

THOMAS DELZANT

**Sur l'accessibilité acylindrique des groupes  
de présentation finie**

*Annales de l'institut Fourier*, tome 49, n° 4 (1999), p. 1215-1224

[http://www.numdam.org/item?id=AIF\\_1999\\_\\_49\\_4\\_1215\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AIF_1999__49_4_1215_0)

© Annales de l'institut Fourier, 1999, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'institut Fourier » (<http://annalif.ujf-grenoble.fr/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## SUR L'ACCESSIBILITÉ ACYLINDRIQUE DES GROUPES DE PRÉSENTATION FINIE

par Thomas DELZANT

---

### Introduction.

Soient  $G$  un groupe, et  $\tau$  un  $G$ -arbre, c'est-à-dire un arbre muni d'une action de  $G$  sans inversion d'arêtes. Le *problème d'accessibilité* est celui de donner une borne *a priori* au nombre de sommets de  $\tau/G$ . Ce problème a été étudié par de nombreux auteurs : outre le célèbre théorème de Grushko sur les produit libres, citons les travaux de M. Dunwoody [Du], M. Bestvina et M. Feighn [BF], Z. Sela [S] et l'auteur [De1], [DP].

Dans cet article, nous présentons une preuve topologique du théorème « d'accessibilité acylindrique » de Sela [S], valable pour les groupes de présentation finie, ce qui nous permet d'en donner une version quantitative et d'étendre son résultat à une nouvelle classe d'arbres.

**DÉFINITION.** — Soient  $\mathcal{C}$  une famille de sous-groupes de  $G$  stable par conjugaison et passage au sous-groupe, et  $k$  un entier. Nous dirons que le  $G$ -arbre  $\tau$  est  $(k, \mathcal{C})$ -acylindrique si le stabilisateur de tout segment de longueur  $k$  de  $\tau$  est un élément de  $\mathcal{C}$ .

Cette définition généralise celle de Z. Sela qui avait étudié le cas où la famille  $\mathcal{C}$  est réduite au groupe trivial. Nous étudierons plusieurs exemples ; le cas particulier où  $\mathcal{C}$  est la famille des sous-groupes finis d'ordre donné du groupe  $G$  est particulièrement intéressante, car elle satisfait aussi une propriété de « super-accessibilité » ; on l'étudie au paragraphe 3.

Nous dirons que le groupe  $G$  ne se scinde pas au-dessus d'un groupe de  $\mathcal{C}$  si  $G$  n'est ni un amalgame non trivial  $G = A *_C B$  avec  $C \neq A$  et  $C \neq B$ , ni une HNN extension  $G = A *_C$  avec  $C \in \mathcal{C}$ . D'autre part, on dit que le  $G$ -arbre  $\tau$  est minimal si il ne contient pas de sous-arbre  $G$ -invariant.

Si  $G$  est de présentation finie, soit  $\mathcal{P} = \langle g_1, \dots, g_n; R_1, \dots, R_k \rangle$  une présentation de  $G$  sans relation de longueur 1; notons  $T = T(\mathcal{P})$  la somme  $\sum(|R_i| - 2)$ ;  $T$  mesure donc la complexité de la présentation  $\mathcal{P}$  de  $G$ , et si  $\mathcal{P}$  est triangulaire, c'est-à-dire composée uniquement de relations de longueur 3, c'est le nombre de ces relations. On note  $T(G)$  la borne inférieure des  $T(\mathcal{P})$ , où  $\mathcal{P}$  décrit les présentations de  $G$ . Cet invariant étudié dans [De1], intervient de façon très naturelle dans les problèmes liés aux actions de groupes dans des arbres et les espaces hyperboliques [De2].

**THÉORÈME 1.** — *Soient  $G$  un groupe de présentation finie et  $\mathcal{C}$  une famille de sous-groupes. On suppose que  $G$  ne se scinde pas au-dessus de  $\mathcal{C}$ ; si  $\tau$  est un  $G$ -arbre minimal  $(k, \mathcal{C})$ -acylindrique, alors le nombre de sommets de  $\tau/G$  n'excède pas  $12kT$ .*

*Remerciements.* — Je remercie P. Papasoglu qui m'a posé le problème d'étendre le résultat de Sela au cadre relatif, ainsi que L. Potyagailo et Z. Sela pour d'utiles conversations.

