

ANNALES DE L'I. H. P., SECTION B

E. SAADA

C. LANDIM

Préface au numéro spécial en l'honneur de Claude Kipnis

Annales de l'I. H. P., section B, tome 31, n° 1 (1995), p. 3-12

http://www.numdam.org/item?id=AIHPB_1995__31_1_3_0

© Gauthier-Villars, 1995, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P., section B » (<http://www.elsevier.com/locate/anihpb>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

Préface au numéro spécial en l'honneur de Claude KIPNIS

Claude a consacré l'essentiel de sa carrière à l'étude des systèmes à une infinité de particules : il a fait ses premières armes sur les systèmes à l'équilibre, puis son thème majeur de recherche a été l'établissement de limites hydrodynamiques.

T. M. Liggett est venu une première fois au Laboratoire de Probabilités de Paris en 1972 faire un cours sur ses tout nouveaux résultats sur les systèmes de particules; il revint ensuite enseigner à Saint Flour en 1976. À la suite de ce cours s'est créé un groupe d'études. Il s'agissait de comprendre les premiers articles qui paraissaient dans ce domaine, et donc les théories sous-jacentes, afin de faire progresser des questions toutes nouvelles. Claude joua un rôle essentiel dès le début dans ce groupe. Sa contribution consista en une série d'articles [2], [3], [5], la plupart en collaboration avec Christiane Cocozza, où, par des méthodes purement probabilistes reposant sur la solution de problèmes de martingales, il démontra l'existence de processus markoviens décrivant l'évolution de particules : notamment des systèmes sur des ensembles dénombrables comme des modèles d'Ising, des processus de vie et de mort sur \mathbb{R} avec interaction et des processus de champ moyen.

Claude a effectué divers séjours au Brésil, en Italie et à Moscou, et a passé deux ans aux États-Unis au début des années 80. Il entama une longue et fructueuse collaboration avec l'équipe de J. Lebowitz à l'Université de Rutgers, avec l'équipe de S. R. S. Varadhan au Courant Institute et avec le groupe de R. Dobrushin à l'Université de Moscou. Claude était doué pour la communication, aidé par sa connaissance parfaite des langues étrangères. Il avait des mathématiques une vision très concrète, et un recul qui lui permettait de relier des théories apparemment disjointes. Par son enthousiasme, il savait entraîner ses collègues sur les questions qui l'intéressaient, tout en tirant parti de leurs connaissances.

La curiosité scientifique de Claude était toujours en éveil : sa spécialisation ne l'empêchait pas de s'intéresser à divers autres aspects des probabilités. Dans son premier article il résolut un problème que lui avait posé Antoine Brunel sur les semi-groupes de contraction dans L^1 [1]. Sur la récurrence des chaînes de Markov, Claude écrivit deux articles, l'un avec P. Bougerol [4], l'autre avec C. Cocozza et M. Roussignol [9]. Lors

d'un de ses séjours au Courant il étudia avec C. Newman le comportement métastable de diffusions unidimensionnelles en présence d'un champ extérieur en forme de double puits [11]. Ainsi, il explorait un domaine où le recuit simulé allait se développer, et il appliqua avec J. E. Cohen et C. M. Newman ce résultat à la théorie de l'évolution [13]. Il s'intéressait aussi à des questions plus appliquées, comme en témoigne son article avec P. Robert sur les processus de stockage [22].

Un des problèmes majeurs de la théorie des systèmes de particules consiste à obtenir l'équation aux dérivées partielles qui régit l'évolution macroscopique d'un système constitué d'un grand nombre de composantes à partir de la description de l'interaction microscopique entre chaque composante.

Cette question, qui apparaît déjà de manière sous-jacente dans [5], fut abordée sous forme plus détaillée dans deux articles pionniers écrits en collaboration avec Antonio Galves, Carlo Marchioro et Enrico Presutti [6], [7]. Ils étudient, en régime stationnaire, le profil de densité d'un fluide dans un tube unidimensionnel en contact à chaque extrémité avec un réservoir infini de fluide à deux densités différentes. Un passage à la limite adéquat montre que ce profil est la solution d'une équation elliptique non linéaire avec conditions aux bords. Claude revint sur cette question à deux reprises dans la suite : pour des diffusions avec conditions au bord stochastiques [15] et pour des modèles à interaction locale non gradients [27].

