BULLETIN DE LA S. M. F.

ALBRECHT DOLD

**Sur les opérations de Steenrod**

*Bulletin de la S. M. F.*, tome 87 (1959), p. 331-339
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1959__87__331_0>

Colloques intern. C. N. R. S. [89. 1959. Lille].
*Bull. Soc. math. France*,
87, 1959, p, 331 à 339.

# SUR LES OPÉRATIONS DE STEENROD;

PAR

ALBRECHT DOLD
(Heidelberg).

Les opérations de Steenrod sont construites en [7] pour les complexes cellulaires réguliers, mais on sait « qu'elles supposent, tout au plus, une structure simpliciale et une application diagonale » ([4], préface, p. V). Aux paragraphes 2 et 3 de cette note on explique une telle construction pour les *FD*-complexes libres avec diagonale; elle provient d'une généralisation du théorème d'Eilenberg-Zilber formulée au paragraphe 1.

Aux paragraphes 4 et 5, on suit des indications de Steenrod [6] pour établir un lien entre ses opérations et la théorie des complexes d'Eilenberg-MacLane. J. C. MOORE a démontré (non publié) avec la théorie des constructions de H. CARTAN, que les opérations de Steenrod donnent toutes les opérations cohomologiques. Ici on retrouve ce résultat (5.5) par une méthode différente (les complexes d'Eilenberg-MacLane n'interviennent que sous forme de produit symétrique infini).

L'appendice contient quelques remarques sur les chaîne-homotopies.

J'ai profité de conversations sur les opérations de Steenrod en théorie des faisceaux avec P. CARTIER. A D. PUPPE, je dois la démonstration de la proposition 5.4, et de nombreuses conversations clarifiantes.

**1. Une extension du théorème d'Eilenberg-Zilber.** — Soient $K_1$, $K_2$, ..., $K_n$ des *FD*-complexes (*voir* [2]; ce sont des complexes de chaînes semi-simpliciales au sens de [4]). Le théorème d'Eilenberg-Zilber affirme que le produit cartésien $K_1 \times K_2 \times \ldots \times K_n$ et le produit tensoriel $K_1 \otimes K_2 \otimes \ldots \otimes K_n$ sont homotopiquement équivalents. L'extension en question concerne l'opération du groupe symétrique $\mathfrak{S}_n$ dans ces complexes : Soit $\omega \in \mathfrak{S}_n$ une permutation des nombres $1, 2, \ldots, n$. Par permutation des facteurs elle donne des isomorphismes, encore dénoté $\omega$,

$$(1.1)\qquad \begin{aligned} \omega :\quad & K_1 \times K_2 \times \ldots \times K_n \to K_{\omega(1)} \times K_{\omega(2)} \times \ldots \times K_{\omega(n)},\\ \omega :\quad & K_1 \otimes K_2 \otimes \ldots \otimes K_n \to K_{\omega(1)} \otimes K_{\omega(2)} \otimes \ldots \otimes K_{\omega(n)}, \end{aligned}$$

avec le signe usuel pour les produits tensoriels.

Soit $\pi(\mathfrak{S}_n)$ un sous-groupe et $W$ un complexe de chaînes dans lequel $\pi$ opère (à gauche). On suppose $W$ *positif* (nul dans les dimensions $< 0$, la différentielle $\partial$ de degré $-1$), $\pi$-*libre* (i. e. libre comme module sur l'anneau de groupe $Z\pi$), et *augmenté* (i. e. muni d'un épimorphisme $\varepsilon : W \to Z$, où les entiers $Z$ sont considérés comme $Z\pi$-complexe trivial, zéro dans les dimensions $\neq 0$).

Théorème d'Eilenberg-Zilber. — Soient $B_{1,2,\ldots,n}$, $B'_{1,2,\ldots,n}$ le produit cartésien ou tensoriel des $FD$-complexes $K_1, K_2, \ldots, K_n$ (dans l'ordre). Il existe un homomorphisme *naturel* (vis-à-vis des $K_i$; $W$ est fixe)

$$F :\quad W \otimes B_{1,2,\ldots,n} \to B'_{1,2,\ldots,n}$$

tel que

$$(1.2)\qquad \begin{gathered} F(w \otimes b_1 \otimes b_2 \otimes \ldots \otimes b_n) = \varepsilon(w)\, b_1 \otimes b_2 \otimes \ldots \otimes b_n \\ b_i \in K_i, \quad w \in W, \qquad \dim(b_i) = \dim(w) = 0, \end{gathered}$$

