

# MÉMOIRES DE LA S. M. F.

JEAN-PAUL PENOT

## **Introduction to the volume**

*Mémoires de la S. M. F.*, tome 60 (1979), p. 7-24

<[http://www.numdam.org/item?id=MSMF\\_1979\\_\\_60\\_\\_7\\_0](http://www.numdam.org/item?id=MSMF_1979__60__7_0)>

© Mémoires de la S. M. F., 1979, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mémoires de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Memoires/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

I N T R O D U C T I O N

J.P. PENOT

*Plutôt que de donner une définition formelle de ce qu'est l'analyse non-convexe je voudrais dans cette introduction indiquer l'origine de l'idée de ce colloque et présenter ses lignes directrices.*

*Dans deux précédents colloques tenus en France et consacrés à l'analyse convexe (J-P. AUBIN (1974), A. AUSLENDER (1977)) on a pu constater qu'une tendance à déborder l'analyse convexe dans son cadre ou dans ses méthodes se faisait jour. Il semblait donc que les temps étaient mûrs pour que se tienne un colloque uniquement consacré à ces débordements, ce qui laissait suffisamment de champ libre aux spécialistes de la convexité. Le statut de l'analyse non-convexe apparaît ainsi comparable à celui de l'analyse non-linéaire qui laisse encore la part belle à l'analyse fonctionnelle linéaire. Il n'y a d'ailleurs pas de ligne de démarcation bien tracée entre l'analyse non-linéaire et l'analyse non-convexe. Ce qui semble constituer la spécificité de l'analyse non-convexe, c'est le dépassement de résultats obtenus sous des hypothèses de convexité, ou l'analogie avec des problèmes où la convexité intervient.*

*Avant d'essayer de cerner quelques contours où se dessine une tendance à la "déconvexification" ou à "l'aconvexité" je voudrais montrer combien est quotidienne notre expérience du manque de convexité. Chacun a pu constater physiquement la différence de difficulté entre extraire un objet convexe (un galet dans le lit d'une rivière, une carotte, une canine) et arracher un objet non-convexe (une molaire, du chien-dent ou un fragment de rocher etc...).*

*De manière analogue, des résultats mathématiques semblent hors de portée sans hypothèses de convexité. D'autres, au contraire, peuvent être atteints au prix d'un effort supplémentaire. Que la liste de ceux-ci s'allonge est un des buts du présent colloque.*

*Un des premiers résultats généralisant un théorème classique connu sous les hypothèses de convexité (le théorème de Brouwer) est le théorème du point fixe de Lefschetz (cf. par exemple R.F. BROWN (1971)) formulé dans les espaces polyédriques compacts, puis les espaces rétractes absolus de voisinages (A.N.R.) que je propose d'appeler espaces ravissants (R.A.V.). Le remplacement d'hypothèses de convexité par des hypothèses topologiques, comme l'acyclicité, intervient dans des travaux plus récents*

comme ceux de J.M. LASRY - R. ROBERT (1976) sur la théorie du degré et les équations différentielles (J.M. LASRY (1976), S. SZUFLA (1973), (1977), G. VIDOSSICH (1971)). Une autre hypothèse de nature topologique intervient avec les espaces convexoïdes de J. LERAY (1945), (1954) et A. DELEANU (1959).

Une autre généralisation de la convexité est celle due à K. MENGER (1928) (cf. aussi L.M. BLUMENTHAL (1953)) qui est de nature métrique. Une résurgence récente de cette notion est donnée par W.A. KIRK (1976). C'est dans un tel cadre que l'on peut donner un théorème de point fixe généralisant des résultats classiques dûs à B. HALPERN et G. BERGMAN (1968), B. HALPERN (1970), F. BROWDER (1967), S. REICH (1977): voir la contribution de J.P. PENOT.

Une version plus géométrique que métrique mais fortement liée à la précédente utilise les géodésiques d'une variété riemannienne pour définir une notion de convexité. Cette voie s'est avérée très fructueuse (R.L. BISHOP - B. O'NEILL (1969), W.B. GORDON (1971), (1972), (1974), D. GROMOLL (1970), E. MAZET (1974)) ; une synthèse récente figure dans Yu.D. BURAGO - V.A. ZALGALLER (1977).

Tout un florilège de notions apparentées à la convexité (quasi-convexité, stricte quasi-convexité, pseudo-convexité...) est recueilli dans les livres de O.L. MANGASARIAN (1969), J.W. DANIEL (1971), A.W. ROBERTS - D.E. VARBERG (1973) (cf. aussi O.L. MANGASARIAN (1965), J. PONSTEIN (1969), P. MÈREAU - J.G. PAQUET (1973), G.S. RUBINSTEIN (1973), Ja.I. ZABOTIN (1973), S. TAGAWEI (1974), F. FICHEUX et G.S. RUBINSTEIN (1975), D. NETZER, U. PASSY (1975), J.P. CROUZEIX (1976), (1977), S. MITELELU (1976), A. BEN TAL (1977), S. SCHAIBLE (1977)...). Ces notions sont utilisées dans l'exposé de C. JOURON. Une autre généralisation, la  $\gamma$ -convexité, est développée dans le livre de J.P. AUBIN (1979) §.13.3. Elle est clairement équivalente à la notion de fonction simili-convexe (convexlike) introduite par KY FAN (1953) et utilisée par plusieurs auteurs (J. STOER, C. WITZGALL (1970), T. PARTHASARATHY ; T.E.S. RAGHAVAN (1971), P. LEVINE, J.C. POMEROL (1978)) . Ces généralisations peuvent être rapprochées des axiomatisations des structures convexes dues à M.M. STONE (1949), H. KNESEK (1952), S. DUBUC (1962), J.J. MOREAU (1963), V.W. BRYANT - R.J. WEBSTER (1972), (1973), (1977), J.C. AGGERI (1973).

Les ensembles rayonnants introduits par J.P. DEDIEU dans son exposé constituent une classe d'ensembles plus large que celle des convexes et qui permet de généraliser un résultat dû à J. DIEUDONNE portant sur la fermeture de la somme de deux fermés (une condition suffisante pour que la somme de deux ensembles localement compacts soit localement compacte est donnée par J. SAINT PIERRE (1974)). Une telle question

intervient constamment dans les problèmes d'optimisation (cf. aussi P. LEVINE - J.C. POMEROL (1976), J. GWINNER (1977)). Une localisation de la convexité a été étudiée par C. RAFFIN (1970) (cf. aussi V. KLEE (1951) et les références de cet article). Une notion de convexité infinitésimale, ou tangentielle est introduite par H. BERLIOCCHI et J.M. LASRY (1973), (1974) pour la théorie de la commande optimale; une autre est donnée par J.P. PENOT (1974) pour l'étude infinitésimale des fonctions et la programmation mathématique.