Ce fut lors de ses discussions avec Roland Dobrushin que Claude établit le rapport entre ces résultats et la limite hydrodynamique que R. Dobrushin et R. Siegmund-Schultze [DS] et H. Rost [R] démontrèrent indépendamment pour d'autres modèles.

À la même époque, ayant compris le comportement macroscopique de systèmes de particules dont l'évolution est décrite par des équations aux dérivées partielles du second ordre, il se pencha sur des processus liés aux équations hyperboliques du premier ordre et obtint avec E. Andjel la limite hydrodynamique du processus à interaction locale asymétrique [10]. Ils démontrèrent ensuite des théorèmes ergodiques ponctuels pour l'exclusion simple symétrique, un autre système aux propriétés voisines [18]. Ce dernier article l'entraîna sur un problème soulevé dans une série d'articles de T. Cox, M. Bramson et D. Griffeath [CG], [BCG] : les temps d'occupation d'un site à l'équilibre. Il démontra dans [19] qu'ils vérifient un théorème de la limite centrale en toutes dimensions pour le modèle de l'exclusion simple symétrique.

Parallèlement, il s'intéressa à l'évolution de particules marquées, un des problèmes soulevés par F. Spitzer dans son article précurseur de 1970 [S]. D'une part, avec J. Lebowitz, E. Presutti et H. Spohn, il étudia

le mouvement de particules marquées dans un système semi-stochastique unidimensionnel [8]. D'autre part, en collaboration avec S. R. S. Varadhan, il considéra une particule marquée dans l'exclusion simple symétrique, en dimension $d > 2$ et en dimension un à condition que la loi du déplacement élémentaire de chaque particule soit portée par plus de deux points. Sous ces hypothèses, si X_t représente la position à l'instant t d'une particule initialement à l'origine, X_t/\sqrt{t} converge vers une loi gaussienne non dégénérée. Ils déduisirent ce résultat d'un théorème de la limite centrale général qu'ils démontrèrent pour des processus de Markov réversibles et ergodiques (voir [14] et [16]). Ce dernier est devenu par la suite un outil fondamental dans la théorie d'homogénéisation des processus de diffusion (voir [PV] et [O]).

Il restait à comprendre le comportement asymptotique d'une particule marquée pour l'exclusion simple asymétrique. Dans le cas unidimensionnel à plus proche voisin il démontra une loi des grands nombres et un théorème de la limite centrale pour la particule marquée dans le cas où les particules sautent à droite avec probabilité p telle que $1/2 < p < 1$ [17]. Il proposa à E. Saada comme sujet de thèse de résoudre ce problème pour le processus à interaction locale et pour les cas non encore traités de l'exclusion simple. Tous ces résultats sont rassemblés dans [12].

Peut-on expliquer la discontinuité qui apparaît dans une EDP obtenue comme limite hydrodynamique par la structure microscopique du choc pour des systèmes de particules ? Seuls des cas particuliers avaient été considérés jusque là ([W]). Mais pour le processus d'exclusion simple asymétrique à plus proche voisin sur \mathbb{Z} avec probabilité d'aller à droite $p > 1/2$, de distribution initiale de densités λ à gauche de l'origine et ρ à sa droite avec $\lambda < \rho$, ce problème se ramène à l'étude de particules marquées : Claude a ainsi pu résoudre cette question quand $\lambda = 0$, avec A. De Masi, E. Presutti et E. Saada [20], puis il a regardé le cas $\lambda > 0$ avec P. A. Ferrari et E. Saada [24]. Enfin, à la lumière des résultats les plus récents, il a raffiné cette étude avec P. A. Ferrari [29].

À cette époque, M. Guo, G. Papanicolaou et S. Varadhan, en utilisant intensivement des techniques de grande déviations, aboutirent à une méthode robuste pour démontrer la limite hydrodynamique de systèmes de particules gradients sous renormalisation diffusive [GPV]. Cette méthode fut ensuite généralisée aux modèles non gradients par S. Varadhan et J. Quastel [V], [Q]. Elle repose essentiellement sur l'étude de l'évolution temporelle de l'entropie du processus et sur une estimée qui permet de substituer à des champs de corrélation une fonction du champ de densité du processus. Parallèlement à M. Donsker et S. Varadhan pour des modèles de Ginzburg-Landau [DV], Claude en collaboration avec S. Olla et S. Varadhan, démontra alors que cette substitution était d'ordre surexponentiel dans

