

# ANNALES DE L'I. H. P., SECTION B

JACQUELINE CHATARD

## Erratum à l'article de Mme J. Chatard

*Annales de l'I. H. P., section B*, tome 7, n° 1 (1971), p. 81-82

[http://www.numdam.org/item?id=AIHPB\\_1971\\_\\_7\\_1\\_81\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AIHPB_1971__7_1_81_0)

© Gauthier-Villars, 1971, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Annales de l'I. H. P., section B* » (<http://www.elsevier.com/locate/anihpb>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**ERRATUM A L'ARTICLE DE Mme J. CHATARD**

*Ann. Inst. Henri Poincaré,*  
Vol. VI, n° 4, 1970, p. 307-326.

Section B :  
*Calcul des Probabilités et Statistique.*

**Applications des propriétés de moyenne d'un groupe  
localement compact à la théorie ergodique.**

Le lemme de la page 325 est à remplacer par le suivant :

**LEMME**

$$\forall f \in L_1^+(X) \lim_{m \rightarrow \infty} [M_m(f_n) - f_m] = 0 \text{ P. p. s.}$$

a) *Cas où*  $f \in L^\infty(X)$  :

$$\begin{aligned} |M_m(f_n)(x) - M_m(f)(x)| &= \left| \frac{1}{\lambda(H_m)} \int_{H_m} \left[ \frac{1}{\lambda(H_n)} \int_{H_n} [f(hTx) - f(Tx)] d\lambda(h) \right] d\lambda(T) \right| \\ &\leq \frac{1}{\lambda(H_n)} \int_{H_n} d\lambda(h) \int_{hH_m\Delta H_m} f(Tx) \frac{d\lambda(T)}{\lambda(H_m)} \\ &\leq \frac{\|f\|_\infty}{\lambda(H_n)} \int_{H_n} \frac{\lambda(hH_m\Delta H_m)}{\lambda(H_m)} d\lambda(h) \text{ P. p. s.} \end{aligned}$$

Alors on a

$$0 \leq \overline{\lim}_m |M_m(f_n)(x) - f_m(x)| \leq \frac{\|f\|_\infty}{\lambda(H_n)} \int_{H_n} \overline{\lim}_m \frac{\lambda(hH_m\Delta H_m)}{\lambda(H_m)} d\lambda(h) = 0 \text{ P. p. s.}$$

b) *Cas général* :

$L^\infty(X)$  est dense dans  $L^1(X)$ .

Donc  $\forall \varepsilon > 0 \exists k \in L^\infty(X)$  telle que  $\|f - k\|_1 < \frac{\varepsilon}{2}$  et par suite

$$\|f_n - k_n\|_1 < \frac{\varepsilon}{2} \forall n.$$

On a :

$$|M_m(f_n - f)(x)| \leq M_m |f_n - k_n + k - f|(x) + |M_m(k_n - k)(x)|.$$

Soit  $\alpha > 0$

$$\begin{aligned} P \{ x : \overline{\lim}_m | M_m(f_n - f)(x) | > 2\alpha \} &\leq P \{ x : \overline{\lim}_m M_m | f_n - k_n + k - f | (x) > \alpha \} \\ &\quad + P \{ x : \overline{\lim}_m | M_m(k_n - k)(x) | > \alpha \}. \end{aligned}$$

D'où en utilisant a) et le théorème IV

$$P \{ x : \overline{\lim}_m | M_m(f_n - f)(x) | > 2\alpha \} \leq \frac{K}{\alpha} \varepsilon.$$

Comme  $\varepsilon$  est arbitraire, on en déduit que

$$P \{ x : \overline{\lim}_m | M_m(f_n - f)(x) | > 2\alpha \} = 0.$$

C'est-à-dire  $\lim_{m \rightarrow \infty} [M_m(f_n) - f_m] = 0$  p. s.

---