

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

A. CORNU

Sur le spectre normal du Soleil, Partie ultra-violette

Annales scientifiques de l'É.N.S. 2^e série, tome 9 (1880), p. 21-106

http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1880_2_9__21_0

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (<http://www.elsevier.com/locate/ansens>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LE
SPECTRE NORMAL DU SOLEIL,
PARTIE ULTRA-VIOLETTE

(DEUXIÈME PARTIE);

PAR M. A. CORNU,

MEMBRE DE L'INSTITUT, PROFESSEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Dans une première étude (¹), j'ai donné la description des raies sombres du spectre solaire ultra-violet entre les raies h et O , les raies étant classées suivant l'échelle normale, c'est-à-dire l'échelle de leurs longueurs d'onde. Cette étude, destinée à continuer le beau travail d'Angström, ne s'étend guère qu'à la moitié du spectre susceptible d'être observé par les procédés ordinaires de la Photographie; la limite que j'avais atteinte dans ce premier travail est celle à laquelle on parvient avec les instruments d'Optique en usage dans les laboratoires, c'est-à-dire construits avec des lentilles de crown-glass ou de flint-glass, dont le pouvoir absorbant arrête les radiations plus réfrangibles que la raie O . Le présent travail, complétant l'étude précédente, contient la description de la fin du spectre ultra-violet; elle s'étend jusqu'à une limite qu'on n'avait pas encore atteinte jusqu'ici, et cette limite, indépendante des appareils d'observation, paraît due exclusivement au pouvoir absorbant de notre atmosphère (²).

(¹) Voir *Annales de l'École Normale supérieure*, 2^e série, t. III, p. 421.

(²) La découverte de nouveaux procédés photographiques plus sensibles reculerait évidemment cette limite, mais la variation serait probablement très faible eu égard à la rapidité de la progression des coefficients d'absorption de l'atmosphère pour les radiations de réfrangibilité croissante (voir *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVIII, p. 1287).

La méthode d'observation ne diffère pas, en principe, de celle que j'ai employée dans la première Partie de ce travail; les modifications que j'ai été conduit à y introduire sont une conséquence des difficultés spéciales qu'on rencontre dans l'observation de ces radiations très réfrangibles, difficultés que je vais résumer brièvement.

DIFFICULTÉS QU'ON RENCONTRE DANS L'OBSERVATION DES RADIATIONS SOLAIRES TRÈS RÉFRANGIBLES.

1° DIFFICULTÉS RELATIVES AUX APPAREILS D'OBSERVATION. — Il est évident d'abord qu'on doit, pour la construction de la partie optique des appareils, rejeter les substances absorbantes, telles que le verre; aussi, à l'exemple des physiciens qui ont étudié les premiers les radiations très réfrangibles du Soleil, ai-je adopté le quartz et le spath d'Islande pour former les objectifs et le prisme, cristaux dont la transparence est très parfaite dans l'étendue de réfrangibilité nécessaire aux observations (1).

Quant aux réseaux, généralement tracés sur verre, on ne peut les employer par transparence, puisqu'ils sont complètement opaques pour les radiations très réfrangibles; il faut utiliser les spectres diffractés par réflexion, c'est-à-dire les images accompagnant le faisceau réfléchi sur la face striée du réseau; les spectres ainsi diffractés ont une intensité assez faible, mais ils ne paraissent aucunement affectés par le pouvoir absorbant du milieu sur lequel les traits sont gravés.

La nature du miroir destiné à renvoyer la lumière du Soleil à l'appareil d'observation n'est pas indifférente. On est accoutumé à employer des miroirs de verre argenté qui réfléchissent une si grande proportion de rayons visibles. Ces miroirs sont très mauvais pour l'étude des radiations très réfrangibles, ainsi que l'a indiqué M. Stokes. En effet, vers une certaine réfrangibilité, la surface d'argent poli ne réfléchit qu'une proportion très faible de la radiation incidente, à peu près celle que réfléchirait une surface vitreuse, comme si l'argent per-

(1) J'ai été amené, dans le courant de ces recherches, à découvrir plusieurs autres substances dont la transparence ultra-violette est également très complète: le *spath fluor* incolore de Suisse, l'*alun potassique* et l'*alun ammoniacal*. Ces substances peuvent rendre de très grands services dans ce genre d'études, ainsi que je l'ai montré récemment (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVIII, p. 1289).

dait son éclat métallique pour devenir transparent (1). On doit donc employer le verre platiné, le métal des miroirs et mieux encore un prisme à réflexion totale en quartz; une lame de quartz étamée par du mercure bien pur contenu dans une cuve convenable formerait également un excellent miroir.

2° DIFFICULTÉS PROPRES AUX RADIATIONS SOLAIRES. — La plus grande difficulté qu'on rencontre dans l'étude des radiations solaires très réfrangibles, c'est le défaut d'intensité. L'emploi des appareils de quartz et de spath d'Islande donne, il est vrai, une extension notable au spectre ultra-violet, et un éclat beaucoup plus considérable aux régions que les spectroscopes munis d'objectifs de verre ne laissent observer qu'avec difficulté; mais, dès qu'on parvient à l'extrémité la plus réfrangible du spectre, l'insuffisance d'éclat devient très gênante.

C'est ainsi que M. Mascart a été obligé, dans son étude sur le spectre solaire ultra-violet, d'élargir de plus en plus la fente de son spectroscopie pour obtenir les images photographiques des raies les plus réfrangibles, au grand détriment de la netteté des images.

Si le défaut d'éclat est gênant pour l'observation spectrale à l'aide d'un prisme, il l'est, à plus forte raison, pour l'observation des spectres de diffraction, qui donnent encore moins d'intensité que les prismes, à cause de la multiplicité des spectres; aussi M. Mascart, dans l'étude précitée, n'a-t-il pas pu dépasser la raie R comme détermination des longueurs d'onde des raies du spectre solaire ultra-violet. Je discuterai plus loin le dispositif qu'il a employé et montrerai le perfectionnement qui m'a permis d'étendre les clichés photographiques obtenus avec le prisme et les réseaux jusqu'à l'extrême limite observable.

3° DIFFICULTÉ PROVENANT DE L'ATMOSPHÈRE TERRESTRE. — Une difficulté inattendue, mais dont j'ai reconnu la cause dès les premiers essais, est la variabilité de la position de la limite du spectre avec la hauteur du Soleil; c'est aux environs de midi que le spectre est le plus

(1) Par des expériences directes, dans lesquelles j'étudiais le pouvoir réfléchissant de divers métaux, j'ai constaté la réalité de cette manière de voir: une couche d'argent déposée par les procédés ordinaires sur une lame de quartz et présentant une épaisseur assez grande pour arrêter totalement la lumière du Soleil est assez transparente pour permettre d'observer par fluorescence des radiations voisines de $\lambda = 270$, obtenues avec l'étincelle d'induction (électrodes d'étain).

étendu et à l'époque du solstice d'été. Je reviendrai plus loin sur cette particularité, qui est causée par l'absorption atmosphérique.