le modèle de l'exclusion simple symétrique. Ceci leur permit d'étudier les grandes déviations autour de la limite hydrodynamique et d'établir un principe de grandes déviations ([21], [23]) qui attira immédiatement l'attention de la communauté scientifique. La puissance de cette approche permettait de s'attaquer à des problèmes jusque là hors de portée et suscita de nombreuses publications. Il prit part à deux d'entre elles. Dans la première il étudia les grandes déviations en volume infini à l'équilibre pour les processus à interaction locale [26]. La seconde, en collaboration avec C. Léonard, contient la première démonstration d'un principe de grandes déviations autour de la limite hydrodynamique pour un système asymétrique, en l'occurrence la superposition de marches aléatoires asymétriques et indépendantes [28]. Il proposa également des sujets de thèses à trois de ses étudiants : il suggéra à C. Landim d'étudier les grandes déviations à l'équilibre du temps d'occupation d'un site dans le modèle de l'exclusion simple symétrique en volume infini. À M. Mourragui il proposa d'étendre les méthodes d'entropie pour déduire le comportement hydrodynamique de processus liés aux équations de réaction-diffusion. Il suivit enfin O. Benoï qui, à partir des grandes déviations pour le champ de densité, a obtenu les grandes déviations à l'équilibre et en dimension un du temps d'occupation d'un site pour des superpositions de marches aléatoires indépendantes et symétriques. Celui-ci montra aussi que la forme variationnelle de la fonctionnelle d'action coïncide avec l'expression explicite obtenue par T. Cox et D. Griffeath dans [CG].

Claude était un directeur de recherches hors pair, tant par ses qualités mathématiques qu'humaines : sa disponibilité, son écoute attentive et son soutien moral permanent.

Ces techniques de grandes déviations appliquées aux systèmes de particules étaient de plus en plus complexes, donnaient lieu à des articles de plus en plus longs. Claude était devenu l'un des spécialistes de ce sujet. Dans un souci pédagogique, il entreprit avec C. Landim la rédaction d'un livre qui décortiquait les outils utilisés et rassemblait les résultats obtenus jusque là.

Claude laissa à chacun de ceux qui eurent la chance de le côtoyer un souvenir de son ouverture d'esprit, de son originalité mathématique et de sa capacité à motiver son entourage sur les questions qui lui semblaient pertinentes. Tous ses travaux et ce numéro spécial à sa mémoire qui contient ses derniers articles témoignent en outre de son importance au sein de la communauté de chercheurs en probabilités et en physique mathématique. Ceci ne décrit pas toutefois le plaisir que nous avons à travailler avec lui.

E. Saada et C. Landim.

Claude devoted most of his career to the study of infinite particle systems: he started out on systems at the equilibrium, and afterwards his main research theme became the obtention of hydrodynamical limits.

T. M. Liggett came first to the Probability Laboratory of Paris in 1972 to teach a course on his very new results on particle systems and back to teach in Saint Flour in 1976. A workshop was created after these courses. The purpose was to understand the first papers in this field and their theoretical background in order to make advances on very recent problems. Claude was at the core of this group. He wrote several papers [2], [3], [5], mostly with Christiane Cocozza, in which, using purely probabilistic methods relying on martingale problems, he proved the existence of Markov processes for the evolution of particles: in particular systems on countable sets like Ising models, life and death processes on \mathbb{R} with interaction and mean-field processes.

Claude made several short stays in Brazil, Italy and Moscow and spent two years in the USA in the early 80's. He started a long and fruitful partnership with the teams of J. Lebowitz at Rutgers University, S. R. S. Varadhan at the Courant Institute and R. Dobrushin at Moscow University. Claude was a gifted communicator, helped in that by his knowledge of foreign languages. He had a very practical point of view on mathematics and an insight which enabled him to connect apparently disjoint theories. His enthusiasm led his colleagues on to the problems which interested him, and he knew how to make good of their knowledge.

Claude's scientific curiosity was always aroused: his main interests did not prevent him from considering other aspects of probability theory. In his first paper he solved a problem given to him by Antoine Brunel on contraction semi-groups on L^1 [1]. Claude wrote two papers on recurrence of Markov chains, one with P. Bougerol [4] and the other with C. Cocozza and M. Roussignol [9]. On one of his stays at the Courant Institute he studied with C. Newman the metastable behavior of one-dimensional diffusions in a double-well external field [11]. He was exploring the field in which simulated annealing was to develop and he applied the results to evolution theory [13] with J. E. Cohen and C. M. Newman. He was also interested in applied problems like in his paper with P. Robert on storage processes [22].