## 1. La lamination duale à $\tau$ .

On fixe un groupe  $G$  de présentation finie et un arbre  $\tau$  muni d'une action sans inversion du groupe  $G$ . Nous étudions dans ce paragraphe le feuilletage transversalement mesuré dual à l'action du groupe  $G$  sur  $\tau$ ; si la méthode suivie est classique, le lemme 1.5 qui interprète la condition d'acylindricité sur ce feuilletage est l'observation la plus originale de cet article.

Comme le groupe  $G$  est de présentation finie, il admet une présentation dont toutes les relations sont de longueur 2 ou 3. À partir de celle-ci, on construit le complexe  $\Pi$  de groupe fondamental  $G$  ayant un seul sommet, noté  $s_0$ , autant d'arêtes que de générateurs, dont les faces sont des triangles représentant les relations triangulaires  $ghk = 1$  et des digones représentant des relations  $gh = 1$ , ou  $g^2 = 1$ . Nous noterons  $\pi : P \rightarrow \Pi$  le revêtement universel de  $\Pi$ , et  $x_0$  un point base de  $P$  relevant  $s_0$ .

### 1.1. Construction d'une application $\rho : P \rightarrow \tau$ .

Fixant un point base  $p_0$  dans  $\tau$ , qu'il est commode de choisir *au milieu d'une arête*, on construit d'abord une application équivariante  $\rho : P \rightarrow \tau$  en trois étapes.

On pose d'abord  $\rho(g \cdot x_0) = g \cdot p_0$ . Puis on étend  $\rho$  au 1-squelette de  $P$  de façon affine : on envoie l'arête  $\alpha = [x, y]$  sur le segment  $[\rho(x), \rho(y)] \subset \tau$ , par une application affine. On étend enfin  $\rho$  au 2-squelette de  $\tilde{\Pi}$  par l'application dessinée à la figure 1. Cette construction de  $\rho$  est équivariante.

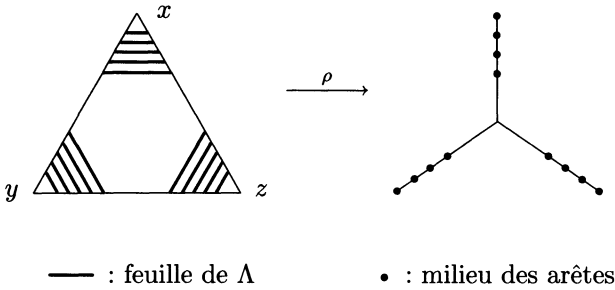


Figure 1

Notons que la restriction de  $\rho$  à une arête  $[x, y]$  de  $P$  est injective, sauf si  $\rho(x) = \rho(y)$ .

Nous noterons  $P'$  le CW-complexe ayant même espace topologique sous-jacent que  $P$ , mais dont les sommets sont les points des arêtes de  $P$  dont l'image par  $\rho$  est le milieu d'une arête de  $\tau$ , et les arêtes les sous-segments des arêtes de  $P$  compris entre deux tels sommets. On note  $\Pi' = P'/G$ .

### 1.2. Définition de $\tilde{\Lambda}$ et $\Lambda$ .

La lamination  $\tilde{\Lambda}$  est le graphe tracé dans  $P$  dont les composantes connexes sont les composantes connexes des images réciproques par  $\rho$  des milieux des arêtes de  $T$  (figure 1). Autrement dit, on joint dans chaque face de  $P'$  les sommets ayant même image par  $\rho$ ; cette image est le milieu d'une arête de  $\tau$ . Notons que  $\tilde{\Lambda}$  est une lamination mesurée co-orientée par le choix d'une orientation de chaque arête de  $\tau/G$ . L'équivariance de  $\rho$  montre que  $\tilde{\Lambda}$  est l'image réciproque d'une lamination  $\Lambda$  tracée dans  $\Pi$ .