4° DIFFICULTÉS PROVENANT DE L'ASPECT DES GROUPES DE RAIES. — La constitution même du spectre solaire ultra-violet apporte une difficulté spéciale lorsqu'on cherche à déterminer les longueurs d'onde des raies sombres : je veux parler de la disposition des groupes. Les groupes de raies sombres sont formés presque toujours de raies multiples très serrées, analogues au groupe G de la région visible du spectre; on ne trouve, pour ainsi dire, parmi les groupes principaux, aucune raie isolée, simple ou formée de composantes facilement résolubles, comme les raies C, D, *b*, F du spectre lumineux. La confusion augmente encore lorsqu'on observe avec les réseaux, dont le pouvoir dispersif, comparé à celui des prismes, décroît avec la réfrangibilité. En effet, la dispersion des réseaux croît proportionnellement à la longueur d'onde λ , tandis que celle des prismes varie proportionnellement à l'inverse du carré $\frac{1}{\lambda^2}$; il en résulte que pour les courtes longueurs d'onde le rapport des deux dispersions est λ^3 , et décroît avec rapidité.

Marche suivie pour les déterminations numériques. — Cette difficulté, inhérente à la constitution même du spectre ultra-violet, rend un peu confus les clichés des spectres des réseaux, dont le *pouvoir de définition* est inférieur à celui des prismes (¹); aussi ai-je été amené à modifier la manière de procéder adoptée dans la première Partie de ces recherches pour la détermination des longueurs d'onde de toutes les raies. Au lieu de prendre comme base des déterminations les clichés de diffraction et de construire la charpente du spectre avec un assez grand nombre de raies, dont les longueurs d'onde étaient mesurées directement (*voir* p. 432, *loc. cit.*), sauf à compléter les détails d'après les clichés d'un spectre prismatique, j'ai franchement adopté la marche inverse; j'ai pris comme base des déterminations numériques un dessin du spectre prismatique à grande échelle. Les raies étaient classées suivant leur déviation minimum à l'échelle de 0^m,010 pour 1' d'angle; puis j'ai déterminé avec beaucoup de soin les longueurs d'onde des raies sombres les mieux

(¹) Ces lignes étaient écrites avant que j'eusse reçu de M. Rutherford, de New-York, un magnifique réseau sur verre dont le pouvoir définissant ne le cède en rien aux meilleurs prismes.

définies à l'aide d'épreuves du spectre de diffraction. Ces raies, en petit nombre, ont suffi, à l'aide d'une formule d'interpolation convenablement choisie et discutée, pour définir les longueurs d'onde de toutes les raies du spectre prismatique.

On verra bientôt le détail de ces opérations et l'artifice employé pour pousser les déterminations jusqu'à l'extrême limite des raies observables.

DÉTAIL DES OPÉRATIONS.

Appareils employés. — Les observations photographiques des spectres prismatiques ont été faites pour la plupart avec un goniomètre de petites dimensions : il se compose d'un collimateur fixe et d'une lunette mobile sur un cercle divisé de 0^m, 125 de diamètre, donnant les 10" et par estime les 5"; il est muni d'une plate-forme centrale mobile portant un cercle auxiliaire divisé en degrés. Cet instrument a été construit par MM. Brunner, spécialement en vue de mes expériences; je le désignerai dans la suite sous le nom de *petit goniomètre*; il porte des objectifs simples de quartz ou des objectifs achromatiques quartz-spath d'Islande, dont il sera question plus loin.

Le tube de tirage de la lunette et celui du collimateur sont divisés en millimètres, de sorte qu'on peut apprécier, à l'aide d'un index fixe, les variations de tirage à l'approximation de $\frac{1}{10}$ de millimètre; cette addition est nécessaire pour les réglages ultérieurs.

Le prisme employé est un prisme de spath d'Islande sorti des ateliers de M. Duboscq; il présente un angle réfringent de 60°; la bissectrice de la section droite est perpendiculaire à l'axe optique. Ce n'est pas la coupe à laquelle je donnerais la préférence (1); mais, ayant trouvé dans ce prisme une perfection très satisfaisante de la forme plane et du poli des faces, je n'ai pas hésité à l'adopter, en raison de sa perfection et de sa pureté; je n'ai d'ailleurs utilisé que le spectre ordinaire, c'est-à-dire celui qui présente la plus grande dispersion.

(1) La meilleure coupe est celle pour laquelle les faces et les arêtes sont parallèles à l'axe optique du cristal : l'avantage principal de cette coupe est de conserver aux arêtes réfringentes un angle constant indépendant de la température; le plan de la section droite du prisme étant, en effet, perpendiculaire à l'axe, la dilatation du cristal est la même dans toutes les directions de ce plan; il n'en serait pas de même pour toute autre direction.

Les observations photographiques des spectres de diffraction ont été faites, en général, avec le goniomètre Brunner employé dans mon premier travail et décrit dans un autre Mémoire (1); il est de dimensions à peu près doubles (vernier donnant directement les 3", estime 1",5), ce qui a permis d'obtenir sensiblement la même approximation dans les mesures des spectres de diffraction et dans celles des spectres prismatiques. Cet instrument, que je désignerai sous le nom de *grand goniomètre*, a été utilisé également pour obtenir des portions de spectre prismatique donnant des détails plus délicats dans les cas douteux où les clichés du petit goniomètre paraissaient confus ou insuffisants.

Les réseaux employés pour les mesures définitives ont été au nombre de deux : l'un de MM. Brunner, au $\frac{1}{100}$ de millimètre; l'autre de Nobert (1801 traits), dont il a été question dans la première Partie de ce Mémoire (p. 428, *loc. cit.*).

Pour l'obtention des clichés des spectres de diffraction, la lunette et le collimateur étaient munis d'objectifs achromatiques quartz et spath d'Islande, de 0^m,45 de foyer environ, qui seront décrits plus loin.

Manipulation photographique. — Toutes les déterminations ont été faites par la Photographie, comme dans la première Partie de ce travail; les clichés ont été obtenus au collodion humide, à l'aide d'un petit porte-plaque mobile qu'on substitue à l'oculaire de la lunette (voir *loc. cit.*, p. 423). J'ai obtenu une constance plus satisfaisante qu'à cette époque en composant moi-même mon collodion :

Alcool.....	40 ^{cc}
Éther.....	60 ^{cc}
Coton-poudre.....	1 ^{gr}
Iodure de cadmium.....	1 ^{gr}
Bromure de cadmium.....	0 ^{gr} ,25

On mélange le tout sans précaution spéciale, et l'on agite pour faciliter la dissolution. Ce collodion peut servir immédiatement et se conserve plusieurs mois et même plusieurs années sans altération notable; il jaunit quelquefois légèrement, mais la sensibilité reste très approximativement la même.

(1) *Annales de l'École Normale supérieure*, 2^e série, t. III, p. 15.

Les clichés se font sur de petites glaces de 0^m,020 sur 0^m,040, nettoyées au tripoli avec un tampon de coton cardé imbibé d'une teinture alcoolique à 4 pour 100 d'iode; on sèche avec un autre tampon saupoudré de tripoli sec.

Le bain d'argent contient 7 à 8 pour 100 de nitrate d'argent.