Un autre adoucissement de la convexité figure dans l'exposé de C. MALIVERT (cf. aussi C. MALIVERT (1977)) avec les ensembles et les fonctions localement mollement convexes. Cette notion est apparentée à celle des fonctions approximativement convexes de P. MICHEL (1973), (1974), à celle des ensembles  $PC_1$  ou  $PC_2$  de R. JANIN (1974) et à celle des ensembles mollement convexes de J.M. LASRY (1975).

La possibilité de mesurer la non-convexité d'un ensemble ou d'une fonction apparaît déjà comme très fructueuse ; cf. J. EISENFELD, V. LAKSHMIKANTHAM (1976) pour l'application aux équations différentielles et J.P. AUBIN (1979) §.14.2., J.P. AUBIN - I. EKELAND (1976), I. EKELAND - R. TEMAM (1974), appendice de l'édition anglaise, F. DI GUGLIELMO (1976) pour l'application aux théorèmes de SHAPLEY - FOLKMAN et AUMAN-PERLES liés à la question du saut de dualité. Ces deux approches seraient d'ailleurs à rapprocher.

L'introduction des notions de points extrémaux ou de points exposés (cf. J. BORWEIN (1977), F.E. BROWDER (1973), R.H. MARTIN (1976)) pour un fermé borné non-convexe d'un espace de Banach  $E$  et de partie cabossable (dentable) de  $E$  permet de jeter un pont entre la propriété de Radon-Nykodim et des propriétés géométriques de l'espace  $E$  ; pour explorer cette direction on pourra aborder par exemple J. DIESTEL - J.J. UHL Jr. (1977), R.E. HUFF - P.D. MORRIS (1976).

On sait qu'il est important et commode de pouvoir appréhender la totalité de l'ensemble des convexes bornés d'un e.l.c. à l'aide des plongements de H. RADSTROM (1952) et L. HORMANDER (1954) (cf. aussi G.S. GOODMAN - J. HOFFMANN - JORGENSEN (1969), C. GODET-THOBIE (1975), C. CASTAING - M. VALADIER (1977)). Ces plongements s'avèrent utiles par exemple dans les questions de différentiabilité des multiapplications (M. HUKUHARA (1967), H.T. BANK - M.Q. JACOBS (1970), M. MARTELLI - A. VIGNOLI (1974), H. METHLOUTHI (1977), S. GAUTIER (1979)). L'exposé de H. METHLOUTHI est une suite logique de ces études.

Une démarche similaire vient à l'esprit lorsqu'on considère un ensemble de domaines,

pas nécessairement convexes, suivant la ligne des travaux de I.I. DANILJUK (1972), F. MURAT et J. SIMON (1974), (1976), de J. CEA et de son équipe : D. CHENAIS (1975), A. DERVIEUX et B. PALMERIO (1975), B. ROUSSELET (1976), J.P. ZOLESIO (1976)... ) reflété ici par l'exposé de J.P. ZOLESIO.

L'essentiel des travaux précédents est lié à des problèmes d'optimisation (ou, plus exactement, d'extrémisation). En la matière, se débarrasser d'hypothèses de convexité est une tâche toute naturelle, entreprise par bien des chercheurs et il est hors de question de recenser toutes les tentatives, même en se restreignant à la France. Par voie de conséquence, presque toutes les conférences de ce colloque sont liées à des questions d'optimisation, et il faut renvoyer à chacune d'elles pour mieux la situer dans son contexte. On se contentera dans cette introduction de donner quelques lignes directrices en ce domaine. Bien des problèmes d'optimisation abstraits comme la minimisation de la distance d'un point donné à un point d'un fermé sont typiquement non-convexes comme le montrent les travaux de E. ASPLUND (1966), M. EDELSTEIN (1966), (1968), M.F. BIDAUT-VERON (1973), J. BARANGER (1973), J. BARANGER - R. TEMAM (1974), V. ZISLER (1973), I. EKELAND - G. LEBOURG (1976).

L'exposé de G. LEBOURG montre combien ces résultats sont liés à des questions de perturbation et de sensibilité. Ces questions ont reçu depuis longtemps une grande attention aussi bien dans le cadre de la programmation linéaire ou convexe que dans le cadre de la programmation non-convexe : voir par exemple A. AUSLENDER (1979), E.J. BALDER (1977), J. BARANGER - R. TEMAM (1974), (1975), V.V. BERESNEV - B.N. PSENICNYI (1974), D.P. BERTSEKAS (1973), J.A. BURNS (1975), G. DANTZIG - J. FOLKMAN - N. SHAPIRO (1967), I. EKELAND - G. LEBOURG (1976), J.P. EVANS - J.F. GOULD (1970), A.V. FIACCO (1976), J. GAUVIN - J.W. TOLLE (1977), J.S. GIBSON - L.G. CLARK (1977), H.J. GREENBERG - W.P. PIERSKALLA (1975), D.J. HARTFIELD - G.L. CURRY (1974), R. JANIN (1974) (1976), E.S. LEVITIN (1974), A. LEW (1975), D.H. MARTIN (1975), D.W. PETERSON (1974), T. RADER (1973), S.M. ROBINSON - D.H. DAY (1974), S.M. ROBINSON (1975), M.R. SERTEL (1975), A.D. SOLOMON (1975).

On sait que les questions de perturbation peuvent être abordées à l'aide d'un la-grangien et que les théorèmes de minimax peuvent alors intervenir. Ces résultats de minimax ou minisup dûs à H. BREZIS - L. NIRENBERG - G. STAMPACCHIA (1972), KY FAN, J. Von NEUMANN, M. SION, ont été généralisés par D.G. BOURGIN (1973), et HOANG TUY (1976) à des situations non convexes en utilisant des méthodes topologiques.

L'extension à un cadre non-convexe de la théorie de la dualité dont on connaît le

succès en optimisation convexe (cf. par exemple R.T. ROCKAFELLAR (1970), I. EKELAND et R. TEMAM (1974)) a attiré des efforts comparables à l'enjeu : A.L. FRADKOV (1973), R.T. ROCKAFELLAR (1974), O.L. MANGASARIAN (1975), D.G. MAHAJAN - M.N. VARTAK (1977), E.J. BALDER (1977), J. TOLAND (1978).

L'idée de la relaxation consiste à associer à un problème non-convexe un problème apparenté et plus simple à traiter, puis d'examiner les rapports entre les deux problèmes. Le livre de I. EKELAND et R. TEMAM (1974) constitue la meilleure référence pour ces questions (cf. aussi E.J. Mc SHANE (1967), J. WARGA (1962), F.H. CLARKE (1975)).

