P. TCHÉBYCHEF

Sur la limite du degré de la fonction entière qui satisfait à certaines conditions

Bulletin de la S. M. F., tome 3 (1875), p. 103

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1875__3__103_1>

Sur la limite du degré de la fonction entière qui satisfait à certaines conditions; par M. Tchebychef.

(Séance du 21 juillet 1875)

Si une fonction entière, entre deux limites quelconques de la variable, s'écarte peu de zéro, et qu'elle ait une valeur considérable en dehors de ces limites; il est certain que la fonction est d'un degré élevé. Quelle est donc la formule qui donne la limite du degré de la fonction entière, d'après ses écarts de zéro, pour des valeurs de la variable comprises entre certaines limites, et sa valeur au delà de ce champ? En cherchant à résoudre ce problème d'après les méthodes exposées dans notre mémoire sur les questions de minima qui se rattachent à la représentation approximative des fonctions, nous sommes parvenu à ce théorème très-simple :

Théorème. — Si $f(x)$ est une fonction entière du degré n qui, depuis $x = -l$ jusqu'à $x = +l$, ne sorte pas des limites $-\mathrm{L}$ et $+\mathrm{L}$, et que, pour toutes les valeurs de x en dehors des limites nommées $x = -l$, $x = +l$, les valeurs de la fonction $f(x)$ soient en dehors des limites $-\mathrm{L}$ et $+\mathrm{L}$, on aura

$$\left(\frac{\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2-l^2}}{\sqrt{x^2}-\sqrt{x^2-l^2}}\right)^n > \frac{\sqrt{f^2(x)}+\sqrt{f^2(x)-\mathrm{L}^2}}{\sqrt{f^2(x)}-\sqrt{f^2(x)-\mathrm{L}^2}},$$

en donnant aux radicaux les valeurs positives.