1.3. *L'arbre  $\hat{\tau}$  comme résolution de  $\tau$ .*

La construction utilisée ici est essentiellement celle de [D-D], prop. VI.4.3, p. 230. On considère le graphe abstrait  $\hat{\tau}$  dont les sommets sont les composantes connexes de  $P' \setminus \tilde{\Lambda}$ , et les arêtes les composantes connexes de  $\tilde{\Lambda}$ .

Notons que les composantes connexes de  $\tilde{\Lambda}$  séparent  $P$  en deux composantes exactement : en effet celles-ci séparent  $P$  localement, et  $P$  est simplement connexe. Il en résulte que  $\hat{\tau}$  est un arbre, car c'est un graphe connexe dont toutes les arêtes séparent. De plus  $\hat{\tau}$  est doté d'une application équivariante  $\rho : \hat{\tau} \rightarrow \tau$ . Utilisant la terminologie de M. Bestvina et M. Feighn [BF], on dit que  $\hat{\tau}$  est une *résolution* de  $\tau$ .

1.4. *Définition de  $\Lambda_k$ .*

L'entier  $k$  considéré ici est celui intervenant dans la définition de  $(k, \mathcal{C})$ -acylindricité.

On définit un graphe  $\Lambda_k \subset \Lambda$  par son intersection avec chaque face de  $\Pi$ . Soit  $\Delta = [x, y, z]$  l'une des faces de  $\Pi$ ;  $\Lambda_k \cap \Delta$  est obtenu à partir de la lamination  $\Lambda \cap \Delta$  en y supprimant les feuilles dont l'image par  $\rho$  est située à une distance inférieure à  $k - 1$  de  $\rho(x), \rho(y), \rho(z)$  ou du centre de ce triangle dans  $\tau$ . La figure 2 illustre le cas  $k = 3$ .

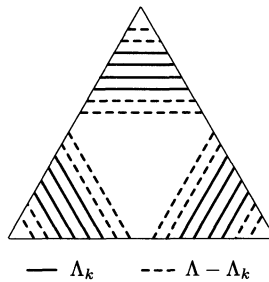


Figure 2

1.5. LEMME. — Si  $C$  est une courbe fermée tracée dans  $\Lambda_k$  et  $g$  un représentant de  $C$  dans  $G = \pi_1(\Pi)$ , alors  $g$  fixe un segment de  $k$ -arêtes consécutives dans  $\tau$ . Mieux, si  $\Lambda_k^0$  est une composante connexe de  $\Lambda_k$ , l'image de  $\pi_1(\Lambda_k^0)$  dans  $G$  fixe un segment de longueur  $k$  dans  $\tau$ .

Dans ce cas, et si de plus le  $G$ -arbre  $\tau$  est  $(k, \mathcal{C})$ -acylindrique, l'image de  $\pi_1(\Lambda_k^0)$  dans  $G$  est un groupe de  $\mathcal{C}$ .

*Démonstration.* — Avant de commencer la preuve, remarquons que pour  $k = 1$ ,  $\Lambda_k = \Lambda$ , et le lemme dit qu'un élément de  $G$  représenté par une courbe fermée tracée dans  $\Lambda$  fixe une arête de  $\tau$ , ce qui résulte de l'équivariance de  $\rho$ .

Soit  $C_1$  une telle courbe, basée en un point  $x_1$  du 1-squelette de  $\Pi'$ , situé sur une feuille de  $\Lambda_k$ ; dans cette démonstration, il est commode de choisir  $x_1$  comme point base pour calculer le groupe fondamental  $G$  de  $\Pi$ . Soit  $\hat{x}_1$  un sommet de  $P'$  relevant  $x_1$ ; son image par  $\rho$  est le milieu d'une arête  $y_1$ . L'action de  $G$  sur  $\tau$  est  $\rho$  équivariante pour l'action naturelle de  $G$  sur  $P'$  obtenue par relèvement des chemins.