Le révélateur se compose de :

Eau distillée.....	1000 ^{cc}
Sulfate de fer.....	40 ^{gr}
Alcool.....	30 ^{cc}
Acide acétique.....	30 ^{cc}

Pour renforcer l'épreuve, on ajoute quelques gouttes de bain d'argent à 2 pour 100, ou, plus simplement, on projette une goutte du bain à 7 pour 100 sur le cliché préalablement couvert de révélateur.

On fixe à l'hyposulfite de soude ou au cyanure de potassium. On vernit avec de l'eau gommée, aussitôt après le dernier lavage.

Le procédé au collodion humide a sur tous les autres procédés indiqués jusqu'ici l'avantage de la rapidité d'exécution; la préparation de la glace sensible exige à peine une minute, et le développement avec renforcement ne dépasse pas deux minutes. Or, il importe presque toujours de connaître rapidement le résultat d'une épreuve avant d'en commencer une autre.

PRÉCAUTIONS A PRENDRE POUR OBTENIR LE MAXIMUM D'ÉCLAT DES SPECTRES ET DE NETTETÉ DES RAIES.

Les principaux perfectionnements que j'ai introduits dans les dispositifs adoptés par les physiciens qui ont décrit le spectre ultra-violet sont les suivants.

Augmentation de l'intensité des radiations reçues au foyer du spectroscopie.

1° MIROIR DE L'HÉLIOSTAT. — Ainsi qu'on l'a vu plus haut, j'ai substitué un prisme à réflexion totale en quartz au miroir argenté ou métallique de l'héliostat; on évite ainsi toute absorption élective des radiations solaires, que produisent certains métaux ou leurs oxydes. Ce

prisme de quartz peut être taillé de diverses manières pour ne donner, malgré la double réfraction du quartz, qu'un seul faisceau réfléchi : arêtes parallèles à l'axe optique, face réfléchissante perpendiculaire ou parallèle à l'axe.

Il serait théoriquement préférable de supprimer l'héliostat et de diriger par un mouvement parallactique le collimateur du spectroscope dans la direction du Soleil; mais il faudrait des dispositions spéciales pour l'appareil et le laboratoire, dispositions que je ne suis pas encore parvenu à rendre aussi pratiques que celles généralement en usage.

2° LENTILLE COLLECTRICE. — Une lentille collectrice de quartz projette l'image du Soleil sur la fente du collimateur; cette disposition est bien connue des physiciens, mais elle n'est pas toujours employée. On se contente souvent, ainsi que le fait M. Mascart dans son travail sur le spectre solaire ultra-violet (1), de diriger le faisceau de l'héliostat parallèlement à l'axe du collimateur, de façon que le milieu du faisceau tombe sur la fente. On obtient, en général, pour l'observation du spectre visible, un éclat plus que suffisant et une netteté parfaite des raies sombres. L'addition d'une lentille collectrice, conseillée par les uns, a été quelquefois critiquée par d'autres comme inutile ou nuisible. L'accusation d'inutilité n'a pas besoin d'être longuement réfutée; un calcul facile montre que la quantité de lumière introduite dans le collimateur avec ou sans lentille collectrice est, à hauteur et largeur égales de fente éclairée, sensiblement dans le rapport de l'ouverture angulaire utile de la lentille collectrice à l'ouverture angulaire du Soleil (2). Numériquement, le rapport peut atteindre 80 à 100; il n'y a donc aucune hésitation à garder sur l'utilité de ce dispositif au point de vue de l'intensité des images.

(1) *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, t. I^{er}, 1^{re} série.

(2) Considérons un petit élément plan de l'ouverture de la fente : cet élément reçoit du Soleil, supposé dégagé de tout obstacle, une quantité de radiation, proportionnelle à l'angle du cône sous-tendu par le Soleil; l'angle au sommet de ce cône est d'environ 0°,5. Dans le cas où cet élément reçoit ces radiations par l'intermédiaire d'une lentille, la quantité reçue est encore proportionnelle à l'angle solide sous-tendu par la partie utile de la lentille qui produit l'image appartenant à l'élément, car on sait que l'éclat intrinsèque d'un objet vu à travers une lentille est le même que celui de l'objet, abstraction faite du défaut de transparence. Or la partie utile de la lentille est la partie découpée par le cône prolongé qui va du point considéré de la fente aux diaphragmes intérieurs du collimateur. L'angle au sommet de ce cône peut

L'effet nuisible d'une lentille collectrice est souvent réel; on l'observe, avec certains spectroscopes, en étudiant par vision directe les régions sombres du spectre, comme l'extrême violet, ou bien l'ultra-violet, par les procédés photographiques; des images très nettes, obtenues sans lentille collectrice, deviennent immédiatement estompées lorsque l'on concentre la lumière solaire sur la fente. On peut, il est vrai, par un essai méthodique dans le changement du foyer, améliorer légèrement l'image spectrale, mais on est encore loin d'atteindre la netteté primitive.

L'explication de cette anomalie est facile : lorsque l'on éclaire la fente du collimateur par le faisceau direct de l'héliostat, il n'entre dans l'appareil qu'un faisceau extrêmement mince et ayant une ouverture angulaire au plus égale à celle du Soleil, c'est-à-dire $0^{\circ},5$; bien que la diffraction épanouisse plus ou moins le faisceau dans un plan normal à la fente, il est évident que l'on n'utilise en réalité qu'une très petite partie de la surface de l'objectif du collimateur, du prisme et de l'objectif de la lunette. Dans une aussi petite étendue, les surfaces réfringentes des lentilles et du prisme sont suffisamment aplanétiques pour donner de bonnes images de la fente, et par conséquent des raies bien définies (1).

Lorsque l'on emploie une lentille collectrice, la totalité ou au moins la majeure partie de la surface des objectifs est couverte de lumière, de sorte que tous les points des surfaces réfringentes concourent à la production de l'image focale. Pour que l'image conserve la même netteté que précédemment, il faut que ces surfaces soient très parfaites au point de vue de l'aplanétisme, condition qui n'est pas toujours remplie dans les instruments ordinaires des laboratoires. L'amélioration de

atteindre 4° à 5° environ (l'ouverture de $\frac{1}{10}$, qui est l'ouverture maximum, donne exactement $5^{\circ}42'$). Or la quantité de radiations reçue dans les deux cas est dans le rapport du carré des angles au sommet ou environ $\left(\frac{5}{1}\right)^2 = 10^2 = 100$. Si l'on tient compte des pertes par réflexion, par absorption, par les diaphragmes accidentels, on peut encore admettre que dans des cas très défavorables le rapport est au moins 50.

(1) L'aplanétisme des surfaces réfringentes destinées à former l'image d'une ligne dont les extrémités n'ont pas d'utilité spéciale n'a pas besoin d'être aussi rigoureux que pour la formation de l'image d'un point; un peu d'astigmatisme produit par les faces du prisme parallèlement aux arêtes n'aurait qu'un très petit inconvénient.

l'image par une variation méthodique du changement de foyer provient de ce que l'on arrive au plan d'aberration minimum de l'ensemble du système optique.

En résumé, l'emploi d'une lentille collectrice accroît, dans des proportions considérables, l'intensité des radiations incidentes et permet de donner une grande finesse à la fente, mais ne conserve la netteté des images que si l'aplanétisme des surfaces réfringentes est suffisamment parfait.