One of the main problems in particle system theory is obtaining from the microscopic interaction rules the partial differential equation describing the macroscopic evolution of a large system.

This problem, which already appears in [5], was considered more in detail in two ground-breaking papers written with Antonio Galves, Carlo Marchioro and Enrico Presutti [6], [7]. They studied in the stationary regime the density profile of a fluid in a one-dimensional tube at which ends there are

two tanks containing infinite supplies of two fluids of different density. They showed that in an appropriate limit this profile is the solution of a nonlinear elliptic equation with boundary conditions. Claude came back twice to this problem: for diffusions with stochastic boundary conditions [15] and for models with local non-gradient interaction [27].

During discussions with Roland Dobrushin, Claude established the relationship between these results and the hydrodynamical limits that R. Dobrushin and R. Siegmund-Schultze [DS] and H. Rost [R] proved independently for other models.

At the same period of time, having understood the macroscopic behavior of particle systems of which the evolution is described by second order partial differential equations, he considered processes related to hyperbolic equations and obtained with E. Andjel the hydrodynamical limit of the asymmetrical zero-range process [10]. They then proved pointwise ergodic theorems for the symmetrical exclusion process, which is another particle system with similar properties [18]. This last paper led him to a problem originated in a series of papers by T. Cox, M. Bramson and D. Griffeath [CG], [BCG]: the occupation times of a site at the equilibrium. He proved in [19] that they satisfied a central limit theorem in all dimensions for the symmetrical simple exclusion process.

He simultaneously got interested in the evolution of tagged particles, a problem stated by F. Spitzer in his ground-breaking paper in 1970 [S]. On one hand, with J. Lebowitz, E. Presutti and H. Spohn, he studied the motion of tagged particles in a one-dimensional semi-stochastic system [8]. On the other, with S. R. S. Varadhan, he studied a tagged particle for the symmetrical simple exclusion, in dimensions $d > 2$ and $d = 1$ when the elementary displacement of each particle is not deterministic. Under these assumptions, if X_t represents the position at time t of a particle starting at the origin, X_t/\sqrt{t} converges in law to a non-degenerate gaussian law. They deduced this result from a general central limit result they obtained for reversible ergodic Markov chains [14], [16]. This general result has become a fundamental tool in homogenization theory for diffusion processes [PV], [O].

It was left to understand the asymptotic behavior of a tagged particle for the asymmetrical simple exclusion process. In the one-dimensional nearest neighbor case he proved a law of large numbers and a central limit theorem for the tagged particle when the particles jump to the right with probability p such that $1/2 < p < 1$ [17]. He directed the thesis of E. Saada on the solution of the problem for the zero-range process and the cases of the simple exclusion which had not yet been proved. All these results are gathered in [12].

Can one explain the discontinuity which appears in a PDE obtained in the hydrodynamical limit by the microscopic shock structure for particle systems? Only specific cases had been studied before in the literature [W]. For the one-dimensional asymmetrical simple exclusion nearest neighbor process going to the right with probability $p > 1/2$, with initial density λ on the left of the origin and ρ on the right such that $\lambda < \rho$, this problem can be reduced to the study of tagged particles: Claude thus solved this problem when $\lambda = 0$ with A. De Masi, E. Presutti and E. Saada [20], then he investigated the case $\lambda > 0$ with P. A. Ferrari and E. Saada [24]. Using more recent results he refined this study with P. A. Ferrari [29].

In those times M. Guo, G. Papanicolaou et S. Varadhan, using intensively large deviation techniques, gave a robust method to prove the hydrodynamic limit for gradient particle systems with diffuse scaling [GPV]. This method was generalized to non-gradient models by S. Varadhan et J. Quastel [V], [Q]. It relies essentially on the study of the temporal evolution of the entropy of the system and on an estimate which allows to substitute to the correlation fields a functional of the density field of the process. At the same time as M. Donsker and S. Varadhan on Ginzburg-Landau models [DV], Claude with S. Olla and S. Varadhan showed this substitution was of surexponential order for the symmetrical simple exclusion process. This enabled them to study the large deviations from the hydrodynamical limit and obtain a large deviation principle ([21], [23]) which immediately drew the attention of the scientific community. The power of this method enabled to tackle problems which were out of reach up to that point and gave rise to many papers. Claude was a partner in two of these. In the first he studied the large deviations in infinite volume at the equilibrium for zero-range processes [26]. The second one with C. Léonard contains the first proof of a large deviation principle around the hydrodynamical limit for an asymmetric system, the superposition of independent asymmetric random walks [28]. He directed three theses on the subject. C. Landim studied the large deviations from the equilibrium of the occupation time of a site in the infinite volume symmetrical simple exclusion process. M. Mourragui extended the entropy methods to obtain the hydrodynamical behavior of processes corresponding to reaction-diffusion. O. Benois used large deviations for the density field to obtain the large deviations at the equilibrium in dimension one for the occupation time of a site for the superposition of independent symmetric random walks, and showed that the action functional coincides with the explicit one obtained by T. Cox and D. Griffeath in [CG].