Notons  $x_2$  l'un quelconque des deux sommets voisins de  $x_1$  sur une même arête  $A$  de  $\Pi$ . Dans chaque triangle  $\Delta$ ,  $C_1$  passe à une distance  $\geq 1$  des sommets et des feuilles de  $\Lambda \setminus \Lambda_k$ . On peut donc fabriquer une courbe  $C_2$ , passant en  $x_2$ , en poussant  $C_1$  à une distance 1 en suivant l'holonomie de la lamination  $\Lambda$ ; on voit que  $C_2$  reste dans  $\Lambda_{k-1}$ , et on peut donc répéter cette opération  $k - 1$  fois, pour obtenir  $k - 1$  sommets consécutifs  $x_1, x_2, \dots, x_k$  de l'arête  $A$  et  $k$  courbes  $C_i$ ,  $1 < i \leq k$  tracée dans  $\Lambda$  et parallèles à  $C_1$ .

Notons  $u_1, u_2, \dots, u_{k-1}$  les segments  $[x_i, x_{i+1}]$  de cette arête; on voit que les courbes  $\gamma_i = u_1^{-1} \cdots u_{i-1}^{-1} \cdot C_{i-1} \cdot u_{i-1} \cdots u_1$  sont toutes homotopes.

Le choix effectué d'un point  $\hat{x}_1$  de  $P'$  relevant  $x_1$ , détermine des points  $\hat{x}_i$  extrémités des relevés de  $u_{i-1} \dots u_1$  qui sont  $k$  sommets de  $P'$  situés successivement sur une même arête de  $P$ : leurs images par  $\rho$  sont les milieux de  $k$  arêtes formant un segment de longueur  $k$  de  $T$ .

Comme la courbe  $C_i$  est tracée dans  $\Lambda$ , sa relevée d'origine  $\hat{x}_i$  est tracée dans  $\tilde{\Lambda}$ , et son image par  $\rho$  est le milieu d'une arête de  $\tau$ : ainsi, dans cet arbre,  $g$  fixe non seulement l'arête de milieu  $\rho(\hat{x}_1)$  mais un segment constitué des  $k$ -arêtes successives dont les milieux sont les  $\rho(\hat{x}_i)$ . On a utilisé ici le fait que sur l'arête  $A$  de  $P$ , l'application  $\rho$  est injective.  $\square$

## 2. Démonstration du théorème 1.

On construit d'abord un CW-complexe  $P_k$  en écrasant dans  $P'$  toutes les feuilles de  $\Lambda_k$  en un point (figure 3) puis en supprimant tous les digones obtenus. Notons que cette construction est invariante par l'action de  $G$ . Ainsi,  $P_k$  est muni d'une action de ce groupe, et on a une application continue équivariante  $e : P \rightarrow P_k$ . Les images réciproques des sommets de  $P_k$  par  $e$  sont les composantes de  $\Lambda_k$ . En particulier les stabilisateurs des

sommets de  $P_k$  sous l'action de  $G$  sont des sous-groupes de  $C$ . D'autre part, les fibres de l'application  $e$  sont connexes et  $P$  est simplement connexe; donc  $P_k$  est simplement connexe.

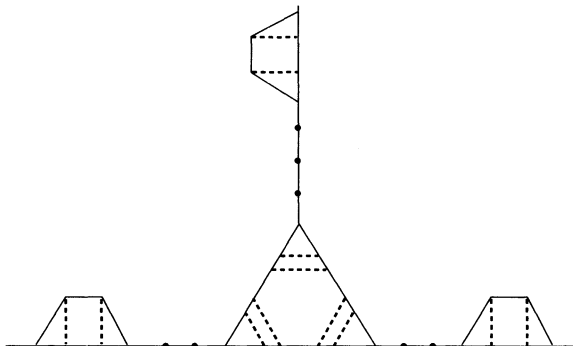


Figure 3

Nous noterons  $\Pi_k$  le quotient de  $P_k$  par  $G$ ; il est commode de penser à  $\Pi_k$  comme à un *orbifoldre developpable* de groupe fondamental  $G$  et de revêtement universel  $P_k$  (voir [Ha] pour la théorie des orbifoldres).

