

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

C. GUICHARD

Applications de la théorie des cubiques gauches

Annales scientifiques de l'É.N.S. 3^e série, tome 3 (1886), p. 259-262

http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1886_3_3__259_0

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1886, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (<http://www.elsevier.com/locate/ansens>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

APPLICATIONS

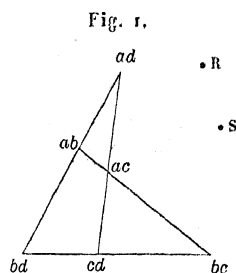
DE LA

THÉORIE DES CUBIQUES GAUCHES,

PAR M. C. GUICHARD,

MAITRE DE CONFÉRENCES A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE RENNES.

1. Considérons un tétraèdre ABCD et un plan P. Prenons les traces des six arêtes du tétraèdre sur le plan P. Nous désignerons chacune de ces traces par les deux petites lettres qui correspondent à celles de l'arête. Les six points ainsi obtenus sont les six sommets d'un quadrilatère complet (*fig. 1*). On voit facilement que, réciproquement, tout quadrilatère complet peut s'obtenir ainsi.



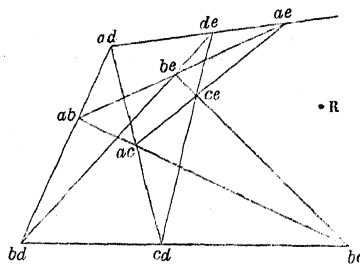
Cela posé, par deux points R et S du plan P et par les quatre points A, B, C, D, faisons passer une cubique. Du point A projetons la cubique sur le plan P. Elle se projette suivant une conique circonscrite au triangle *ab ac ad* et passant par R et S. On pourra de même projeter la cubique des points B, C et D sur le plan P. On obtient ainsi quatre coniques passant par R et S et circonscrites aux quatre triangles du quadrilatère complet. Il est clair que toutes ces coniques passent par le

troisième point d'intersection de la cubique avec le plan. D'où le théorème suivant, qui est bien connu :

Les quatre coniques, circonscrites aux quatre triangles d'un quadrilatère complet et passant par deux points arbitraires, ont un troisième point commun.

2. Prenons maintenant cinq points quelconques A, B, C, D, E et un plan P. Considérons toutes les droites qui joignent ces cinq points deux à deux, puis marquons leurs traces sur le plan P. Les dix points ainsi obtenus donnent une figure composée de deux triangles homologues, de leur centre et de leur axe d'homologie (*fig. 2*).

Fig. 2.



Dans cette figure, on peut trouver cinq quadrilatères :

- | | |
|----|-------------------|
| 1° | $ab\ ac\ ad\ ae;$ |
| 2° | $ab\ bc\ bd\ be;$ |
| 3° | $ac\ bc\ cd\ ce;$ |
| 4° | $ad\ bd\ cd\ de;$ |
| 5° | $ae\ be\ ce\ de.$ |

On voit facilement que toute figure analogue peut s'obtenir par cette méthode.

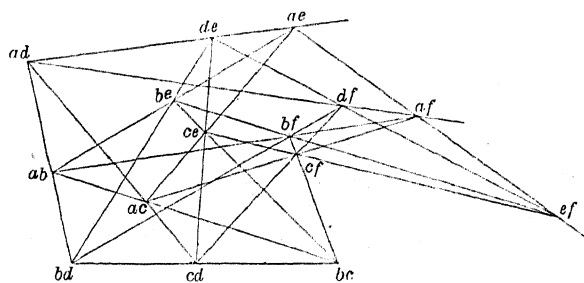
Cela posé, par les cinq points A, B, C, D, E et un point arbitraire R du plan P, faisons passer une cubique; puis projetons successivement cette cubique des points A, B, C, D, E sur le plan P. On obtient ainsi cinq coniques passant par R et circonscrites aux cinq quadrilatères. Toutes ces coniques passent évidemment par les deux autres points

d'intersection de la cubique avec le plan, ce qui donnerait un nouveau théorème relatif à la *fig. 2*.

Par cette méthode, à chaque point R du plan P on fait correspondre deux points S et T du même plan ; à un autre point R' correspondront de même deux autres points S' et T'. Nous allons démontrer que les six points R, S, T ; R', S', T' sont situés sur une même conique. En effet, par les neuf points A, B, C, D, E, S, T, S', T', on peut faire passer une surface du second ordre. Cette surface contient sept points de la cubique A, B, C, D, E, R, S, T ; elle la contient entièrement et, par suite, passe par le point R. On voit de même qu'elle passe par R', ce qui démontre le théorème énoncé.

3. On pourrait maintenant prendre six points A, B, C, D, E, F, puis marquer les traces des droites qui les joignent deux à deux sur le plan P. Les quinze points ainsi obtenus donnent une figure composée de trois triangles homologues deux à deux, des trois points de rencontre de leur côtés et de leurs trois centres d'homologie (*fig. 3*).

Fig. 3.



Dans cette figure se trouvent six pentagones :

- | | |
|----|-----------------------|
| 1° | $ab\ ac\ ad\ ae\ af;$ |
| 2° | $ab\ bc\ bd\ be\ bf;$ |
| 3° | $ac\ bc\ cd\ ce\ cf;$ |
| 4° | $ad\ bd\ cd\ de\ df;$ |
| 5° | $ae\ be\ ce\ de\ ef;$ |
| 6° | $af\ bf\ cf\ df\ ef.$ |

Cela posé, par les six points A, B, C, D, E, F faisons passer une cubique; puis projetons successivement cette cubique des points A, B, C, D, E, F sur le plan P. On obtiendra ainsi six coniques circonscrites respectivement aux six pentagones de la *fig.* 3. Il est clair que toutes ces coniques passent par les trois points d'intersection de la cubique avec le plan P.