L'analyse précédente conduit à un moyen pratique pour reconnaître si cette condition est remplie : il suffit d'observer l'image focale d'une raie brillante, telle que celle de la lumière de la soude, en couvrant la surface de l'objectif du collimateur d'un carton percé d'un trou circulaire de 0^m,004 à 0^m,005 de diamètre. L'image affaiblie qu'on observe ainsi doit conserver le même éclat, la même netteté, la même position focale par rapport au fil du réticule de la lunette, quelle que soit la position du trou circulaire à la surface de l'objectif. Ce mode d'exploration montre presque toujours des défauts de taille le long des arêtes des prismes; on couvre les parties défectueuses avec des bandes de papier noirci, et l'on obtient une amélioration notable des images focales.

3° COURBURES DES OBJECTIFS. — L'accroissement utile d'intensité étant lié à la perfection des images, il était nécessaire de rendre minimum l'aberration sphérique des objectifs, d'autant qu'on a intérêt à leur donner une ouverture angulaire aussi grande que possible ($\frac{1}{10}$ environ) pour augmenter l'intensité de l'image focale.

A cet effet, j'ai adopté des objectifs simples en quartz taillés perpendiculairement à l'axe; le quartz se recommande en premier lieu par sa transparence pour les radiations ultra-violettes et en second lieu par sa dureté, qui permet une perfection extrême dans la taille et le poli de ses faces. Par surcroît de précaution, pour éviter diverses aberrations secondaires, les deux lentilles de quartz ont été choisies l'une lévogyre, l'autre dextrogyre, et de même épaisseur.

Les formules qui donnent les rayons de courbure R, R' d'une lentille infiniment mince, présentant l'aberration longitudinale minimum au foyer des rayons parallèles, sont les suivantes :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{F} \frac{n(2n+1)}{(n-1)(2n+4)}, \quad \frac{1}{R'} = \frac{1}{F} \frac{2n^2-n-4}{(n-1)(2n+4)}.$$

J'ai calculé d'abord les deux rayons R et R' des lentilles en substituant $n = 1,57$ (raie O), d'où l'on conclut $R = 0,626F$, $R' = -6,35F$.

Comme on le voit, le rayon de courbure de la face tournée du côté du foyer est dix fois plus grand que l'autre; les grands rayons de courbure étant peu employés par les opticiens, à cause de certaines difficultés pratiques, j'ai substitué à la face la moins courbe une face plane pour laquelle les opticiens sont mieux outillés et qu'ils réussissent très bien, de sorte que finalement j'ai employé des objectifs plan-convexes calculés d'après la formule $R = (n - 1)F$.

Quant à l'aberration sphérique, elle n'est pas sensiblement modifiée par cette altération des courbures, parce qu'on est dans le voisinage d'un minimum; on peut même dire qu'il y a plus de chance de l'avoir amoindrie en prenant des surfaces faciles à tailler qu'en adoptant rigoureusement les courbures théoriques, qu'on risquerait de réaliser imparfaitement.

On pourrait croire que cette précaution dans le choix des courbures est inutile et qu'en prenant de simples lentilles biconvexes on obtiendrait à peu près la même perfection dans les images. Il n'en est rien, et l'on peut vérifier avec les lentilles plan-convexes, définies plus haut, que la disposition des courbures est loin d'être indifférente; à cet effet, après avoir observé avec la lunette l'image focale de la fente du collimateur éclairée par une lumière monochromatique, les objectifs étant dans leur position normale (la face plane en dedans), et constaté la perfection de l'image, si l'on vient à retourner les lentilles dans leur barillet, c'est-à-dire à tourner la face courbe vers l'intérieur, l'image de la fente devient baveuse, quelle que soit l'accommodation focale.

On a ainsi la mesure de l'aberration que donneraient deux lentilles biconvexes à courbures égales, qu'on pourrait considérer comme la réunion de deux lentilles plan-convexes. Grâce à la réduction de l'aberration sphérique, j'ai pu donner aux objectifs l'ouverture angulaire $\frac{1}{10}$, et par suite obtenir une intensité focale considérable (puisque l'éclat grandit comme le carré de l'ouverture) sans compromettre la netteté des images.

4° FACES DU PRISME. — On ne doit admettre que des prismes présentant des faces suffisamment parfaites, sous peine de n'obtenir aucune

netteté dans les images. L'examen optique des surfaces du prisme s'impose d'ailleurs de lui-même dans la détermination de son angle réfringent, lorsqu'on observe l'image de la fente réfléchie successivement par les deux faces et qu'on cherche à la mettre au point. Voici la série des opérations qu'on est amené à faire. Après avoir déterminé le tirage du collimateur et de la lunette correspondant aux rayons parallèles d'une source monochromatique (la méthode sera décrite plus loin, dans l'Appendice I), si l'on observe avec la lunette l'image de la fente du collimateur réfléchie sur chaque face du prisme et qu'on cherche à obtenir la plus grande netteté, on reconnaîtra qu'il faut presque toujours allonger le tirage de la lunette lorsque le prisme est en spath d'Islande; les rayons réfléchis sont donc divergents au lieu d'être parallèles comme à l'incidence. Cela tient à ce que les surfaces de spath sont toujours légèrement convexes, défaut qui résulte du procédé employé par l'opticien pour le poli final (polissage au drap). Avec certains prismes on n'obtient pour aucun tirage une bonne image réfléchie de la fente : lorsqu'il en est ainsi, le prisme doit être rejeté ou du moins rendu à l'opticien pour être travaillé à nouveau.

La courbure régulière des faces, lorsqu'elle est faible (on la mesure précisément par le dépointement de l'image réfléchie), n'entraîne pas d'aberrations gênantes pour les images réfléchies ou réfractées de la fente; il en serait autrement si l'on devait produire par réflexion ou réfraction l'image d'un point. On peut donc se contenter d'un prisme présentant cette légère imperfection.

Lors donc qu'on a constaté que les images réfléchies de la fente sont bonnes et ne produisent qu'un faible dépointement de la lunette, on achève de régler le prisme et l'on observe l'image réfractée de la fente, toujours éclairée par une lumière monochromatique. Le dépointement est alors de sens inverse, ce qui signifie que les rayons réfractés sont légèrement convergents; cela provient de ce que les faces qui jouent le rôle de miroirs convexes par réflexion produisent par réfraction de véritables lentilles convexes qui rendent le faisceau convergent. Il ne faut donc pas s'étonner de voir une notable différence de tirage entre les images réfléchies et réfractées; c'est une conséquence de la forme des faces. On peut d'ailleurs vérifier, à l'aide des formules qui seront données dans l'Appendice I, que les dépointements satisfont à

une relation nécessaire, ce qui permet de se rendre un compte encore plus précis de la grandeur et de l'effet des courbures des faces du prisme.

J'ai eu l'occasion d'observer ainsi un grand nombre de prismes de spath d'Islande, de spath fluor, de verre et de quartz taillés par d'habiles opticiens : la grandeur de la convexité des faces, à dimensions égales, était presque toujours en rapport avec la dureté de la matière. C'est le quartz qui a donné les faces les plus voisines du plan parfait.

