'une étoile géante après une telle explosion peuvent être utiles pour expliquer l'existence des étoiles variables (Céphéides) dans cet endroit du diagramme de Hertzsprung-Russell.

Nous avons vu qu'en appliquant les connaissances modernes des propriétés de la matière on peut éclairer d'un jour nouveau le problème de l'existence et de l'évolution des étoiles. Nous devons nous attendre à voir l'étude plus détaillée des propriétés physiques des étoiles nous conduire rapidement à la solution complète de ces intéressants problèmes.

BIBLIOGRAPHIE.

1. R. d'E. ATKINSON et F. G. HOUTERMANS, *Z. Physik.*, t. 54, 1929, p. 656; voir aussi G. GAMOW et E. TELLER, *Phys. Rev.*, t. 53, 1938, p. 608.
2. C. v. WEIZSÄCKER, *Phys. Zs.*, t. 38, 1937, p. 176.
3. H. BETHE, *Phys. Rev.*, sous presse.
4. H. BETHE et Ch. CRITCHFIELD, *Phys. Rev.*, sous presse.
5. SIR A. EDDINGTON, *The Internal Constitution of Stars*. Cambridge Univ. Press, 1926.
6. G. GAMOW, *Phys. Rev.*, t. 53, 1938, p. 595 et 907.
7. L. LANDAU, *Nature*, t. 141, 1938, p. 333.
8. G. GAMOW et E. TELLER, *Bull. Am. Phys. Soc.*, t. 13, 1938, p. 23.

FIN DU VOLUME VIII.