et tel que le diagramme

$$(1.3)\qquad \begin{array}{ccc} W \otimes B_{1,2,\ldots,n} & \xrightarrow{F} & B'_{1,2,\ldots,n} \\ {\scriptstyle \omega\otimes\omega}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \omega} \\ W \otimes B_{\omega(1),\omega(2),\ldots,\omega(n)} & \xrightarrow[F]{} & B'_{\omega(1),\omega(2),\ldots,\omega(n)} \end{array}$$

soit commutatif.

Deux telles transformations $F$ sont homotopes par une homotopie naturelle, compatible avec les opérateurs $\omega$.

Pour $\pi = 1$ et $W = Z$ c'est le théorème d'Eilenberg-Zilber connu. Si $K_1 = K_2 = \ldots = K$, les complexes $B_{1,2,\ldots,n}$ et $B'_{1,2,\ldots,n}$ sont des $\pi$-modules, de même que $W \otimes B_{1,2,\ldots,n}$ (opération « diagonale » $\omega \otimes \omega$), et **1.3** exprime que $F$ est un $\pi$-homomorphisme (est « équivariant »).

Nous nous intéresserons surtout au $\pi$-homomorphisme (déterminé à une homotopie près)

$$(1.4)\qquad F :\quad W \otimes (K^n) \to K^{(n)}$$

qui en résulte. Ici $K^n(K^{(n)})$ dénote la $n^{\text{ième}}$ puissance cartésienne (tensorielle) de $K$. De plus, dans les applications $W$ sera un complexe acyclique, i. e. l'augmentation $\varepsilon$ est une homotopie-équivalence (sur $Z$ mais non sur $Z\pi$).

REMARQUE. — Dans ce qui précède, on peut remplacer $Z$ par un anneau de coefficients arbitraires (avec unité), dans le cas non commutatif, il faut prendre des bi-modules $K_i$ et $W$.

**2. Puissances réduites extérieures de Steenrod.** — Soit A un groupe abélien, $q \geqq 0$ un entier. Un $FD$-complexe $M$ est *de type* $(A, q)$ si $H_i(M) = 0$ pour $i \neq q$, $H_q(M) = A$. On écrit $M(A, q)$. On suppose de plus que $M$ est *libre* (restriction souvent non nécessaire). Alors $M$ possède une *classe fondamentale* $L_M \in H^q(M, A)$. Les classes d'homotopie des $FD$-applications $\varphi : K \to M$, où $K$ est un $FD$-complexe libre, sont en correspondance biunivoque avec les éléments de $H^q(K, A)$ par la loi (*voir* 6.4)

$$(2.1) \qquad [\varphi] \leftrightarrow \varphi^*(L).$$

Soient maintenant $a \in H^q(K, A)$ et $\varphi : K \to M$ l'application correspondance (i. e. $\varphi^*(L) = a$); elle induit $\varphi^n : K^n \to M^n$ et par dualité

$$(2.2) \qquad \varphi^{n*} : \quad C^*(M^n, G) \to C^*(K^n, G)$$

où $C^*(M^n, G)$ dénote le complexe de cochaînes à coefficients dans le groupe abélien $G$.

D'autre part l'homomorphisme 1.4 (avec $M$ au lieu de $K$) donne par dualité :

$$(2.3) \qquad \Phi : \quad W \otimes C^*(M^{(n)}, G) \to C^*(M^n, G).$$

Si l'on munit $C^*(K^n, G)$, $C^*(K^{(n)}, G)$ de la structure de $\pi$-module duale à celle de $K^n$, $K^{(n)}$ les applications 2.2 et 2.3 deviennent des $\pi$-homomorphismes. On peut donc passer au quotient par $\pi$ (i. e. multiplier avec $\otimes_\pi Z$) et l'on obtient

$$(2.4) \qquad W \otimes_\pi C^*(M^{(n)}, G) \xrightarrow{\Phi_\pi} C^*(M^n, G)\pi \xrightarrow{\varphi^{n*}/\pi} C^*(K^n, G)/\pi.$$

Supposons $W$ *acyclique*. Alors l'image de $H^*(W \otimes_\pi C^*(M^{(n)}, G))$ dans $H^*(C^*(K^n, G)/\pi)$ par $\varphi^{n*}/\pi \otimes \Phi_\pi$ forme les *$\pi$-puissances réduites extérieures de $a$* (à coefficients dans $G$). Les éléments de $H^*(W \otimes_\pi C^*(M^{(n)}, G))$ s'appellent *$\pi$-puissances réduites de type $(A, q, G)$*.

