ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

T.-J. STIELTJES

Note à l'occasion de la réclamation de M. Markoff

Annales scientifiques de l'É.N.S. 3e série, tome 2 (1885), p. 183-184
<http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1885_3_2__183_1>

NOTE A L'OCCASION DE LA RÉCLAMATION DE M. MARKOFF,

PAR M. T.-J. STIELTJES.

En réponse à la réclamation de M. Markoff, je dois déclarer que c'est seulement par lui que j'ai appris l'existence de l'article de M. Tchebychef *Sur les valeurs limites des intégrales* (*Journal de Liouville*, 1874), où se trouve déjà l'énoncé des inégalités en question. Je regrette bien de n'avoir pas connu plus tôt ce travail.

Du reste, mes recherches ont été tout à fait indépendantes de celles de MM. Tchebychef et Markoff; en effet, mon travail a été remis à la Rédaction des *Annales de l'École Normale* vers le milieu du mois de mai 1884, et je viens d'apprendre que la livraison des *Mathematische Annalen* contenant l'article de M. Markoff n'est arrivée ici à la bibliothèque de l'Université que dans la seconde moitié de septembre 1884.

Naturellement, je reconnais volontiers que M. Markoff a, le premier, publié une démonstration des inégalités de M. Tchebychef.

Je veux profiter de cette occasion pour ajouter une remarque nouvelle au sujet traité dans mon Mémoire.

La démonstration des inégalités de M. Tchebychef en forme bien une partie essentielle; mais, pour le but que je me suis proposé, il n'est pas moins essentiel de démontrer que les A_k convergent vers zéro avec $\frac{1}{n}$. Ce point important, je l'ai démontré d'une manière indirecte et en m'appuyant sur le développement d'une fonction arbitraire par la série de Fourier. Il semble pourtant très désirable d'établir cela d'une manière plus simple et plus directe, mais mes efforts dans cette direction n'ont pas conduit au but désiré.

On peut voir, dans une Note que j'ai présentée à l'Académie des Sciences et qui se trouve dans les *Comptes rendus* du 22 septembre 1884, que la question à laquelle je touche ici a une liaison intime avec la convergence d'une certaine fraction continue.

Voici maintenant une propriété nouvelle des coefficients A_k que j'ai rencontrée dans cette recherche.

Pour mettre en évidence la dépendance de $A_1, A_2, \ldots, A_k, \ldots$, du nombre entier n, je désignerai maintenant ces nombres par $A_1^n, A_2^n, \ldots, A^n, \ldots$ Avec cette notation, je trouve qu'on a toujours

$$A_1^{n+1} + A_2^{n+1} + \ldots + A_k^{n+1} < A_1^n + A_2^n + \ldots + A_k^n,$$
$$A_1^{n+1} + A_2^{n+1} + \ldots + A_k^{n+1} > A_1^n + A_2^n + \ldots + A_{k-1}^n.$$