H. BROCARD

Sur l'enveloppe de la droite de Simpson

Bulletin de la S. M. F., tome 5 (1877), p. 18-19
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1877__5__18_1>

Sur l'enveloppe de la droite de Simpson; par M. H. Brocard.

(Séance du 29 novembre 1876.)

Le mode de démonstration que j'ai suivi dans ma première Communication à la Société mathématique, sur l'*enveloppe de la droite de Simpson* ou *ligne pédale* d'un triangle rectiligne, a suggéré à un de nos honorables collègues, M. Laquière, quelques remarques intéressantes que je me fais un plaisir de soumettre à la bienveillante attention de la Société.

Conservons les notations des deux *fig.* 3 et 4 qui accompagnent cet article dans le *Bulletin* (t. I, p. 225).

La démonstration repose sur la propriété de la droite DE de passer par le milieu I de MH.

Cette remarque étant faite, on observera que la rotation de UI est double de celle de IE et de sens inverse, de sorte que le théorème devient immédiat, comme cas particulier de l'un des théorèmes suivants, que leur énoncé suffit à rendre évidents :

Une droite mobile mn est définie par le mouvement d'un de ses points m et son orientation. Pour avoir le point t de son enveloppe, il suffit de projeter en c le centre C_1 *de courbure de la courbe* (m) *sur la droite mn et de prendre*

$$\frac{mt}{mc} = \frac{\omega'}{\omega},$$

ω' *et* ω *étant les vitesses angulaires d'orientation de la normale* mC_1 *et de la droite mn au point considéré.*

Remarques. — Les positions de la droite *mn* qui sont normales à la courbe (m) sont les tangentes aux points de rebroussement de l'enveloppe.

Les droites mn tangentes à la courbe (m) sont, aux mêmes points, tangentes aux sommets de l'enveloppe.

Corollaire. — Si les vitesses ω et ω' sont proportionnelles et que (m) soit une circonférence de rayon R, l'enveloppe de la droite sera une épicycloïde concentrique à la circonférence (m) qui est la circonférence de ses sommets, et l'on aura pour les rayons R' de la circonférence directrice et r du cercle décrivant

$$\frac{R}{\omega}=\frac{R'}{\omega-\omega'}=\frac{2r}{\omega'}.$$

Dans le cas de la droite dont il s'agit,

$$\omega=-\frac{\omega'}{2},$$

d'où

$$R=\frac{R'}{3}=-r,$$

ce qui résout complétement la question.