Ce polyèdre  $\Pi_k$  est constitué de plusieurs arêtes et sommets, mais il est facile de contrôler le nombre et la combinatoire de ses faces :

2.1. LEMME. — *Le nombre de faces de  $\Pi_k$  est majoré par  $4T$ ; celles-ci sont des  $n$ -gones avec  $n \leq 12(k-1)$ .*

*Démonstration.* — Chaque face de  $\Pi$  donne naissance à au plus quatre faces; en général celles-ci sont des  $2(k-1)$  ou  $6(k-1)$ -gones, mais certains cas dégénérés peuvent donner des  $12(k-1)$ -gones.  $\square$

Nous dirons qu'une arête de  $\Pi_k$  est *libre* si elle n'est adjacente à aucune face. Notons  $Y_k$  l'ensemble des arêtes libres de  $\Pi_k$ , et  $X_k$  l'ensemble des composantes connexes du complémentaire  $\Pi_k - Y_k$ ; si  $s \in X_k$ , on note  $\Pi_k^s$  la composante connexe de  $\Pi_k - Y_k$  qu'il représente : c'est un sous-orbifoldre de  $\Pi_k$ . On note alors  $G_s \subset G$  le groupe fondamental de cet orbifoldre  $\Pi_k^s$  : c'est aussi le sous-groupe de  $G$  stabilisateur de la composante connexe de  $P \setminus (\pi \circ e)^{-1}Y$  se projetant sur  $\Pi_k^s$ .

On peut alors former un graphe de groupe (au sens de Serre [Se]) dont l'ensemble des sommets est  $X_k$ , l'ensemble des arêtes  $Y_k$ , où l'on marque

chaque sommet  $s$  par le groupe  $G_s$ , et chaque arête  $y$  par son stabilisateur dans  $\Pi_k$ . Par construction, le groupe fondamental de ce graphe de groupe est le groupe  $G$ . Notons que les stabilisateurs des arêtes de ce graphe sont des sous-groupes de  $\mathcal{C}$ .

Jusqu'à présent, nous n'avions pas encore utilisé le fait que  $G$  ne se scinde pas comme amalgame ou HNN au-dessus d'un sous-groupe de  $\mathcal{C}$ . Il est important de noter que, sous cette hypothèse, le groupe  $G$  est égal au stabilisateur d'un des sommets du graphe de groupe  $X_k$ . On a en particulier :

2.2. LEMME. — *Si  $G$  ne se scinde pas comme amalgame ou HNN au-dessus d'un groupe de  $\mathcal{C}$ , le graphe sous-jacent à  $X_k$  est un arbre, et pour l'un des sommets  $s$  de ce graphe  $X_k$ ,  $G_s = G$ .*

Par construction l'application  $\rho$  induit une application  $\rho : P_k \rightarrow \tau$  dont la restriction au 1-squelette de  $P_k$  est simpliciale. Considérant ce 1-squelette comme graphe, on voit que  $\rho(P_k^1)$  est un sous-arbre  $G$ -invariant de  $\tau$ ; c'est donc  $\tau$ , car par hypothèse  $\tau$  est minimal (ne contient donc pas de sous-arbre  $G$ -invariant). On en déduit une majoration du nombre des sommets de  $\tau/G$  :

*Le nombre de sommets de  $\tau/G$  n'excède pas celui de  $\Pi_k$ .*

En comptant le nombre de sommets de ce polyèdre, on a donc le résultat promis dans l'introduction : dans chaque triangle, il y a au plus  $6(k-1)T$  feuilles de  $\Lambda_k$  chacune étant adjacente à deux sommets de  $\Pi_k$  au plus; donc en tout le nombre de sommets de ce polyèdre est majoré par  $12(k-1)T$  :