Voici pour le prisme de spath d'Islande, dont j'ai fait usage, les valeurs des dépointements observés par réflexion ou réfraction; l'observation a été faite avec le *petit goniomètre* muni d'objectifs achromatiques crown et flint-glass de 24° de distance focale principale; l'oculaire était remplacé par un microscope composé grossissant 15 fois environ pour obtenir plus de précision dans la mise au point :

Tirage de la lunette (origine arbitraire, division en centimètres).

Lumière jaune de la soude.

Rayons parallèles directs.....	1,46
» réfléchis sur la face M sous l'incidence de 60°...	1,76
» réfléchis sur la face N sous l'incidence de 60°...	1,75
» réfractés au minim. de déviation (rayon ord)...	1,11
» réfractés au minim. de déviation (rayon extraord.)...	1,30

Ces données seront utilisées dans l'Appendice I pour la vérification des relations qu'elles présentent entre elles et le calcul de la courbure des faces.

CONSTRUCTION DU DESSIN DU SPECTRE PRISMATIQUE.

Opérations préliminaires.

1° RÉGLAGE DU GONIOMÈTRE ET DU PRISME. — Ces opérations seront décrites dans l'Appendice I, à la fin du Mémoire.

2° TABLE DES MISES AU POINT DU COLLIMATEUR ET DE LA LUNETTE. — Lorsqu'on emploie un goniomètre dont les objectifs sont achromatiques, les variations de mise au point de la lunette d'observation pour les radiations de différentes réfrangibilités sont très faibles; on les détermine par la méthode exposée dans la première Partie de ce Mémoire (p. 424).

Mais, lorsqu'on adopte des lentilles non achromatiques, les variations de tirage sont considérables et doivent être l'objet d'une étude spéciale que l'on peut ainsi résumer.

On détermine d'abord le tirage du collimateur qui donne des rayons parallèles d'une réfrangibilité donnée; il est commode de partir d'une radiation monochromatique visible, telle que la lumière de la soude. On fait de même pour la lunette, c'est-à-dire qu'on règle le réticule au foyer principal de cette radiation (*voir* l'Appendice I pour cette opération, qui fait partie du réglage général de l'appareil).

L'interposition du prisme, dont les faces sont presque toujours légèrement convexes, empêche que le foyer des rayons parallèles du collimateur donne, après réfraction, l'image focale de la fente au foyer principal de la lunette. Il y a un petit dépointement de $0^m,001$ à $0^m,002$; on le mesure exactement et on le répartit moitié sur le tirage du collimateur, moitié sur celui de la lunette. De cette manière, la marche des rayons est symétrique; les faisceaux sont parallèles à l'intérieur du prisme et légèrement convergents à l'extérieur.

Le dépointement varie un peu avec l'incidence; mais, comme on effectue toujours les mesures au minimum de déviation, le dépointement est bien défini et reste le même, quelle que soit la face d'incidence, c'est-à-dire lorsque la déviation des rayons s'effectue à droite ou à gauche, en vertu de la symétrie de la marche des rayons.

On observe ensuite une autre radiation au minimum de déviation du prisme, voisine comme réfrangibilité, et on lit le nouveau tirage de la lunette qui amène l'image du collimateur dans le plan du réticule; on partage encore la variation de tirage en deux parties égales, que l'on attribue moitié au collimateur, moitié à la lunette, et ainsi de suite de proche en proche pour les radiations visibles.

On a de la sorte une série de valeurs correspondantes :

- 1° Déviation du prisme, ou graduation du cercle qui la mesure;
- 2° Tirage du collimateur;
- 3° Tirage de la lunette.

On peut, avec ces données, construire graphiquement deux courbes ayant pour abscisses communes les lectures du cercle et pour ordonnées les tirages de la lunette et du collimateur.

Les points de ces deux courbes ainsi tracées ont l'inconvénient de

dépendre les uns des autres, puisqu'ils se déduisent de proche en proche des tirages précédents; on aurait donc avantage à éviter cette corrélation. On peut obtenir ce résultat d'une manière très simple et faire concourir toutes les observations à la détermination des éléments cherchés, à la condition d'opérer, non pas sur deux courbes, mais sur une seule, ayant pour ordonnée la *somme des tirages conjugués*. On va voir en effet que, dans les circonstances ordinaires des observations, où les objectifs de la lunette et du collimateur sont identiques; ce n'est pas la valeur absolue de chaque tirage qu'il importe de considérer, mais la somme des deux tirages correspondants. C'est ce qui résulte de la proposition suivante :

Lorsque les foyers conjugués du collimateur et de la lunette sont voisins des plans focaux principaux pour une radiation de réfrangibilité donnée, la somme des tirages conjugués correspondant à une même radiation est sensiblement constante et caractéristique de la réfrangibilité de cette radiation.

Soit F la distance focale principale du collimateur et de la lunette; on a, d'après la formule élémentaire des lentilles minces,

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{c'} = \frac{1}{F}, \quad \frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{F},$$

c étant la distance de la fente à l'objectif du collimateur et l celle du plan focal conjugué de la fente à l'objectif de la lunette. Si l'on néglige la distance optique des deux objectifs devant c' et l' , distances conjuguées de c et l (c' et l' sont extrêmement grands, puisque c et l sont voisins de F), on a sensiblement $c' = -l'$, d'où

$$\frac{1}{c} + \frac{2}{l} = \frac{1}{F},$$

Une variation très petite dc dans le tirage du collimateur entraîne une variation correspondante dl dans le tirage de la lunette, liée à la première par la relation

$$\frac{dc}{c^2} + \frac{dl}{l^2} = 0.$$

Si l'on est dans le voisinage des foyers principaux, c et l sont très

voisins de F et de L, supposés sensiblement égaux (1), d'où

$$dc + dl = 0.$$

Il en résulte que le rapprochement ou l'éloignement de la fente du collimateur entraîne un déplacement égal et de sens inverse pour le foyer conjugué de la lunette; donc la somme des lectures des tirages de la lunette et du collimateur est constante pour une radiation donnée. Cette somme est en outre caractéristique de la réfrangibilité de cette radiation, car, si l'on considère les lectures qui correspondent aux foyers principaux, ces lectures sont caractéristiques de cette réfrangibilité; comme la somme algébrique des variations des tirages conjugués est nulle, la somme des lectures des tirages est précisément égale à la somme des lectures correspondant aux foyers principaux.

Voici donc comment on doit opérer. Lorsque, suivant la marche précédemment décrite, on observe une radiation, on fait la somme des lectures des tirages de la lunette et du collimateur : *c'est la somme des tirages conjugués*. Il n'est pas besoin, d'après la proposition précédente, que la fente du collimateur soit exactement au foyer principal de la radiation considérée pour avoir une détermination valable : il suffit qu'elle n'en soit pas trop éloignée, si bien qu'on peut la laisser fixe, au moins comme première approximation, sur une étendue notable de réfrangibilité. On répète la même opération de proche en proche, et l'on a une série de positions conjuguées correspondant à des réfrangibilités ou déviations mesurées.