On retrouve une idée apparentée dans l'étude des trajectoires des équations différentielles multivoques : comparer l'ensemble des trajectoires de  $\dot{x}(t) \in F(t, x(t))$  avec celui de l'ensemble des trajectoires de  $\dot{x}(t) \in c(F(t, x(t)))$  où  $c$  désigne l'enveloppe convexe. A ce sujet quelques références appropriées pourront être trouvées dans la liste suivante et les bibliographies des articles cités : A.A. ANTOZIEWICZ - A. CELLINA (1975), J.P. AUBIN - F. CLARKE (1976), A.F. FILIPPOV (1967), (1971), H. HERMES (1969), (1970), T.J. KACZYNSKI, C. OLECH (1974), C. LOBRY (1972), G. PIANIGIANI (1977), A. PLIS (1963), A.M. ROUS (1971), P.P. VARAIYA (1967), J. WARGA (1962). L'exposé de R. SENTIS concerne des questions connexes.

C'est avec les problèmes de calcul des variations que l'étude des problèmes non-convexes connaît son plus grand épanouissement. Les aspects géométriques du calcul des variations sont par eux-mêmes non linéaires et non-convexes et trouvent leur cadre approprié dans les variétés. Les conférences de P. ANTOINE qui traite du lemme du Morse, de I. EKELAND qui apporte des vues nouvelles sur la transformation de Legendre, de J. TOLAND qui se penche sur la dualité ressortent peu ou prou de ces aspects.

La question cruciale de l'existence de solutions pour un problème de calcul des variations est notamment abordée ici dans les exposés de G. AUBERT, A. FOUGERES, C. JOURON. Quelques références parmi les plus représentatives de l'étude des conditions d'existence sont L.D. BERKOVITZ (1974), L. CESARI (1974), A.D. IOFFE (1977), C.B. MORREY (1966), C. OLECH (1969), (1975), (1976), R.T. ROCKAFELLAR (1975). L'exposé de F. MURAT se rattache à ces conditions suffisantes d'existence via la méthode directe ainsi que les travaux de J.M. BALL (1977), C.B. MORREY (1966), E. SILVERMAN (1973) qui montrent le lien avec des formes de convexité intervenant classiquement dans les conditions nécessaires du calcul des variations avec la condition de Legendre-Hadamard. Les conditions nécessaires du premier ordre sont étudiées par

L. THIBAUT en suivant la ligne des travaux de H. BERLIOCCI - J.M. LASRY (1973), F. CLARKE (1976).

Son approche utilise le gradient généralisé (qu'il me semble préférable d'appeler péri-différentiel) introduit par F.H. CLARKE (1975) et généralisé par G. LEBOURG (1975) et L. THIBAUT (1976). Une autre approche serait sans doute possible avec l'un des sous-différentiels introduits par M.S. BAZARAA, J.J. GOODE, M.Z. NASHED (1974), J.P. PENOT (1974). L'enjeu a suscité bien d'autres tentatives (R. JANIN (1974), B.N. PSCHENICHYI (1971), P. MICHEL (1973), (1974), R. PALLU de La BARRIERE (1974), H. HALKIN (1976), J. WARGA (1976)...). Il ne s'agit de rien de moins que de tenter d'englober à la fois le calcul différentiel classique et ses applications (cf. par exemple H. MASSAM, S. ZLOBEC (1974)) et le calcul sous-différentiel de l'analyse convexe. Une étude lucide de l'application des cônes tangents et des sous-différentiels à la programmation mathématique est menée dans l'exposé de J.B. HIRIART-URRUTY (cf. aussi J.B. HIRIART-URRUTY (1976), (1976)). Une application aux problèmes d'identification de domaines est décrite dans la conférence de J.P. ZOLE-SIO (cf. aussi J.P. ZOLE-SIO (1976), (1979)).

L'économie mathématique tire d'ores et déjà un grand profit des techniques d'analyse convexe et non-convexe : le lecteur en aura une idée avec J.P. AUBIN (1976), R.J. AUMANN - M. PERLES (1965), G. CHICHILNISKY (1977), B. CORNET - J.M. LASRY (1976), E. DIERKER (1974), W. HILDENBRAND et al (1973), A.MAS COLELL (1979)...

Les mathématiciens pour lesquels la pierre de touche de l'intérêt d'une théorie réside en la possibilité d'en tirer des traitements numériques trouveront dans Y. CHERRUAULT (1970), D.P. BERTSEKAS - K.S. MITTER (1971), (1973), L. COLLATZ (1974), C. LEMARECHAL (1974), M.L. BALINSKI - P. WOLFE (1975), D.P. BERTSEKAS (1975), A. AUSLENDER (1977), A.A. GOLDSTEIN (1977), J.P. PENOT (1978) matière à fonder leur jugement.

Les autres trouveront, je l'espère, à satisfaire leurs goûts dans les rédactions des conférences de ce colloque. S'ils trouvent un goût de "revenez-y" à ces textes, les références qui suivent s'avéreront peut être utiles. Elles sont volontairement incomplètes : il m'a semblé préférable de donner un échantillonnage qui représente assez bien une tendance ou une direction de recherche plutôt que des listes complètes, listes que le lecteur pourra reconstituer en remontant les bibliographies des travaux cités. Mais elles sont certainement aussi involontairement très incomplètes ! Que les auteurs oubliés veuillent bien me le pardonner.

*Pour terminer, je voudrais remercier les collègues qui ont permis que ce colloque ait lieu et ceux qui ont aidé à sa réalisation. Ma gratitude va aussi à Mesdemoiselles Bernadette ABEL, Nadine TOULET, Françoise RODRIGUEZ qui ont assuré l'accueil et/ou dactylographié ces actes avec patience et bonne humeur.*