2.3. THÉORÈME. — *Soient  $G$  un groupe de présentation finie et  $\mathcal{C}$  une famille de sous-groupes. On suppose que  $G$  ne se scinde pas au-dessus de  $\mathcal{C}$ ; si  $\tau$  est un  $G$ -arbre minimal  $(k, \mathcal{C})$ -acylindrique, alors le nombre de sommets de  $\tau/G$  n'excède pas  $12(k-1)T$ .*

### 3. Exemples.

Dans le cas où  $\mathcal{C}$  est la famille, notée  $\Phi_n$ , des sous-groupes de  $G$  finis et d'ordre inférieur à un entier  $n$ , on peut préciser le résultat principal, en généralisant le théorème de super-accessibilité acylindrique de Sela. Si  $\tau$



est un  $G$ -arbre et  $\theta$  un automorphisme de  $G$ , nous noterons  $\tau^\theta$  l'arbre  $\tau$  muni de l'action de  $G$  composée avec  $\theta$ .

**3.1. THÉORÈME.** — Soit  $G$  un groupe de présentation finie; on suppose que  $G$  n'est ni un amalgame ni une HNN extension au-dessus d'un groupe d'ordre inférieur à  $n$ . Il existe une famille finie  $\tau_1, \dots, \tau_{N(n,k)}$  de  $G$ -arbres tels que pour tout  $G$ -arbre  $(k, \Phi_n)$ -acylindrique, il existe un automorphisme  $\theta$  de  $G$  et une application  $G$ -équivariante  $\tau_i^\theta \rightarrow \tau$ .

Partant d'un polyèdre  $\Pi$  comme au paragraphe précédent, d'un  $G$ -arbre  $k$ -acylindrique minimal  $\tau$  dont les stabilisateurs d'arêtes sont finis, on construit l'orbèdre  $\Pi_k$ . L'image de  $\Lambda$  dans  $\Pi_k$  est aussi une lamination, et l'arbre  $\hat{\tau}$  est encore l'arbre dual à cette lamination, car les composantes connexes de  $P - \Lambda$  sont celles de  $P_k - e(\Lambda)$ , où  $e$  est l'application d'écrasement du paragraphe 2.

L'orbèdre  $\Pi_k$  est donc un polyèdre de dimension 2, dont le nombre de sommets faces et arêtes est borné, et dont les sommets faces et arêtes sont marqués par un groupe fini (leur stabilisateur) qui est un groupe d'ordre inférieur à  $n$ . L'ensemble des orbèdres munis d'une lamination ayant toutes ces contraintes combinatoires est évidemment fini. Nous les noterons  $\Omega_1, \dots, \Omega_{M(n,k)}$ . Notant  $G_i = \pi_1^{\text{orb}}(\Omega_i)$  le groupe fondamental au sens de la théorie des orbèdres, et  $\tau_i$  le  $G_i$ -arbre dual à la lamination de  $\Omega_i$ , on voit que l'on obtient l'action de  $G$  sur  $\hat{\tau}$  en composant l'isomorphisme de  $G$  et  $G_i$  avec l'action de  $G_i$  sur  $\tau_i$ . Ce qui est le résultat promis.

*Remarque.* — Le cas où  $n = 0$  est le théorème de super-accessibilité acylindrique 2.2 de Sela [S].

*Une application.* — Le théorème 3.1 permet d'étendre les résultats de [S], § 4, au cas des groupes ayant de la torsion. On dit qu'un groupe est virtuellement cyclique si il est fini ou contient  $\mathbb{Z}$  comme sous-groupe d'indice fini.

Soit  $G$  un groupe dans lequel tout sous-groupe virtuellement cyclique infini est contenu dans un unique sous-groupe virtuellement cyclique maximal égal à son normalisateur, et dans lequel l'ordre des sous-groupes finis est borné par un entier  $n$ ; c'est le cas par exemple si  $G$  est hyperbolique au sens de Gromov. Supposons que  $G$  est de présentation finie et ne se décompose pas comme amalgame ou HNN au-dessus d'un groupe fini. On a alors :

3.2. THÉORÈME. — À automorphisme près de  $G$ , il existe seulement un nombre fini de  $G$ -arbres minimaux à stabilisateurs d'arêtes virtuellement cycliques.