Pour faire concourir toutes les observations à la construction d'une courbe ou d'un Tableau donnant d'une manière continue les tirages en fonction des déviations, il suffit de porter en ordonnées les *sommes* des tirages conjugués, en prenant comme abscisses les déviations minima correspondantes. On obtient ainsi une série de points à travers lesquels on fait passer un trait continu s'en écartant le moins possible. On mesure la différence des ordonnées de la courbe avec l'ordonnée correspon-

(1) Si les deux distances focales principales F et L n'étaient pas égales, on aurait

$$\frac{dc}{F^2} + \frac{dl}{L^2} = 0;$$

la règle prendrait un énoncé moins simple, mais serait cependant encore facile à utiliser.

dant à la raie D, prise comme point de départ du réglage; la moitié de cette différence donne la quantité dont il faut diminuer les tirages du collimateur et de la lunette, supposés réglés avec la lumière de la soude.

On construit ainsi un Tableau procédant, par exemple, par demi-degrés de déviation croissante, sur lequel on inscrit à côté de chaque déviation (ou mieux de la lecture correspondante du limbe du goniomètre) les deux nombres exprimant les *tirages conjugués symétriques du collimateur et de la lunette*.

On a supposé implicitement jusqu'ici qu'on opérât sur des radiations visibles; quant aux radiations invisibles de la partie ultra-violette, on peut les traiter comme les radiations visibles, grâce à l'oculaire fluorescent imaginé par M. Baille et amené à une grande perfection par M. Soret. L'oculaire perfectionné est simplement une lame de verre d'urane, d'environ $0^m,001$ d'épaisseur, qu'on regarde obliquement dans le plan des raies à observer avec un oculaire ordinaire (¹). Deux traits en croix, tracés au diamant sur la surface exposée aux radiations ultra-violettes, servent de réticule et définissent le plan de visée de l'oculaire. Chacun peut adapter aisément un oculaire de cette sorte à la lunette de son goniomètre; la seule précaution à prendre est de protéger la lame de verre d'urane contre tous les reflets intérieurs à l'aide d'un diaphragme placé à $0^m,015$ ou $0^m,020$ en avant, diaphragme dont l'ouverture laisse seulement passer le faisceau convergent à observer.

Comme les rayons violets sont à la fois visibles à l'oculaire ordinaire et à l'oculaire fluorescent, on effectue aisément le *raccordement* de la portion visible du spectre et de la portion ultra-violette, en suivant la marche indiquée dans la première Partie de ce travail (p. 424). On détermine ainsi aisément la distance du réticule au plan de la lame fluorescente, c'est-à-dire l'épaisseur optique de l'oculaire fluorescent, comme l'épaisseur optique du porte-plaque dans le cas où l'on opère par les clichés photographiques.

On ne saurait trop recommander l'usage de l'oculaire fluorescent pour simplifier les essais méthodiques, qu'on effectue en quelque sorte *en aveugle* avec les procédés photographiques. La précision, il est vrai, n'est pas aussi grande qu'avec la Photographie; on n'obtient donc pas

¹) Voir la description de cet oculaire ' *Journal de Physique*, , t. III, p. 255).

les déterminations définitives, mais on obtient tous les éléments dont on a besoin avec une exactitude suffisante pour ne donner lieu à aucun mécompte grave dans l'emploi des clichés photographiques. On achève d'ailleurs les déterminations précises par la Photographie.

Telles sont les opérations nécessaires à la détermination de la Table des tirages conjugués du spectroscopie; elles paraîtront un peu minutieuses au lecteur non accoutumé à ces sortes de recherches, mais elles sont faciles et n'exigent qu'un peu de patience. Au commencement d'une série d'études de ce genre, il importe de les exécuter avec le plus grand soin, pour assurer la régularité des opérations ultérieures; si, pour abrégé, on pensait devoir se dispenser de ces déterminations préliminaires, on ne tarderait pas à reconnaître, à la suite de mécomptes rebutants, que le plus court est encore de suivre la marche recommandée ici.

3° MESURE PRÉCISE DE LA DÉVIATION DES RAIES D'APRÈS LES CLICHÉS. MÉTHODE DES CLICHÉS DOUBLES. — La méthode a été déjà décrite sommairement dans la première Partie de ce travail (p. 426, *loc. cit.*); elle consiste à obtenir sur le même cliché, l'une au-dessus de l'autre, les images des spectres déviés à droite et à gauche. Mais il faut, pour qu'un semblable cliché puisse donner toute la précision dont il est susceptible, que deux conditions soient remplies :

1° Le prisme doit être au minimum de déviation dans les deux positions où il est utilisé;

2° La radiation qui est au minimum de déviation doit être sensiblement au milieu du champ.

Ces deux conditions sont relativement très faciles à remplir, grâce à l'adjonction que j'ai indiquée d'une graduation en degrés sur le pourtour de la plate-forme mobile qui porte le prisme; un index fixe permet d'ailleurs de mesurer l'angle de rotation du prisme. Voici comment on opère.

On commence par observer une raie visible, la raie D par exemple, et par une rotation convenable du prisme on l'amène au minimum de déviation dans le milieu du champ de la lunette; on lit la graduation du cercle de la plate-forme. On répète plusieurs fois l'opération et l'on adopte la moyenne des lectures, qui servira d'origine au calcul des positions du prisme pour toutes les autres raies.

L'approximation du $\frac{1}{10}$ de degré suffit amplement, cette erreur correspondant à moins de 1" d'angle dans la définition de la déviation minimum (*voir l'Appendice II*).

On lit également l'azimut de la lunette, qui mesure la déviation de la raie observée; l'approximation de 1' est bien suffisante, car cette donnée ne sert qu'à définir approximativement la position de la lunette.

On répète la même série d'observations en plaçant le prisme dans la position qui donne la déviation minimum dans l'autre sens, et on lit successivement la position de la plate-forme du prisme et la position de la lunette.

Ces données suffisent pour placer, *a priori*, dans tous les cas, le prisme au minimum de déviation pour la radiation occupant le milieu du champ. Il suffit, en effet, de remarquer que la bissectrice de la section droite du prisme est également bissectrice de l'angle que font entre eux les rayons incident et émergent au minimum de déviation; la condition d'amener dans le milieu du champ un rayon au minimum de déviation se borne donc à faire tourner la plate-forme du prisme de la moitié de l'angle dont on déplace la lunette.

On calcule donc aisément une Table qui donne de degré en degré, pour la position de la lunette, la position correspondante du prisme; on la vérifie par quelques observations directes, soit dans la région visible, soit surtout dans la région ultra-violette avec l'oculaire fluorescent.

Cette Table est *indispensable* pour éviter des erreurs rebutantes que l'on ne manquerait pas de commettre dans les opérations précises, exigeant toute l'attention de l'observateur.

Cette opération préliminaire étant exécutée, si l'on veut effectuer une série de mesures de déviations absolues, on prépare un carnet d'expériences avec beaucoup de soin, afin d'y inscrire par avance :

1° La lecture du limbe qui amène la lunette à la déviation des raies que l'on veut observer (déviation à droite, par exemple);

2° Les tirages conjugués correspondants du collimateur et de la lunette;

3° La position correspondante du prisme;

Puis les mêmes éléments pour la déviation en sens inverse, car, à l'exception des tirages, tous les nombres sont différents.

Comme l'étendue angulaire du champ est de près de 1°, on procède

au moins par intervalles de $\frac{1}{2}$ degré, afin d'avoir des parties communes sur les clichés successifs et de se ménager des vérifications dans les mesures.

