GÉRARD RAUZY

Fonctions entières et répartition modulo 1

Mémoires de la S. M. F., tome 37 (1974), p. 137-138

<http://www.numdam.org/item?id=MSMF_1974__37__137_0>

Journées arithmétiques [1973, Grenoble]
Bull. Soc. math. France,
Mémoire 37, 1974, p. 137-138

FONCTIONS ENTIERES ET REPARTITION MODULO 1

par

G. RAUZY

-:-:-:-

Le contenu de cet exposé doit paraître dans le bulletin de la Société Mathématique de France sous le titre "fonctions entières et répartition modulo 1 (suite)" ; aussi, n'en donnons nous ici qu'un résumé des résultats.

Désignons par E_α l'algèbre des fonctions entières f, prenant des valeurs réelles sur l'axe réel et telles que :

$$\overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{\operatorname{Log}\operatorname{Log} M(r)}{\operatorname{Log}\operatorname{Log} r} < \frac{\alpha}{\alpha-1}$$

où

$$M(r) = \sup_{|z|=r} |f(z)| \ , \ \alpha > 1 \ .$$

Le résultat principal est alors :

Si une fonction entière f *appartient à* E_5 *et n'est pas un polynôme, la suite* $(f(n))_{n\in\mathbb{N}}$ *est équirépartie modulo* 1 .

Ce résultat est à comparer avec le contre-exemple suivant :

Si $\alpha < 2$, *il existe une fonction entière* f *appartenant à* E_α *qui n'est pas un polynôme et telle que* $(f(n))_{n\in\mathbb{N}}$ *n'est pas équirépartie modulo* 1 .

Utilisant la stabilité de E_5 par les opérations $P\circ f$ et $f\circ P$ où P est un polynôme, on déduit du résultat principal les corollaires suivants :

COROLLAIRE 1. - (Mendès France) *Si* $f \in E_5$ *et si* f *n'est pas un polynôme, alors pour toute suite* $(m_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *à caractère presque-périodique, la suite* $(f(m_n))_{n\in\mathbb{N}}$ *est équirépartie modulo* 1.

COROLLAIRE 2. - *Si* $f \in E_5$ *et si* f *n'est pas un polynôme, alors pour tout* λ *réel non nul et tout entier* $s \geq 0$, *la suite* $(\lambda(f(n),\dots,f(n+s)))_{n\in\mathbb{N}}$ *de* $\mathbb{R}^{s+1}$ *est équirépartie modulo* $\mathbb{Z}^{s+1}$.

-:-:-:-

U.E.R. MARSEILLE LUMINY
70, route Léon Lachamp

13009 MARSEILLE