- J.C. AGGERI : Isomorphisme d'un cône convexe abstrait à un cône fonctionnel. J. Math. Pures et Appl. 52 (4) (1973) 443-451.
- S. ALEXANDER - R.L. BISHOP (1974) : Convex supporting domains on spheres. Illinois J. Math. 18 , 37-47.
- T.S. ANGEL (1976) : Existence of optimal control without convexity and a Bang-Bang theorem for linear Volterra equations. J. Optim. Th. and Appl. 19 (1),63-79.
- P. ANTOINE (1976) : Conditions pour un minimum local d'une fonction différentiable. Pub. U.E.R. Math. Univ. Lille I N° 97.
- P. ANTOINE - F. Van ISEGHEM (1976) : Conditions nécessaires et conditions suffisantes pour un minimum local d'une fonctionnelle. C.R. Acad. Sc. Paris 282 , 523-526.
- A.A. ANTOZIEWICZ - A. CELLINA (1975) : Continuous selections and differential relations. J. Diff. Eq. 19 , 386-398.
- K.J. ARROW - A. ENTHOVEN (1961) : Quasiconcave programming. Econometrica. 29 , 779-800.
- E. ASPLUND (1966 ) : Farthest points in reflexive locally uniformly rotund Banach spaces. Israel J. Math. 4 , 213-216.
- J-P. AUBIN (1974) : Analyse convexe et ses applications. Comptes-rendus, Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems n° 102, Springer-Verlag.
- J-P. AUBIN (1979) : Mathematical methods of game and economic theory. North Holland, Amsterdam.
- J-P. AUBIN - F. CLARKE (1976) : Monotone trajectories of non-convex multivalued dynamical systems. MRC Tech. Report. Univ. of Wisconsin, Madison.
- J-P. AUBIN - I. EKELAND (1976) : Estimates of the duality gap in nonconvex optimization. Math. of Operations Research 1 , 225-245.
- R.J. AUMANN - M. PERLES (1965) : A variational problem arising in economics. J. Math. Anal. Appl. 11 , 488-503.
- A. AUSLENDER (1976) : Convex analysis and its applications. Proceedings Conf. Murat le Quaire. Lecture Notes in Economics and Mathematical systems n°144.
- A. AUSLENDER (1977) : Minimisation sans contraintes de fonctions localement lipschitziennes : application à la programmation mi-convexe, mi-différentiable. C.R. Acad. Sc. Paris 284 A 959-961.
- A. AUSLENDER (1979) : Differentiable stability in non convex and non differentiable programming. Math. Programming, Study 10, 29-41.



- J. BAIR (1975) : Separation of two convex sets in convexity spaces and in straight line spaces. *J. Math. Anal. Appl.* 49 (3) 696-704.
- E.J. BALDER (1977) : An extension of duality-stability relations to non-convex optimization problems. *SIAM J. control* 15 (2) 329-343.
- M.L. BALINSKI - P. WOLFE (1975) : Nondifferential optimization. *Math. Programming Study* n°3, North Holland.
- J.M. BALL (1977) : Convexity conditions and existence theorems in nonlinear elasticity. *Arch. Rat. Mech. Anal.* 63 (4) 337-403.
- M.T. BANKS - M.Q. JACOBS (1970) : A differential calculus for multifunctions. *J. Math. Anal. Appl.* 29 , 246-272.
- J. BARANGER (1973) : Quelques résultats en optimisation non-convexe. Thèse, Grenoble et *J. Math. Pures et Appl.* 52 (4), 377-405.
- J. BARANGER - R. TEMAM (1974) : Problèmes d'optimisation non convexes dépendants d'un paramètre II, Analyse convexe et ses applications. *Lecture - Notes in Economics and Math. Systems*, N° 102, Springer-Verlag.
- J. BARANGER - R. TEMAM (1975) : Non convex optimization problems depending on a parameter. *SIAM J. Control* 13 (1) 146-152.
- M.S. BAZARAA (1973) : Geometry and resolution of duality gaps. *Naval Res. Logistic Quarterly* 20 (2), 357-366.
- G. BEER (1979) : Recession cones of non convex sets and increasing functions. *Proc. Amer. Math. Soc.* 73 (2), 228-232.
- A. BEN TAL (1977) : On generalized means and generalized convex functions. *J. Optim. Th. and Appl.* 21 (1) 1-14.
- V.V. BERESNEF - B.N. PSENICNYI (1974) : The differential properties of minimum functions *Z. Vycisl. Mat. i. Mat. Fiz.* 14 (1974) 639-651, 812 MR 50 # 1735.
- L.D. BERKOVITZ (1974) : Lower semi-continuity of integral functionals. *Trans. Amer. Math. Soc.* 192 , 51-58.
- H. BERLIOCCI - J.M. LASRY (1973) : Principe de Pontryagin pour des systèmes régis par une équation différentielle multivoque. *C.R. Acad. Sci. Paris*, 277 A 1103 - 1105.
- H. BERLIOCCI - J.M. LASRY (1974) : Principe de Pontryagin pour des systèmes régis par une équation différentielle multivoque. *Publications Math. de l'Univ. de Bordeaux* (1973-74) fasc. n°2, 25-41.
- D.P. BERTSEKAS - S.K. MITTER (1971) : Steepest descent for optimization problems with non differentiable cost functionals. in *Proc. 5 th. annual Princeton Conf. on information and system sciences.*
- D.P. BERTSEKAS - S.K. MITTER (1973) : A descent numerical method for optimization problems with non differentiable cost functionals. *SIAM J. Control* 11 (4) , 637-651.
- D.P. BERTSEKAS (1975) : Non differentiable optimization via approximation. *Math. Progr. Study* 3 1-25.

- M.F. BIDAUT-VERON (1973) : Théorèmes d'existence et d'existence "en général" d'un contrôle optimal pour des systèmes régis par des équations aux dérivées partielles non linéaires. Thèse, Paris.
- R.L. BISHOP (1969) : Manifolds of negative curvature. Trans. Amer. Math. Soc. 145 1-49.
- F.S. de BLASI (1976) : On the differentiability of multifunctions. Pacific. J. Math. 66 , 67-81.
- L.M. BLUMENTHAL (1953) : Theory and applications of distance geometry. The Clarendon Press, Oxford.
- V.G. BOLTYANSKII (1975) : The method of tents in the theory of extremal problems Russian Math. Surveys. 30 (3) 1-54.
- J. BORWEIN (1977) : Weak local supportability and application to approximation (preprint) Dalhousie Univ. Halifax.
- D.G. BOURGIN (1973) : Fixed point and min-max theorems. Pacific J. Math. 45 (2) 403-412.
- H. BREZIS - L. NIRENBERG - S. STAMPACCHIA (1972) : A remark on Ky Fan's minimax principle. Bull. Un. Mat. Ital. 6 (4) , 293-300.
- F.E. BROWDER (1967) : A new generalization of the Schauder fixed point theorem. Math. Ann. 174 (1967) 285-290.
- F.E. BROWDER (1973) : Normal solvability for nonlinear mappings into Banach spaces Bull. Amer. Math. Soc. 79 , 328-350.
- R.F. BROWN (1971) : The Lefschetz fixed point theorem. Scott, Foresman and C<sup>o</sup> , Glenview, Illinois .
- Yu. D. BURAGO - V.A. ZALGALLER (1977) : Convex sets in Riemannian spaces of non-negative curvature. Russian Math. Surveys 32 (3), 1-57.
- V.W. BRYANT - R.J. WEBSTER (1972) : Convexity spaces I . Basic properties. J. Math. Anal. Appl. 37 - 206-213, idem II Separation 43 (1973) 321-327, idem III Dimension 57 (2) (1977) 382-392.
- C. CASTAING - M. VALADIER (1977) : Convex analysis and measurable multifunctions. Lectures Notes in Math n° 580. Springer Verlag. New-York.
- L. CESARI (1974) : An existence theorem without convexity conditions. SIAM J. Control 12 (2) 319-331.
- D. CHENAIS (1975) : On the existence of a solution in a domain identification problem. J. Math. Analysis Appl. 52 (2) 189-219.
- D. CHENAIS (1975) : Un ensemble de variétés à bord lipschitziennes dans  $\mathbb{R}^n$  : compacité, théorème de prolongement dans certains espaces de Sobolev. C.R. Acad. Sc. Paris 280 A 1145-1147.
- Y. CHERRUAULT (1970) : Minimisation de fonctionnelles non convexes. Rend. Mat. VI série 3 (1971) 777-785, MR 44 # 7715.
- G. CHICHILNISKY (1977) : Nonlinear functional analysis and optimal economic growth