L'expérience étant ainsi préparée, on règle l'appareil d'après les données inscrites sur le carnet; la lunette étant mise en place, on couvre, à l'aide d'une petite lame de clinquant convenablement taillée, la moitié de la fente du collimateur; sur l'autre moitié, on concentre l'image solaire et l'on introduit le porte-plaque muni de sa glace sensibilisée à la place de l'oculaire. Pendant que la glace s'impressionne, on fait, avec toute la précision dont le cercle est susceptible, la lecture de l'azimut de la lunette, puis, interceptant la lumière du collimateur, on amène avec précaution la lunette ainsi que le prisme dans la position correspondant à la déviation inverse; on découvre l'autre moitié de la fente et l'on y concentre l'image solaire. La glace s'impressionne une seconde fois, et l'on fait de nouveau la lecture de l'azimut de la lunette.

Il est bon d'adopter une marche uniforme, c'est-à-dire de se servir toujours de la même partie de la fente pour les déviations de même sens.

La durée de pose varie, suivant la région du spectre que l'on étudie, depuis quelques secondes jusqu'à trois minutes, durée que l'on ne peut guère dépasser pour ces clichés doubles, sous peine de voir le collodion sécher et se recouvrir de taches pendant le développement de l'image.

On obtient ainsi un cliché présentant l'un au-dessus de l'autre deux spectres identiques, mais de sens inverses. Le milieu du champ est défini par la raie idéale dont les images seraient sur le prolongement l'une de l'autre. Ce cliché permet de déterminer avec une grande exactitude la déviation de toutes les raies qui se trouvent dans le voisinage du milieu du champ, c'est-à-dire 10' à 12' de chaque côté; au delà, le défaut de netteté rend les mesures moins certaines, quoique l'approximation soit toujours de l'ordre des 5", qu'il est difficile de dépasser.

Dès que le cliché est développé, lavé et verni à la gomme, on le repère, c'est-à-dire on le marque d'un signe conventionnel correspondant au carnet d'expériences; ce signe est placé de manière à faire connaître le *haut* et le *bas* du cliché, ce qui distingue le spectre dévié à gauche de celui de droite; le bourrelet de collodion qui se forme généralement au bas du cliché empêche le plus souvent toute méprise.

Relevé micrométrique du cliché. — On porte le cliché sur le chariot

d'un micromètre à vis fixé à la platine d'un microscope grossissant environ 25 fois. La perfection des images permettrait même un grossissement supérieur. On relève les raies importantes et bien définies de l'un des spectres dans un sens déterminé, puis en sens inverse les mêmes raies dans l'autre spectre; il en résulte qu'en mettant en regard les lectures relatives à la même raie on obtient une vérification de l'exactitude des pointés, car la somme des lectures correspondant à la même raie est constante dans toute la série; cette somme représente évidemment le double de la lecture correspondant au *milieu* du cliché, par rapport auquel les deux images de la même raie sont symétriques. L'approximation est toujours d'environ $\frac{1}{200}$ de millimètre (¹), ce qui donne une idée de la finesse et de la régularité des clichés.

On effectue alors pour chaque raie la différence des deux lectures, qui donne le double de la distance de cette raie au milieu du cliché; on a même le *signe* de cette distance si l'on a adopté la marche uniforme indiquée plus haut pour l'obtention et le repérage des clichés. Il suffit d'ailleurs d'avoir examiné préalablement le spectre, soit à l'oculaire fluorescent, soit sur une série convenable de clichés, pour ne pas hésiter sur le sens des déviations croissantes.

Réduction des valeurs linéaires en valeurs angulaires. — Le relevé micrométrique ne donne que des distances relatives en fonction d'une unité arbitraire dont il faut déterminer la valeur angulaire; cette valeur est d'ailleurs variable avec la longueur focale, c'est-à-dire avec le tirage de la lunette. Il importe donc de dresser une Table qui permette de faire la réduction d'une manière simple et rigoureuse. Voici comment on peut opérer.

On commence par déterminer la longueur exacte d'une distance focale correspondant à un tirage donné de la lunette, c'est-à-dire la distance comprise depuis le centre optique de la lentille (ou mieux du *point nodal* principal) jusqu'au plan de la glace dans le porte-plaque.

(¹) Il est bon, pour atténuer l'erreur périodique de la vis micrométrique, de répéter les mesures en changeant l'origine d'un demi-tour de la vis; on y arrive aisément en effectuant les pointés avec un réticule sur verre formé de deux traits parallèles distants d'un intervalle correspondant à un demi-tour. Les traits sur verre valent mieux que des fils, parce qu'on peut les interrompre au milieu du champ; les pointés y gagnent en précision, parce qu'ils se font avec l'extrémité du trait qui laisse libre la raie à relever. Cette disposition des traits s'applique surtout aux clichés qui présentent des repères.

L'approximation n'a pas besoin de dépasser $\frac{1}{10}$ et même $\frac{1}{5}$ de millimètre pour être en rapport avec les autres erreurs; on évalue donc cette distance en fonction du centimètre d'une bonne règle d'ivoire, et l'on mesure la valeur du centimètre moyen de la règle en fonction des divisions du micromètre.

Il résulte de ces évaluations qu'on connaît pour chaque tirage la valeur angulaire d'une division du micromètre, on en dresse la Table, ainsi qu'on peut le voir par l'exemple suivant :

Distance de la surface extérieure de la lentille au plan du porte-plaque, le tirage étant $0^d, 00$	23 ^c , 73
Distance du point nodal ⁽¹⁾ à la surface extérieure	— 0, 16
	23 ^c , 57

Le centimètre moyen de la règle d'ivoire vaut, en tours de vis du micromètre, $19^t, 95$.

La valeur angulaire θ d'un tour de vis du micromètre correspondant au tirage y est évidemment donné par la formule

$$\text{tang } \theta = \frac{1}{19,95(23,57 + y)}$$

On donne à y les valeurs successives de dixième en dixième de centimètre pour toute l'étendue des tirages employés, et l'on construit la Table du facteur de réduction $\text{tang } \theta$ et de ses multiples de 1 à 9.

Voici la disposition de cette Table :

Tour du micromètre.	Tirage de la lunette.			
	$2^d, 0$	$2^d, 10$	$3^d, 00$
1	404"	403"	389"
2	808	806	778
3	1212	1209	1167
.

(1) La lentille étant plan-convexe, le centre optique est sur la surface convexe et le point nodal cherché en est l'image à travers la surface plane, d'où l'on conclut, pour la distance du point nodal à la surface extérieure,

$$\delta = e \frac{n-1}{n};$$

e , épaisseur de la lentille : $0^m, 43$; n , indice moyen : 1,567.

Calcul des déviations. — Cette Table une fois construite, le calcul des déviations n'offre plus aucune difficulté. En effet, d'après le mode d'obtention des clichés, le déplacement de la lunette donne le double de la déviation de la raie idéale, située au milieu du champ. On a donc, en prenant la moitié de la différence des lectures azimutales de la lunette, la *déviatiou du milieu idéal du cliché* (milieu qui est rigoureusement défini par la demi-somme de tous les relevés micrométriques des raies). Comme, d'autre part, on a par la Table précédente l'*appoint* en secondes d'arc, positif ou négatif, correspondant aux raies de part et d'autre du milieu, on en conclut la déviation de chaque raie mesurée.

