

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

V. HIOUX

**Racines communes à deux équations algébriques entières.
Note additionnelle**

Annales scientifiques de l'É.N.S. 2^e série, tome 11 (1882), p. 135-136

http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1882_2_11__135_0

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1882, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (<http://www.elsevier.com/locate/ansens>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

RACINES COMMUNES

A DEUX ÉQUATIONS ALGÈBRIQUES ENTIÈRES,

PAR M. V. HIOUX,
PROFESSEUR AU LYCÉE DE TOURS.

NOTE ADDITIONNELLE.

Le Mémoire que nous avons publié dans le Tome X de ce Recueil (numéros de novembre et décembre 1881) contient, pages 386 et 387, l'énoncé et la démonstration du théorème suivant, dont nous croyons devoir donner une nouvelle démonstration.

THÉORÈME I. — *Si l'on pose $n - i = p - 1$, les conditions nécessaires et suffisantes pour que les équations $A = 0$ et $B = 0$ aient exactement p racines communes sont*

$$N_{i,0} = 0, \quad N_{i,1} = 0, \quad \dots, \quad N_{i,n-i} = 0 \quad \text{et} \quad N_{i-1,0} \leq 0.$$

En d'autres termes : *Le polynôme T_i doit être identiquement nul et le polynôme T_{i-1} doit être effectivement de degré p .*

Démonstration. — 1° Les conditions sont nécessaires.

En effet, pour que les équations $A = 0$ et $B = 0$ aient exactement p racines communes, il faut que les polynômes A et B aient un plus grand commun diviseur de degré p . Soit D ce plus grand commun diviseur. Divisons par D les deux termes de la fraction $\frac{A}{B}$; nous pouvons représenter le quotient par $\frac{A_i}{B_i}$, en désignant par A_i et B_i deux polynômes entiers en x , premiers entre eux, et de degrés respectivement égaux à $m - p$ et à $n - p$.

On devra donc avoir identiquement

$$BA_i + AB_i = 0.$$

Mais, en formant l'identité

$$T_i = BA_i + AB_i,$$

on a constitué les polynômes désignés ci-dessus par A_i et B_i , et pour que ces polynômes soient premiers entre eux et de degrés égaux à $m - p$ et $n - p$, il faut que l'on ait $N_{i-1,0} \geq 0$.

D'ailleurs le choix des multiplicateurs employés fait de T_i un polynôme entier en x de degré $p - 1$.

L'expression $BA_i + AB_i$ devant être identiquement nulle, il en est de même du polynôme T_i qui lui est identique. On a donc, avec $N_{i-1,0} \geq 0$,

$$N_{i,0} = 0, \quad N_{i,1} = 0, \quad \dots, \quad N_{i,n-i} = 0.$$

Les conditions énoncées sont donc nécessaires.

2° Les conditions énoncées sont suffisantes.

En effet, en les supposant remplies, on a identiquement

$$BA_i + AB_i = 0,$$

et, comme $N_{i-1,0}$ n'est pas nul, les polynômes A_i et B_i sont premiers entre eux et de degrés égaux à $m - p$ et $n - p$. Il suit de là que les deux polynômes A et B ont un plus grand commun diviseur de degré p , à l'aide duquel on peut remplacer la fraction $\frac{A}{B}$ par la fraction égale

$$-\frac{A_i}{B_i}.$$

Les équations $A = 0$ et $B = 0$ ont deux p racines communes.

Donc les conditions énoncées sont suffisantes.