Comme dans [7] on démontre : les $\pi$-puissances réduites extérieures (de $a$) sont indépendantes des choix faits dans leur construction. Elles sont naturelles (vis-à-vis des $FD$-applications $K \to K'$).

En d'autres mots : Un élément de $H^*(W \otimes_\pi C^*(M^{(n)}, G))$ est une *opération cohomologique extérieure*, son image par $\varphi^{n*}/\pi \circ \Phi_\pi$ dans $H^*(C^*(K^n, G)/\pi)$ est la valeur que prend cette opération sur l'élément $a \in H^q(K, A)$. A noter le rôle universel que jouent les puissances réduites extérieures de la classe fondamentale $L_M \in H^q(M, A)$.

3. **Puissances réduites intérieures de Steenrod.** — Des opérations extérieures on passe aux opérations intérieures au moyen d'une diagonale. Une *diagonale* dans un $FD$-complexe $K$ est une $FD$-application

$$\Delta : \quad K \to K \times K \tag{3.1}$$

qui est *commutative* et *associative*, i. e. les diagrammes

$$\begin{tikzcd} & K \times K \arrow[d, "T"] \\ K \arrow[ur, "\Delta"] \arrow[dr, "\Delta"'] & \\ & K \times K \end{tikzcd} \qquad T(x \otimes y) = y \otimes x \tag{3.2}$$

et

$$\begin{tikzcd} & K \times K \arrow[dr, "1\times\Delta"] & \\ K \arrow[ur, "\Delta"] \arrow[dr, "\Delta"'] & & K \times K \times K \\ & K \times K \arrow[ur, "\Delta\times 1"'] & \end{tikzcd} \tag{3.3}$$

sont commutatifs.

Par itération du procédé du diagramme 3.3 la diagonale fournit une $FD$-application :

$$\Delta : \quad K \to K^n \tag{3.4}$$

qu'on appellera encore diagonale. Elle est invariante sous l'opération de $\mathfrak{S}_n$ dans $K^n$, i. e. pour chaque sous-groupe $\pi \subset \mathfrak{S}_n$ la diagonale 3.4 est un $\pi$-homomorphisme, si $\pi$ opère trivialement dans $K$. Par dualité elle donne un $\pi$-homomorphisme

$$\Delta^* : C^*(K^n, G) \to C^*(K, G)$$

et par passage au quotient :

$$\Delta_\pi^* : \quad C^*(K^n, G)/\pi \to C^*(K, G)/\pi = C^*(K, G). \tag{3.5}$$

L'image par $\Delta_\pi^*$ des *$\pi$-puissances réduites* extérieures de $a \in H^q(K, A)$ forme les *$\pi$-puissances réduites* (intérieures) *de $a$*.

Les puissances réduites sont naturelles vis-à-vis des $FD$- applications $f$ : $K \to K'$ *avec diagonale*, i. e. pour lesquelles le diagramme :

$$\begin{tikzcd} K \arrow[r, "\Delta"] \arrow[d, "f"'] & K \times K \arrow[d, "f\times f"] \\ K' \arrow[r, "\Delta"'] & K' \times K' \end{tikzcd}$$

est commutatif.

Exemples. — (i) Le complexe de chaînes $CX$ d'un css-complexe $X$ (= complexe de chaînes semi-simpliciale basique; [4]) a une diagonale naturelle, à savoir

$$\Delta(x) = x \otimes x \qquad x \in X.$$

Une css-application $\xi : X \to X'$ induit une *FD*-application $C\xi : CX \to CX'$ avec diagonale.

(ii) Le produit cartésien $K \times K'$ des *FD*-complexes avec diagonale a une diagonale naturelle :

$$K \times K' \xrightarrow{\Delta \times \Delta'} K \times K \times K' \times K' \approx (K \times K') \times (K \times K')$$

Remarque 1. — Un *FD*-complexe peut avoir une diagonale *homotope à zéro* (par exemple, le complexe réduit de la suspension d'un css-complexe $X$) et néanmoins posséder des puissances réduites (intérieures) non triviales. On peut pourtant définir une relation de « homotopie équivariant » ou « $\pi$-homotopie » entre diagonales $K \to K \times K$ qui entraîne l'invariance des $\pi$-puissances réduites.