- J. Math. Anal. Appl. 61 (2) 504-520.
- F.H. CLARKE (1975) : Generalized gradients and applications. Trans. Amer. Math. Soc. 205 , 247-262.
- F.H. CLARKE (1975) : The Euler-Lagrange Differential inclusion. J. Diff. Eq. 19 , 80-90.
- F.H. CLARKE (1975) : Admissible relaxation in variational and control problems. J. Math. Anal. and Appl. 51 , 557-576.
- F.H. CLARKE (1976) : Optimal solutions to differential inclusions. J. Optim. Th. Appl. 19 (3) 469-478.
- F.H. CLARKE (1976) : A new approach to Lagrange multipliers. Math. Operations Research 1 , 165-174.
- F.H. CLARKE (1977) : Multiple integrals of Lipschitz functions in the calculus of variations. Proc. Amer. Math. Soc. 64 (2) 260-264.
- L. COLLATZ (1974) : Different applications of convex and non convex optimization, especially to differential equations, in "Spectral theory and differential equations". W.N. Everitt ed. Lectures Notes in Math. n° 448, p.112-125.
- B. CORNET - J.M. LASRY (1976) : Un théorème de surjectivité pour une procédure de planification. C.R. Acad. Sc. Paris 282 (23) A 1375-1378.
- J.P. CROUZEIX (1976) : Conjugacy in quasi-convex analysis. Proceedings conference Murat le Quaire. Lectures Notes in Economics and Math. Syst. n° 144.
- J.P. CROUZEIX (1977) : Contribution à l'étude des fonctions quasiconvexes. Thèse, Univ. Clermont-Ferrand II .
- J.P. CROUZEIX (1976) : Dualité quasi-convexe. Séminaire d'analyse numérique, Univ. de Clermont.
- J.W. DANIEL (1971) : The approximate minimization of functionals. Prentice Hall, Englewood Cliffs N.Y.
- I.I. DANILJUK (1972) : On integral functionals with a variable domain of integration. Proc. Steklov Inst. Math. 118 , Amer. Math. Soc. Providence (1976).
- L. DANZER, B. GRUNBAUM, V. KLEE (1963) : Helly's theorem and its relatives. Proc. Symp. Pure Math. 7 , 101-180. Amer. Math. Soc. Providence.
- G. DANTZIG - J. FOLKMAN - N. SHAPIRO (1967) : On the continuity of the minimum set of continuous fonctions. Journ. Math. Anal. Appl. 17 , 519-548.
- A. DELEANU (1959) : Théorie des points fixes sur les rétractes de voisinage des espaces convexoïdes. Bull. Soc. Math. France 87 , 235-243.
- E. DIERKER (1974) : Topological methods in Walrasian economics. Lect. Notes in Economics n°92 , Springer Verlag, Berlin.
- J. DIESTEL - J.J. UHL (1977) : Vector measures. Math. Survey n°15, Amer. Math. Soc., Providence, Rhode Island.

- F. DI GUGLIELMO (1976) : Estimates of the duality gap for discrete optimization, Séminaire Analyse convexe, Montpellier 3-1, 3-27 et C.R. Acad. Sc. Paris 282 , 883-886.
- S. DOLECKI, S. KURCYUSZ (1976) : Convexité généralisée et optimisation. C.R. Acad. Sci. Paris 238 , A 91-94.
- S. DOLECKI, S. KURCYUSZ (1978) : On  $\phi$ -convexity in extremal problems. SIAM J. Control and Opt. 16 (2) 277-300.
- S. DUBUC (1960) : Topological convex spaces. Ph. D. THESIS, Cornell Univ. N.Y.
- M. EDELSTEIN (1966) : Farthest points of sets in uniformly convex Banach spaces. J. London Math. Soc. 43 , 375-377.
- J. EISENFELD - V. LAKSHMIKANTHAM (1976) : On a measure of non convexity and applications. Technical report n° 26. Univ. of Texas at Arlington. The Yokohama Math. J. 24 (1-2), 133-140.
- I. EKELAND (1974) : On the variational principle. J. Math. Anal. and Appl. 47 (2); 324-353.
- I. EKELAND (1979) : Nonconvex minimization problems. Bull. Amer. Math. Soc. (new series) 1 (3) 443-474.
- I. EKELAND - G. LEBOURG (1975) : Sous gradients approchés et applications. C.R. Acad. Sc. Paris 281 A 219-222.
- I. EKELAND - G. LEBOURG (1976) : Generic Frechet differentiability and perturbed optimization problems in Banach spaces. Trans. Amer. Math. Soc. 224 (2) 193-216.
- I. EKELAND - R. TEMAM (1974) : Analyse convexe et problèmes variationnels. Dunod-Gauthier-Villars, Paris. Edité en anglais par North Holland avec un appendice.
- I. EKELAND - M. VALADIER (1971) : Représentation of set-valued mappings. J. Math. Anal. Appl. 35 , 621-629.
- J.P. EVANS - F.J. GOULD (1970) : Stability in nonlinear programming. Operation Research 18 , 107-118.
- K. FAN (1953) : Minimax theorems. Proc. Nat. Acad. Sci. 39 , 42-47.
- A.V. FIACCO (1976) : Sensitivity analysis for nonlinear programming using penalty methods. Math. Program. 10 287-311.
- F. FICHEUX - G.S. RUBINSTEIN (1975) : Préordres quasi-convexes (en russe) Optimizacija 16 (33) , 127-146, Zentralblatt 46012 N 327.
- A.F. FILIPPOV (1967) : Classical solutions of differential equations with multivalued right hand side. SIAM J. Control 5 , 609-621.
- A.F. FILIPPOV (1971) : On the existence of solutions of multivalued differential equations. Math. Zametki 10 , 307-313.
- A.L. FRADKOV (1976) : Duality theorems for certain non convex extremal problems Siberian Math J. 14 (2); 247-263.