Claude was an outstanding advisor because of both his mathematical and human qualities. He was receptive, listened attentively and was always very supportive.

These large deviation techniques applied to particle systems became more and more intricate and resulted in papers of ever increasing length. Claude had become one of the leading specialists of the field. For pedagogical reasons he started writing with C. Landim a book which explained in detail the technical tools and gathered the results obtained to that day.

Claude left everyboby who was lucky enough to have known him the memory of his openness of mind, mathematical originality and ability to lead the people around him on the problems which were of interest to him. The mass of his works and this special issue dedicated to his memory which contains his last papers stand witness to his importance to his scientific community in the field of probability theory and mathematical physics. But they cannot express the pleasure we had working with him.

E. Saada and C. Landim.

PUBLICATIONS DE CLAUDE KIPNIS

- [1] Majoration des semi-groupes de contractions de L^1 et applications, *Ann. Inst. H. Poincaré*, Vol. **10**, 4, 1974, pp. 369-384.
- [2] (avec C. COCOZZA), Existence de processus Markoviens pour des systèmes infinis de particules, *Ann. Inst. H. Poincaré*, Vol. **13**, 1977, pp. 239-257.
- [3] (avec C. COCOZZA), Processus de vie et de mort sur R avec interaction selon les plus proches particules, *Zeitschrift fur Wahrsch.*, Vol. **51**, 1980, pp. 123-132.
- [4] (avec P. BOUGEROL), Position d'une marche aléatoire sur Z^d à l'instant d'atteinte d'une droite, *Zeitschrift fur Wahr.*, Vol. **52**, 1980, pp. 183-191.
- [5] Processus de champ moyen : existence, unicité, mesures invariantes et limites thermodynamiques, *Stochastics*, Vol. **5**, 1981, pp. 93-106.
- [6] (avec A. GALVES, C. MARCHIORO et E. PRESUTTI), Non equilibrium measures which exhibit a temperature gradient: study of a model, *Comm. Math. Physics*, Vol. **81**, 1981, pp. 127-147.
- [7] (avec C. MARCHIORO et E. PRESUTTI), Heat Flow in an exactly solvable model, *Journal of Stat. Physics*, Vol. **27**, 1982, pp. 65-74.
- [8] (avec J. LEBOWITZ, E. PRESUTTI et H. SPOHN), Self diffusion for particles with stochastic collisions in one dimension, *Journal of Stat. Physics*, Vol. **30**, 1983, pp. 107-121.
- [9] (avec C. COCOZZA et M. ROUSSIGNOL), Stabilité de la récurrence nulle pour certaines chaînes de Markov perturbées, *Journal of Applied Probability* Vol. **20**, 1983, pp. 482-504.
- [10] (avec E. ANDJEL), Derivation of the hydrodynamical equation for the zero-range interaction process, *Annals of Probability*, Vol. **12**, 1984, pp. 325-334.
- [11] (avec C. NEWMAN), The metastable behavior of unfrequently observed, weakly random, one dimensional diffusion processes, *SIAM J. Applied Math.*, Vol. **45**, 6, dec. 1985, pp. 972-982.
- [12] Recent results on the movement of a tagged particle in simple exclusion. Proceedings of the AMS Conference "The mathematics of Phase Transition", *AMS Contemporary Mathematics*, Vol. **41**, 1985, pp. 259-265.
- [13] (avec J. E. COHEN et C. M. NEWMAN), Neo Darwinian evolution implies punctuated equilibria, *Nature* Vol. **315**, 6018, 30 May 1985, pp. 400-401.
- [14] (avec S. R. S. VARADHAN), Central limit theorems for additive functionals of reversible Markov chains and applications, *Astérisque "Colloque Schwartz"*, Vol. **2**, 1985, pp. 65-70.
- [15] (avec S. GOLDSTEIN et N. IANIRO), Stationary states for a mechanical system with stochastic boundary conditions, *J. Stat. Phys.*, Vol. **41**, 1985, pp. 915-939.
- [16] (avec S. R. S. VARADHAN), Central limit theorem for additive functional of reversible Markov processes and applications to simple exclusions, *Comm. Math. Physics*, Vol. **104**, 1986, pp. 1-19.
- [17] Central limit theorems for infinite series of queues and application to simple exclusion, *Annals of Probability* Vol. **14**, 1986, pp. 397-408.
- [18] (avec E. ANDJEL), Pointwise ergodic theorems for the symmetric exclusion process, *Prob. Th. Rel. Fields*, Vol. **75**, 1987, pp. 545-550.
- [19] Fluctuations des temps d'occupation d'un site dans l'exclusion simple symétrique, *Ann. Inst. H. Poincaré*, Vol. **23**, 1987, pp. 21-35.
- [20] (avec A. de MASI, E. PRESUTTI et E. SAADA), Microscopic structure at the shock in the asymmetric simple exclusion, *Stochastics and Stochastic Reports* Vol. **27**, 1989, pp. 151-165.
- [21] (avec S. OLLA et S. R. S. VARADHAN), Hydrodynamics and large deviation for simple exclusion processes, *Comm. Pure & Appl. Math.*, Vol. **XLII**, 1989, pp. 115-137.
- [22] (avec P. ROBERT), A dynamic storage process, *Stoch. Proc. and their Appl.*, Vol. **34**, 1990, pp. 155-170.
- [23] (avec S. OLLA), Large deviations from the hydrodynamical limit for a system of independent Brownian particles, *Stochastics*, Vol. **33**, 1990, pp. 17-25.