Remarque 2. — Les puissances réduites découlant du diagramme :

$$W \otimes_\pi C^\star(M^{(n)}, G) \xrightarrow{\Phi_\pi} C^\star(\dot{M}^n, G)/\pi \xrightarrow{\varphi^{n\star}/\pi} C^\star(K^n, G)/\pi \xrightarrow{\Delta^\star/\pi} C^\star(K, G),$$

il pourrait sembler plus naturel de prendre $C^\star(M^n, G)/\pi$ comme point de départ au lieu de $W \otimes_\pi C^\star(M^{(n)}, G)$. Mais on constate tout de suite que ce dernier groupe est beaucoup plus facile à manipuler (par la théorie de l'homologie des groupes, *voir* [7], [8]). D'autre part, on ne gagnerait pas de nouvelles opérations en partant de $C^\star(M^n, G)/\pi$ comme le montre la

3.7. Proposition. — L'homomorphisme

$$\Phi^\star_\pi : H^\star(W \otimes_\pi C^\star(K^{(n)}, G) \to H^\star(C^\star(K^n, G)/\pi)$$

est un épimorphisme, sous les hypothèses de 4.5 sur le groupe $\pi$, au moins si les groupes $H_i(K)$ sont de type fini. [1]

**4. L'homomorphisme $N^\star$.** — D'après Steenrod [6] la connexion entre la théorie des puissances réduites et des complexes d'Eilenberg-MacLane doit être établie *via* les produits symétriques et un homomorphisme de « transfert » (ou « norme ») $N^\star$. Ceci sera précisé dans le prochain paragraphe. Dans ce paragraphe, il s'agit de définir et d'étudier l'homomorphisme $N^\star$.

Soit $K$ un *FD*-complexe libre, $\pi \subset \mathfrak{S}_n$ un sous-groupe du groupe symétrique. Les cochaînes de $K^n$ à valeurs dans $G$ forment un $\pi$-complexe $C^\star(K^n. G)$; on a donc l'homomorphisme « norme »

$$(4.1) \qquad N : \quad C^\star(K^n, G) \to C^\star(K^n, G)$$
$$N(b) = \sum_{\gamma \in \pi} \gamma b \qquad (b \in C^\star(K^n, G),$$

[1] Cette hypothèse de finitude est probablement superflue.

qui, par passage au quotient donne :

(4.2) $$N^{\star}: \quad C^{\star}(K^n, G)/\pi \to C^{\star}(K^n, G)^{\pi}$$

où $C^{\star}(K^n, G)^{\pi}$ dénote les éléments de $C^{\star}(K^n, G)$ qui sont invariants sous l'opération de $\pi$.

$C^{\star}(K^n, G)^{\pi}$ n'est autre que le complexe des cochaînes du $\pi$-produit $K^n/\pi$ de $K$ (*voir* [1], 6,2),

(4.3) $$C^{\star}(K^n, G)^{\pi} \approx C^{\star}(K^n/\pi, G),$$

et l'on a :

(4.4) $$N^{\star}: \quad C^{\star}(K^n, G)/\pi \to C^{\star}(K^n/\pi, G).$$

Le cas le plus important sera celui où $\pi = \mathfrak{S}_n$; alors $K^n/\pi$ est le produit symétrique $SP^n K$ d'ordre $n$ de $K$.

4.5. Proposition. — Pourvu que les groupes $H_i(K)$ soient de type fini (1) et que $H_0(K) = 0$, $N^{\star}$ induit un épimorphisme

(4.6) $$N^{\star\star}: \quad H^{\star}(C^{\star}(K^n, G)/\pi) \to H^{\star}(K^n/\pi, G)$$

dans les cas suivants :

(i) $n = p$, premier, $\pi = Z_p =$ cyclique d'ordre $p$;
(ii) $n = p^i$, $p$ premier, $\pi = \mathfrak{S}(p^i, p) = p$-Sylow-sous-groupe de $\mathfrak{S}_n$;
(iii) $n$ arbitraire, $\pi = \mathfrak{S}(n, p) = p$-Sylow-sous-groupe de $\mathfrak{S}_n$;
(iv) $n$ arbitraire, $\pi = \mathfrak{S}_n$.