- S. GAUTIER (1979) : Différentiabilité des multiapplications. Publications Math. de Pau .
- J. GAUVIN - J.W. TOLLE (1977) : Differential stability in nonlinear programming. SIAM J. Control 15 (2), 294-311.
- J.S. GIBSON - I.G. CLARK (1977) : Sensitivity analysis for a class of evolution equations. J. Math. Anal. Appl. 58 (1), 22-31.
- C. GODET - THOBIE (1975) : Multimesures et multimesures de transition. Thèse, Montpellier.
- A.A. GOLDSTEIN (1977) : Optimization of Lipschitz continuous functions. Math. Programming 13 (1) 38-48.
- G.S. GOODMAN - J. HOFFMANN - JØRGENSEN (1969) : Support functions and the function space embedding of infinite dimensional convex sets. Core discussion Papers, Louvain.
- W.B. GORDON (1971) : A theorem on the existence of periodic solutions to Hamiltonian systems with convex potential. J. Diff. Eq. 10 (2), 324-335.
- W.B. GORDON (1972) : Convex functions and harmonic maps. Proc. Amer. Math. Soc. 33 (2) 433-437.
- W.B. GORDON (1974) : The existence of geodesics joining two given points. J. Diff. Geom. 9 , 443-450.
- M.J. GREENBERG - W.P. PIERSKALLA (1975) : Stability theorems for infinitely constrained mathematical programs. J. Optim.Th.Appl.16 (5/6)409-428.
- D. GROMOLL (1970) : Manifolds of non negative curvature. Actes Congrès Intern. Math. t.2, 177-180. Nice.
- R. GUESNERIE (1969) : Optimum de Pareto et ensembles de production non convexes. Bull. Math. Economiques 2 , 31-60.
- J.GWINNER (1977) : Closed images of convex multivalued mappings in linear topological spaces with applications. J. Math. Anal. Appl. 60 , 75-86.
- H. HALKIN (1976) : Mathematical programming without differentiability. In "Calculus of variations and control theory", edited by D.L. Russel, Academic Press.
- B. HALPERN - G. BERGMAN (1968) : A fixed point theorem for inward and outward maps. Trans. Amer. Math. Soc. 130 , 353-358.
- B. HALPERN (1970) : Fixed point theorems for set-valued maps in infinite dimensional spaces. Math. Ann. 189 , 87-98.
- D.J. HARTFIELD, G.L. CURRY (1974) : Concerning the solution vector for parameter programming problems. SIAM J. Appl. Math. 26 , 294-296. MR 48 # 10503.
- H. HERMES (1969) : Existence and properties of solutions of  $\dot{x} \in R(t,x)$ . SIAM, Study Applied Math 5 , 188-193.
- H. HERMES (1970) : The generalized differential equation  $\dot{x} \in R(t,x)$ . Advances in Math. 4 , 149-169.

- W. HILDENBRAND, D. SCHMEIDLER, S. ZAMIR (1973) : Existence of approximate equilibria and cores *Econometrica* 41 (1973) 1159-1166.
- J.B. HIRIART-URRUTY (1976) : Gradients généralisés de fonctions marginales. C.R. Acad. Sci. Paris 283, 333-335., *SIAM J. Control Opt.* 16 (2) (1978) 301-316.
- J.B. HIRIART-URRUTY (1978) : Conditions nécessaires d'optimalité pour un programme stochastique avec recours. *SIAM J. Control and Opt.* 16 (2) 317-329.
- HOANG TUY (1974) : On an axiomatic for extremal problems and first order necessary conditions. *Soviet Math. Dokl.* 15 (3) 978-983.
- HOANG TUY (1974) : On a general minimax principle. *Soviet Math. Doklady* 15 (6) 1689-1693.
- L. HORMANDER (1954) : Sur la fonction d'appui des ensembles convexes dans un espace localement convexe. *Ark. Mat.* 3, 181-186. MR 16-720.
- R.E. HUFF - P.D. MORRIS (1976) : Geometric characterization of the Radon-Nikodym property in Banach spaces. *Studia Math.* 56 (2) 157-164.
- M. HUKUHARA (1967) : Intégration des applications mesurables dont la valeur est un compact convexe. *Funk. Ekvac.* 10, 205-223.
- F.N. HUGGINS (1977) : Bounded slope variation and generalized convexity. *Proc. AMS* 65 (1), 65-69.
- A.D. IOFFE (1977) : Sur la semi-continuité des fonctionnelles intégrales. C.R. Acad. Sc. Paris 284, 807-809.
- A.D. IOFFE (1977) : On lower semi-continuity of integral functionals I, II, *SIAM J. Control Opt.* 15 (4) 521-538, 15 (6), 991-1001.
- R. JANIN (1974) : Sur la dualité et la sensibilité dans les problèmes de programmation mathématique. Thèse, Paris et *J. Math. Anal. & Appl.* 60(3) (1977) 631-657.
- R. JANIN (1976) : Sensitivity for non convex optimization problems in convex analysis and its applications. *Lectures notes in Economics and Math. Systems.* n° 144, Springer Verlag.
- C. JOURON (1975) : Etude des conditions nécessaires d'optimalité pour un problème d'optimisation non convexe. C.R. Acad. Sc. Paris 281 (23), 1031-1034.
- H. KACZINSKI - C. OLECH (1974) : Existence of solutions of orientor fields with nonconvex right hand side, *Ann. Polon. Math.* 29, 61-66.
- W. KECS (1974) : On a certain generalization of Legendre's condition in the calculus of variations to integrals depending on higher order derivatives. *Studia. Cerc. Math.* 26, 32-52 MR 50 # 14418.
- W.A. KIRK (1976) : Caristi's fixed point theorem and metric convexity (preprint).
- V. KLEE (1951) : Convex sets in linear spaces *Duke Math. J.* 18, 443-466.
- H. KNESER (1952) : Convexe Raume, *Archiv. der Math.* 3, 198-206.
- G. KNOWLES (1977) : Some remarks on infinite dimensional nonlinear control without convexity. *SIAM J. Control and Optim.* 15 (5), 830-840.