- [24] (avec P. A. FERRARI et E. SAADA), Microscopic structure of travelling waves in the asymmetric simple exclusion process, *Ann. of Proba.*, Vol. **19**, 1, 1991, pp. 226-244.
- [25] (avec C. LANDIM et S. OLLA), Hydrodynamic limit for a non-gradient system: the generalized symmetric exclusion process, *Comm. Pure & Appl. Math.*, 1994.
- [26] (avec O. BENOIS et C. LANDIM), Large deviations from the hydrodynamical limit of mean zero asymmetric zero range processes, *Stoch. Proc. and their Appl.*, 1994.
- [27] (avec C. LANDIM et S. OLLA), Macroscopic properties of a stationary non-equilibrium distribution for a non-gradient interacting particle system, *Ann. Inst. H. Poincaré*, 1995.
- [28] (avec C. LÉONARD et C. KIPNIS), Grandes déviations pour un système hydrodynamique de particules indépendantes, *Ann. Inst. H. Poincaré*, 1995.

REFERENCES

- [BCG] M. BRAMSON, J. T. COX and D. GRIFFEATH, Occupation time large deviations of the voter model, *Probab. Theory Related Fields*, Vol. **77**, 1988, pp. 401-413.
- [CG] J. T. COX and D. GRIFFEATH, Large deviations for Poisson systems of independent random walks, *Z. Wahrsch. verw. Gebiete*, Vol. **66**, 1884, pp. 543-558.
- [DS] R. L. DOBRUSHIN and R. SIEGMUND-SCHULTZE, The hydrodynamic limit for systems of particles with independent evolution, *Math. Nachr.*, Vol. **105**, 1982, pp. 199-224.
- [DV] M. D. DONSKER and S. R. S. VARADHAN, Large deviations from a hydrodynamic scaling limit, *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol. **42**, 1989, pp. 243-270.
- [GPV] M. Z. GUO, G. PAPANICOLAOU and S. R. S. VARADHAN, Nonlinear diffusion limit for a system with nearest neighbor interactions, *Comm. Math. Phys.* Vol. **118**, 1988, pp. 31-59.
- [O] S. OLLA, Homogenization of Diffusion Processes in Random Fields, Notes of a graduate course, École Polytechnique, 1994.
- [PV] G. PAPANICOLAOU and S. R. S. VARADHAN, Ornstein-Uhlenbeck process in random potential, *Commun. Pure Appl. Math.*, Vol. **38**, 1985, pp. 819-834.
- [Q] J. QUASTEL, Diffusion of colour in the simple exclusion process, *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol. **45**, 1992, pp. 623-679.
- [R] H. ROST, Nonequilibrium behavior of many particle systems: density profile and local equilibria, *Z. Wahrsch. verw. Gebiete*, Vol. **58**, 1981, pp. 41-53.