On démontre d'abord le cas (i), alors d'une façon analogue à celle de Steenrod ([7], [4]), les cas (ii) (récurrence sur i) (iii) et (iv), dans cet ordre.

J'ignore si 4.5 est vrai pour tout $\pi \subset \mathfrak{S}_n$.

5. **Puissances réduites et complexes d'Eilenberg-MacLane.** — Soit $q > 0$ un entier, $A$ un groupe abélien. On considère le complexe d'Eilenberg-MacLane $K(A, q)$ ([2], chap. III) et son complexe de chaînes $CK(A, q)$. On sait ([1], 10) que $CK(A, q)$ est, de façon canonique, homotopiquement équivalent à l'algèbre symétrique de $M = M(A, q)$, i. e. à

(5.1) $$SM = P + M + SP^2 M + SP^3 M = \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} SP^i M$$

où $P$ est le $FD$-complexe d'un point. La cohomologie $H^{\star}(A, q; G)$ [de $K(A, q)$ à coefficients dans $G$] est donc canoniquement isomorphe à $H^{\star}(SM, G)$ :

(5.2) $$H^{\star}(A, q; G) \simeq \sum_{i=0}^{\infty} H^{\star}(SP^i M, G).$$

(En principe, on a le produit direct — au lieu de la somme — à la droite de 5.2; mais il existe une suite $\nu_i$, tendant vers $+\infty$, telle que $H^k(SP^i M, G) = 0$ pour $\nu_i > k$.)

Les éléments de $H^*(A, q; G)$ sont les opérations cohomologiques de type $(A, q, G)$ (définies en cohomologie singulière; *voir* [5]). D'autre part, on a vu que toute puissance réduite de type $(A, q, G)$ donne lieu à une opération cohomologique de ce type. Ceci définit un homomorphisme

$$k: \quad H^*(W \otimes_\pi C^*(M^{(n)}, G)) \to H^*(A, q; G),$$

$k(b) = b \vdash \beta =$ valeur que prend la puissance réduite $b$ sur la classe basique $\beta \in H^q(A, q; A)$. En particulier, on a :

$$(5.3) \qquad k: \quad H^*\big(W \otimes_{\mathfrak{S}_n} C^*(M^{(n)}, G\big) \to H^*(A, q; G).$$

A côté de $k$, on a l'homomorphisme composé (*voir* 2.4 et 4.6; $\pi = \mathfrak{S}_n$)

$$(5.4) \quad H^*\big(W \otimes_{\mathfrak{S}_n} C^*(M^{(n)}, G\big) \xrightarrow{\Phi^*_{\mathfrak{S}_n}} H^*(C^*(M^{(n)}, G)/\mathfrak{S}_n) \xrightarrow{N^{**}} H^*(SP^n M, G).$$

La proposition suivante, dont je dois la démonstration à D. Puppe, affirme que 5.3 et 5.4 coïncident à peu près (moyennant 5.2).

5.4. Proposition. — Pour chaque $b \in H^*\big(W \otimes_{\mathfrak{S}_n} C^*(M^{(n)}, G)\big)$ on a :

$$k(b) - N^{**}\Phi^*_{\mathfrak{S}_n}(b) \in \sum_{i=0}^{n-1} H^*(SP^i M, G)$$

(« La différence est de filtration $< n$ »).

Des propositions 3.7, 4.5 (iv) et 5.4 résulte (récurrence sur $n$).

5.5. Théorème. — Toute opération cohomologique de type $(A, q, G)$ $\left(\text{dans } \sum_{i=0}^{n} H^*(SP^i M, G)\right)$ peut être représentée comme somme de $\mathfrak{S}_i$-puissances réduites (avec $i \leq n$) de type $(A, q, G)$, au moins si $A$ est de type fini.

En vertu de [8] ceci montre que les opérations primitives 1.4 de [7], 4, les opérations $\mathcal{P}^p_i: H^q(K, Z_p) \to H^{q+2i(p-1)}(K, Z_p)$ et les opérations

$$\mathfrak{P}_p: \quad H^q(K, Z_{p^k}) \to H^{pq}(K, Z_{p^{k+1}}), \ q \text{ paire}, \quad [8],$$

engendrent toutes les opérations cohomologiques avec coefficients de type fini. Ce résultat fut démontré par J. C. Moore (non publié, *voir* la conférence de STEENROD à Édimbourg 1958) par une méthode différente, à savoir la théorie des constructions de H. CARTAN.