- J.M. LASRY (1975) : Communication personnelle.
- J.M. LASRY (1976) : Structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle multivoque. Conséquences. Journées de contrôle, Metz, mai 76.
- J.M. LASRY - R. ROBERT (1976) : Analyse non linéaire multivoque. Cahiers de Math. de la décision Univ. Paris IX. n° 7611.
- M. LASSAK (1977) : On metric B-convexity for which diameters of any set and its hull are equal. Bull. Acad. Pol. Sc. 25 (10), 969-975.
- G. LEBOURG (1975) : Valeur moyenne pour gradient généralisé. C.R. Acad. Sc. Paris; 281, 795-797.
- G. LEBOURG (1977) : Generic differentiability of Lipschitzian functions. Cahiers de Math. de la décision. Univ. Paris Dauphine, n° 7704.
- J. LERAY (1945) : Sur la forme des espaces topologiques et sur les points fixes des représentations. J. Math. Pures Appl. 24, 95-167.
- J. LERAY (1959) : Théorie des points fixes, indice total et nombre de Lefschetz. Bull. Soc. Math. de France 87, 221-233.
- P. LEVINE, J.C. POMEROL (1976) : C- Closed mappings and Kuhn-Tucker vectors in convex programming. Core Discussion paper n° 7620. Louvain.
- P. LEVINE, J.C. POMEROL (1978) : Quelques extensions des théorèmes "inf-sup", C.R. Acad. Sci. Paris 287, A 565-567.
- E.S. LEVITIN (1974) : The differential properties of the optimal value of parametric mathematical programming problems. Soviet Math. Dokl. 15, 603-608. MR 50 # 1086.
- C. LEMARECHAL (1975) : Note on an extension of Davidon's method to non-differentiable functions. Math. Progr. Study 3, 110-126.
- A. LEW (1975) : Stability, prediction-correction and dynamic programming. J. Optim. Th. and Appl. 17 (314), 229-238.
- C. LOBRY (1972) : Aspects qualitatifs de la théorie des équations différentielles multivoques. Séminaire Math. Appl. Bordeaux, exp. n°3, Publications Univ. Bordeaux 72-73.
- D.G. MAHAJAN, M.N. VARTAK (1977) : Generalization of some duality theorems in nonlinear programming. Math. Programm. 12 (3) 392-405.
- C. MALIVERT (1977) : Optimisation sur une variété anguleuse ou un fermé non convexe. Thèse 3ème cycle, Pau.
- O.L. MANGASARIAN (1965) : Pseudo-convex functions. J. SIAM Control 3, 281-290.
- O.L. MANGASARIAN (1969) : Nonlinear programming. Mc Graw Hill, New-York.
- O.L. MANGASARIAN (1975) : Second and higher order duality in nonlinear programming. J. Math. Anal. Appl. 51 (3), 557-576.
- M. MARTELLI - A. VIGNOLI (1974) : On differentiability of multivalued maps. Bull. Un. Math. Ital. (4) 10, 701-702.

- D.H. MARTIN (1975) : On the continuity of the maximum in parametric linear programming. *J. Optim. Th. and Appl.* 17 (3/4) 205-210.
- R.H. MARTIN Jr (1976): *Nonlinear operators and differential equations in Banach spaces.* Wiley-Interscience, New-York.
- A. MAS COLELL (1979) : A selection theorem for open graph correspondances with star-shaped valued. *J. Math. Anal. Appl.* 68 (1), 273-275.
- H. MASSAM - S. ZLOBEC (1974) : Various definitions of the derivative in mathematical programming, *Math. Pro.* 7 (2), 144-161.
- E. MAZET (1974) : *Problèmes relatifs aux applications harmoniques.* Thèse, Paris.
- K. MENGER (1928) : Untersuchungen über allgemeine Metrik. *Math. Annalen* 100, 75-163.
- P. MEREAU - P.G. PAQUET (1973) : The use of pseudo-convexity and quasi convexity in sufficient conditions for global constrained extrema. *Int. J. Control* (1) (18) 831-838 MR 48 # 10505.
- P. MICHEL (1973) : Problème des inégalités. Application à la programmation et au contrôle optimal. *Bull. Soc. Math. de France* 101, 413-439.
- M. MICHEL (1974) : Problèmes des inégalités et application à la programmation dans le cas où l'espace d'arrivée est de dimension finie. *C.R. Acad. Sc. Paris* 278, 339-391.
- S. MITETELU (1976) : Kuhn-Tucker conditions for non-linear programming with quasi-convex constraints. *Revue Roum. Math. Pures Appl.* 21 (7) 903-909.
- J.J. MOREAU (1963) : Fonctions à valeurs dans  $[-\infty, +\infty]$  ; notions algébriques, Faculté des Sciences de Montpellier, séminaires de Math. (multigraphié).
- C.B. MORREY (1966) : *Multiple integrals in the calculus of variations.* Springer-Verlag, New-York.
- F. MURAT - J. SIMON (1974) : Quelques résultats sur le contrôle par un domaine géométrique. *Laboratoire d'analyse numérique. Univ. Paris VI.*
- F. MURAT - J. SIMON (1976) : Sur le contrôle par un domaine géométrique. *Laboratoire d'analyse numérique. Univ. Paris VI.*
- D. NETZER - U. PASSY (1975) : A note on the maximum of quasi-concave functions. *J. Optim. Th. and Appl.* 16 (5/6) 565-570.
- C. OLECH (1975) : Existence theory in optimal control problems. The underlying ideas. *Proc. Intern. Conf. in differential Equations. Los Angeles (1974)* Academic Press, N.Y.
- C. OLECH (1976) : Weak lower semi-continuity of integral functionals. *J. Optim. Th. and Appl.* 19 (1) 3-17.
- C. OLECH (1969) : Existence theorems for optimal control problems involving multiple integrals. *J. Diff. Eq.* 6, 512-526 MR 39 # 7488.
- C. OLECH (1975) : Existence of solutions of nonconvex orientor fields. *Boll. Univ. Mat. Ital.* 11 (4) fasc.3 suppl.189-197.



- R. PALLU de la BARRIERE (1974) : Fonctions sous-linéarisables et principe de Pontryagin, Publications Math. Univ. de Bordeaux I (1973 - 1974) (3), 65-72.
- B. PALMERIO - A. DERVIAUX (1974) : Identification de domaines et problèmes de frontière libre. Thèse 3ème cycle. Nice.
- B. PALMERIO - A. DERVIAUX (1975) : Une formule de Hadamard dans des problèmes d'identification de domaine . C.R. Acad. Sc. Paris 280 A , 1697-1700 .
- T. PARTHASARATHY , T.E.S. RAGHAVAN (1971) : Some topics in two-person games, Amer. Elsevier, New-York.
- J.P. PENOT (1974) : Sous-différentiels de fonctions numériques non convexes. C.R. Acad. Sc. Paris 278 A 1553-1555.
- J.P. PENOT (1974) : Calcul sous-différentiel et optimisation. Publications Math. Univ. de Pau II 1-40 et J. Functional Analysis, 27 (2) (1978) 248-276.
- J.P. PENOT (1978) : Utilisation des sous-différentiels généralisés en optimisation. 1er colloque AFCET - S.M.F. tome 3, 69-85.
- J.P. PENOT (1979) : The use of generalized subdifferential calculus in optimization theory. Third Symp. on Operations Research, Mannheim (1978), Verlag Athenaüm, Hain, Scriptor, Hanstein.
- D.W. PETERSON (1974) : On sensitivity in optimal control problems. J. Optim. Th. and Appl. 13 (1), 56-73.
- G. PIANIGIANI (1977) : On the fundamental theory of multivalued differential equations. J. Diff. Equat. 25 (I), 30-38.
- A. PLIS (1963) : Trajectories and quasi trajectories of an orientor field. Bull. Acad. Polon. Sci. Mat. Astronom. Phys. 11 , 369-370.
- P. PUCCI (1977) : Sulla determinazione di tutte le soluzioni di un campo di orientori non convesso. Boll. Un. Mat. Ital. 14 (5) B - 393-401.
- J. PONSTEIN (1967) : Seven kinds of convexity. SIAM Review 9 (1), 115-119.
- B.N. PSHENICHNYI (1971) : Necessary conditions for an extremum. Pure and Applied Math. Marcel Dekker, New-York.
- T. RADER (1973) : Absolutely continuous constrained maximizers. J. Optim. Th. and Appl. 12 (2), 107-128.
- H. RADSTROM (1952) : An embedding theorem for spaces of convex sets. Proc. Amer. Math. Soc. 3 , 165-169.
- C. RAFFIN (1970) : Sur les programmes convexes définis dans des espaces vectoriels topologiques. Annales Inst. Fourier 20 (1), 457-491.
- S. REICH (1977) : Approximate selections, best approximations, fixed points and invariant sets (preprint).
- A.W. ROBERTS - D.E. VARBERG (1973) : Convex functions. Academic Press, New-York.
- A.W. ROBERTS - D.E. VARBERG (1969) : Functions of bounded convexity, Bull. Amer. Math. Soc. 75 , 568-572.