*Démonstration.* — Le raisonnement présenté (succinctement) est celui de [S]. On note d'abord que l'arbre de Serre de tout scindement de  $G$  comme amalgame ou HNN au-dessus d'un groupe virtuellement cyclique est  $(3, \Phi_n)$ -acylindrique : en effet, si par exemple  $G = A *_C B$  le stabilisateur de trois arêtes consécutives est de la forme  $aCa^{-1} \cap C \cap bCb^{-1} = C_1$  avec  $a \in A \setminus C, b \in B \setminus C$ . Ce groupe est normalisé par  $a, b$ , et donc par  $ab$  dont aucune puissance n'est dans  $A, B$  et donc  $C_1$  : il est donc fini.

Rappelons alors le fait fondamental suivant (Bestvina-Feighn [BF]) :

Soit  $\rho : \widehat{T} \rightarrow T$  une résolution ; il existe une suite de *Stallings folds*

$$\widehat{T} = T_0 \rightarrow T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow \dots \rightarrow T_n = T.$$

Chacun de ces *Stallings folds* soit diminue strictement la combinatoire de  $T_i/G$  (le nombre de sommets ou d'arêtes), soit augmente strictement le stabilisateur d'au moins une arête. On note  $E$  le nombre d'arêtes de  $T_0$  et pour chaque arête  $e_i, i = 1, \dots, E, N_i$  l'indice du stabilisateur  $G_{e_i}$  dans  $G_{\rho(e_i)}$  ; on a  $n \leq \sum_i N_i$ .

L'arbre  $T$  s'obtient donc avec au plus  $n \leq \sum_i N_i$  *Stallings folds* à partir de l'un des arbres  $T_i$  fournis par le théorème précédent. Par hypothèse, et comme  $G$  ne se scinde pas au-dessus d'un groupe fini, les stabilisateurs des arêtes de  $T_i$  sont virtuellement cycliques, et contenus dans ceux de  $T$ . En particulier, le stabilisateur de chaque arête est d'indice fini dans le sous-groupe élémentaire maximal qui le contient ; donc à chaque étape, il y a au plus un nombre fini de façon de faire le *Stalling fold* (il faut choisir une arête  $e$  et augmenter son stabilisateur, ce qui revient à choisir un sous-groupe coïncé entre  $G_e$  et  $G_{\hat{e}}$ ). On a donc le résultat.

## BIBLIOGRAPHIE

- [BF] M. BESTVINA, M. FEIGN, Bounding the complexity of simplicial group actions on trees, *Inv. Math.*, 103 (1991), 449–469.
- [De1] T. DELZANT, Décomposition d'un groupe en produit libre ou somme amalgamée, *Crelle J.*, 470 (1996), 153–180.

- [De2] T. DELZANT, L'image d'un groupe dans un groupe hyperbolique, *Com. Math. Helv.*, 70 (1995), 267–284.
- [DP] T. DELZANT, L. POTYAGAÏLO, Accessibilité hiérarchique des groupes de présentation finie, preprint, 1998.
- [DD] W. DICKS, M.J. DUNWOODY, Group acting on graphs, *Cambridge Studies in Adv. Math.*, 17, Cambridge (1989).
- [Du] M.J. DUNWOODY, The accessibility of finitely presented groups, *Inv. Math.*, 81 (1985), 449–457.
- [Ha] A. HAEFLIGER, Complex of groups and orbihedra, in 'Group theory from a geometric point of view', E. Ghys, A. Haefliger A. Verjovski eds., World Scientific, 1991.
- [S] Z. SELA, Acylindrical accessibility, *Inv. Math.*, 129 (1997), 527–565.
- [Se] J.-P. SERRE,  $SL_2$ , arbres et amalgames, *Astérisque*, 46 (1977).

Manuscrit reçu le 25 septembre 1998,  
accepté le 18 décembre 1998.

Thomas DELZANT,  
Université Louis Pasteur  
Département de mathématiques  
7 rue René Descartes  
67084 Strasbourg Cedex (France).  
delzant@math.u-strasbg.fr