**6. Appendice sur les chaîne-homotopies.** — Pour les constructions précédentes, on utilise quelques propriétés des chaîne-homotopies — plus ou moins connues, mais qui ne semblent pas être dans la littérature.

On considère des complexes de modules sur un *anneau* $\Lambda$ *arbitraire* avec unité. Ces complexes seront positifs avec différentielles de degré $-1$.

6.1. LEMME. — Soient $C$, $D$, $D'$ des complexes, soit $f : D \to D'$ une chaîne-homomorphisme tel que $f_* : H(D) \cong H(D')$ et supposons $C$ libre. Alors $f$ induit un isomorphisme :

$$f_* : \quad [C, D] \cong [C, D'],$$

où [ , ] dénote le groupe des classes d'homotopie.
(Ceci se démontre, par exemple, avec le « mapping cone » $\hat{f}$ de $f$; *voir* [3], 13.3.)

6.2. COROLLAIRE. — Si $D$ et $D'$ sont libres, $f$ est une homotopie-équivalence.

(Prendre $C = D'$). Pour $\Lambda = Z$, *voir* [3], V, 13.3.

6.3. COROLLAIRE. — Si $M$ et $M'$ sont des complexes libres de type $(A, q)$ (*voir* § 2) ils sont homotopiquements équivalents.
(Ils sont homotopiquement équivalents à des résolutions libres de $A$.)

Supposons que $D$ admette un homomorphisme de complexes $\rho : D \to H(D)$ qui induit l'identité pour l'homologie. (Ceci est le cas, par exemple, si les cycles de $D$ forment un facteur direct.) Soit $L_q \in H^q(D, H_q(D))$ la classe de cohomologie du cocycle $\rho_q : D_q \to H_q(D)$. Alors :

6.4. COROLLAIRE. — La correspondance $[g] \to \{g^* L_q\}$, $[g] \in [C, D]$, est un isomorphisme :

$$[C, D] \cong \prod_{q=0}^{\infty} H^q(C, H_q(D).$$

(Prendre $D' = H(D)$ et $f = \rho$.)

REMARQUE. — Parce que « complexe de chaînes » et « $FD$-complexes » sont des notions équivalentes [1], on a les mêmes résultats pour la $FD$-catégorie.

---

(2) *Ajouté sur épreuves.* — Une autre comparaison entre les groupes $H^*(A, q; G)$ et $H^*(W \otimes_{\gamma_n} C^*(M^{(n)}, G))$ se trouve dans une note de T. NAKAMURA dans *Sci. Papers Coll. of General Educ.*, Univ. of Tokyo, t. 9, 1958, p. 1-16.

## BIBLIOGRAPHIE.

[1] DOLD (A.). — *Homology of symmetric products and other functors of complexes* (*Annals of Math.*, t. 68, 1958, p. 54-80).
[2] EILENBERG (S.) and MACLANE (S.). — *On the groups $H(\pi, n)$*, I. (*Annals of Math.*, t. 58, 1953, p. 55-106).
[3] EILENBERG (S.) and STEENROD (N.). — *Foundations of algebraic topology.* Princeton, Princeton University Press, 1952 (*Princ. Math.*, Séries, 15).
[4] GODEMENT (R.). — *Topologie algébrique et théorie des faisceaux.* Paris, Hermann, 1958 (*Act. scient. et ind.*, 1252).
[5] SERRE (J.-P.). — *Cohomologie modulo 2 des complexes d'Eilenberg-MacLane*, (*Comment. Math. Helvet.*, t. 27, 1953, p. 198-231),
[6] STEENROD (N.). — *Cohomology operations and obstructions to extending continuous functions.* Princeton, 1957 (Colloq. Lectures, mimeogr.).
[7] STEENROD (N.). — *Cohomology operation derived from the symmetric group* (*Comment. Math.. Helvet.*, t. 31, 1957, p. 195-218).
[8] STEENROD (G.) and THOMAS (E.). — *Cohomology operations derived from cyclic groups* (*Comment Math. Helvet* , t. 32, 1957, p. 126-152).

Albrecht DOLD
Mathematisches Institut
der Universität
Heidelberg (Allemagne).