- S.M. ROBINSON (1975) : A characterization of stability in linear programming. MRC Techn. Report n° 1542, Univ. of Wisconsin. Madison.
- S.M. ROBINSON - R.H. DAY (1974) : A sufficient condition for continuity of optimal sets in mathematical programming. J. Math. Anal. Appl. 45 , 506-511, MR 48 # 10518.
- R.T. ROCKAFELLAR (1970) : Convex analysis. Princeton Math. Series Princeton, Univ. Press. Princeton, New-York.
- R.T. ROCKAFELLAR (1974) : Augmented Lagrange multiplier functions and duality in non-convex programming. SIAM J. Control. 12 (2), 268-285.
- R.T. ROCKAFELLAR (1975) : Existence theorems for general control problems of Bolza and Lagrange. Advances in Math. 15 , 312-315.
- A.M. ROUS (1971) : Problèmes de relaxation pour les équations différentielles à commandes dans les espaces de Banach. D.E.A. Univ. Montpellier, Publication N° 102.
- B. ROUSSELET (1976) : Etude de la régularité de valeurs propres par rapport à des déformations bilipschitziennes du domaine géométrique. C.R. Acad. Sc. Paris 283 (7), 507-510.
- G.S. RUBINSTEIN (1973) : Caractérisation d'une classe de fonctions convexes. Optimizacija 9 (26), 165-180.
- J. SAINT-PIERRE (1974) : Somme d'un compact et d'un fermé localement compact dans un groupe topologique. Séminaire d'Analyse convexe, Montpellier, exposé N°17.
- S. SCHAIBLE (1977) : Second order characterization of pseudo-convex quadratic function. J. Optim. Th. Appl. 21 (1) 15-26.
- M.R. SERTEL (1975) : The fundamental continuity theory of optimization on a compact space I. J. Optim. Th. and Appl. 16 (5/6) 549-558.
- E.J. Mc. SHANE (1967) : Relaxed controls and variational problems. SIAM J. Control 5 , 438-485.
- E. SILVERMAN (1973) : A necessary condition in the calculus of variations. Proc. Amer. Math. Soc. 37 462-464 MR 47 # 7555.
- E. SILVERMAN (1973) : Strong quasi-convexity. Pacific J. Math. 46 549-554 MR 48 # 9488.
- A.D. SOLOMON (1975) : On parameter dependance of the solution to an extremal problem. J. Optim. Th. and Appl. 17 (1/2), 163-168.
- J. STOER, C. WITZGALL (1970) : Convexity and optimization in finite dimensions I., Springer Verlag, Berlin.
- M.H. STONE (1949) : Postulates for the barycentric calculus. Annali. di. Mat. (4) 29, 25-30, MR 12,45.
- S. SZUFLA (1973) : Solutions sets of nonlinear equations. Bull. Acad. Pol.Sc. 21 (11) 971-976.
- S. SZUFLA (1977) : On the structure of solution sets of differential and integral equations in Banach Spaces. Annales Polon. Math. 34 , 165-177.

- S. TAGAWA (1974) : Generalized convexities of continuous functions and their application to mathematical programming. Bull. Math. Stat. 16 (1/2), 115-121.
- L. THIBAULT (1976) : Problème de Bolza dans un espace de Banach séparable. Séminaire d'analyse convexe de Montpellier et C.R. Acad. Sc. Paris 282 A 1303-1306.
- L. THIBAULT (1976) : Propriétés des sous-différentiels de fonctions localement lipschitziennes définies sur un espace de Banach séparable. Applications. Thèse 3ème cycle. Montpellier.
- L. THIBAULT : Subdifferentials of Compactly Lipschitzian Vector-Valued Functions (to appear in Ann. Mat. Pura Appl.).
- L. THIBAULT : Mathematical Programming and Optimal Control Problems Defined by Compactly Lipschitzian Mappings (to appear).
- J.P. TOLAND (1976) : A duality principle for non-convex optimization and the calculus of variations. Report n°77 Fluid Mech. Research Inst. Univ. of Essex.
- J.F. TOLAND (1977) : On the stability of rotating heavy chains idem n°82.
- J.F. TOLAND (1978) : Duality in nonconvex optimization. idem N° 78 et J. Math. Anal. Appl. 66 (2), 399-414.
- P.P. VARIAYA (1967) : On the trajectories of a differential system, in Mathematical theory of control, A.V. Balakrishnam, L.W. Neustadt, ed. Acad. Press, New-York. 115-128.
- G. VIDOSSICH (1971) : On the structure of the set of solutions of nonlinear equations. J. Math. Anal. Appl. 34, 502-617.
- J. WARGA (1962) : Relaxed variational problems. J. Math. Anal. Appl. 4 , 111-128.
- J. WARGA (1976) : Derivative containers, inverse functions and controllability in calculus of variations and control theory, edited by D.L. Russel, Academic Press, New-York.
- Ja.I. ZABOTIN (1973) : Conditions for the extremum of a functional in the presence of constraints. Kibernetika (Kiev) (6), 65-70 MR 50 # 1723.
- V. ZIRLER (1973) : On some extremal problems in Banach spaces. Math. Scand. 32, 214-224.
- J.P. ZOLESIO (1976) : An optimal design procedure for optimal control support. In Convex analysis and its applications, Lectures notes in economics and Math. systems n°144, p 207-219.
- J.P. ZOLESIO (1979) : Identification de domaines par déformations. Thèse, Nice.

PAU, juin 1977  
révisé juin 1979.

---