Un exemple achèvera de faire comprendre ce mode de calcul :

Cliché ρ_6 . — 6 novembre 1877; soleil brumeux. — Pose, une minute et demie.

Tirages.	{	Collimateur.....	0,85
		Lunette.....	2,07

Déviatiou à gauche.

Position du prisme, 323°, 8.

Lecture du cercle azimutal.	{	Premier vernier.....	33°.20'.15"
		Deuxième vernier...	20.10
Moyenne.....			33.20.13 + 180°

Déviatiou à droite.

Position du prisme, 87°, 6.

Lecture du cercle azimutal.	{	Deuxième vernier.....	326°.45'.10"
		Premier vernier.....	45.25
Moyenne.....			326.45.18

La différence des lectures azimutales $326^{\circ}45'18'' - 213^{\circ}20'13''$ donne le double $2M'' = 113^{\circ}25'5''$ de la déviation du milieu idéal du cliché, d'où

$$M = 56^{\circ}42'33''.$$

Ce cliché a été employé à relever trois raies, P, une raie intermédiaire λ et O, de la manière suivante (l'origine des lectures micrométriques est arbitraire) : un tour de vis vaut $\frac{1}{2}$ millimètre.

	Raies.	1 ^{er} pointé.	2 ^e pointé.	Moyenne.		Somme (vérification).	Différence.	Demi-diff.
Spectre de gauche.	P....	43,45	44,04	43,75	44,19	87,94	+ 0,44	+ 0,22
	λ....	44,75	45,34	45,05	42,90	87,95	- 2,15	- 1,08
	O....	46,64	47,23	46,94	41,00	87,94	- 5,94	- 2,97
Spectre de droite.	O....	40,70	41,29	41,00				
	λ....	42,60	43,19	42,90				
	P....	43,90	44,18	44,19				

On voit que les vérifications sont très satisfaisantes.

Les demi-différences + 0^t,22, - 1^t,08, - 2^t,97 représentent l'appoint; l'ordre des raies montre (indépendamment de la marche méthodique) que la déviation va en décroissant de P à Q, par conséquent donne le signe de ces demi-différences. Pour réduire cet appoint en secondes d'arc, on cherche dans la Table précédemment indiquée les facteurs correspondant au tirage 2,10 (le plus voisin de 2,07), et l'on calcule ainsi :

	Raie O. Demi-diff. : + 0,22.	Raie λ. Demi-diff. : - 1,08.	Raie P. Demi-diff. : - 2,97.
Pour 0 ^t ,20.....	80,6	Pour 1 ^t ... 403,0	Pour 2 ^t ... 806,0
Pour 0 ^t ,02.....	8,1	Pour 0 ^t ,08. 32,2	Pour 0 ^t ,9.. 362,5
			Pour 0 ^t ,07. 28,2
Appoint.....	88,7	435,2	1196,7
	= + 1' 29"	= - 7' 15"	= - 19' 57"
Déviaton de la raie idéale du milieu.	M = 56° 42' 33"	56° 42' 33"	56° 42' 33"
Déviaton définitive.	56° 44' 2"	56° 35' 18"	56° 22' 36"

On voit d'après cet exemple que, si la méthode est un peu longue à exposer, elle est d'une application très facile. Les erreurs deviennent presque impossibles si l'on a pris la précaution recommandée plus haut d'avoir des parties communes sur les clichés successifs. On obtient ainsi, par des voies entièrement différentes, plusieurs valeurs de la déviation de la même raie; l'accord des résultats est une garantie presque absolue de leur exactitude; les valeurs trop divergentes sont calculées à nouveau et corrigées ou rejetées si la divergence est inad-

missible. La divergence provient presque toujours d'une inadvertance dans la désignation de la raie.

C'est ainsi qu'on a obtenu le Tableau suivant, qui donne les déviations ⁽¹⁾ des dix raies les plus apparentes, s'étendant depuis O jusqu'à S, déduites de l'étude de neuf clichés obtenus le 14 octobre 1877 et de trois clichés supplémentaires du 6 novembre 1877.

Les plus nets, ceux qui inspiraient le plus de confiance, ont été relevés deux fois; les deux résultats concordants figurent dans la moyenne comme des déterminations isolées, pour tenir, jusqu'à un certain point, compte de leur importance.

L'époque avancée de l'année n'a pas permis d'obtenir de bons clichés doubles dépassant notablement la raie S. On verra plus loin comment on a tourné cette difficulté en employant un spectre auxiliaire. J'ai adopté pour la désignation des raies O, P, Q, R, r, et S ⁽²⁾ celles de M. Mascart; les autres sont désignées par la longueur d'onde que leur assigne le dessin qui résume le présent Mémoire.

⁽¹⁾ Pour rendre ces observations comparables à celles des divers physiciens qui peuvent s'occuper de semblables mesures, j'ai mesuré le 14 octobre, après la série des clichés r_1, \dots, r_9 , les déviations des raies visibles D et F (température = 14°,6) :

<i>Raie D (la plus réfrangible et la plus forte); tirage du collimateur, 2,0.</i>	<i>Raie F; tirage du collimateur, 1,68.</i>
Déviations à droite..... $\pi + 38. 4. 30''$	$37. 6. 0''$
	15
Déviations à gauche..... 322. 11. 0	323. 9. 50
	20
d'où l'on conclut..... $2\Delta = 104. 6. 47$	$2\Delta = 106. 3. 57$

On peut de ces données tirer l'angle du prisme qui doit servir à calculer les indices de réfraction d'après la connaissance de l'indice ordinaire du spath pour la raie D. On verra dans l'Appendice I que la mesure exacte de l'angle du prisme est toujours une opération délicate. On y trouvera également le résumé des déterminations relatives à l'angle de ce prisme $A = 60^\circ 1' 10''$.

⁽²⁾ Je l'appellerai S_1 pour la distinguer du groupe triple S_2 , un peu plus réfrangible et qui coïncide avec une raie triple du spectre du fer.

TABLEAU I.
Déviations des raies principales du spectre solaire, de O à S, par un prisme de spath d'Islande de 60° 1' 10
(rayon ordinaire).

DÉSIGNATION des éclipsés.	O.	P.	$\lambda = 330,40.$	Q.	$\lambda = 324,59.$	$\lambda = 320,16.$	R.	r.	$\lambda = 312,50.$	S.
r ₁	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	57.53.35	58. 0.31	58. 9.27
r ₂	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	57.53.39	58. 0.29	58. 9.27
r ₃	" " "	" " "	" " "	" " "	57.18. 0	57.32.48	57.40.48	57.53.26	" "	" "
r ₄	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	57.32.54	57.40.37	57.53.17	58. 0.18	" "
r ₅	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	57.40.49	57.53.22	58. 0.31	" "
r ₆	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	57.53.21	58. 0.23	58. 9.14
r ₇	" " "	" " "	" " "	" " "	57.18. 3	57.32.51	" " "	" " "	" "	" "
r ₈	" " "	" " "	56.59.57	57. 5.46	57.18. 3	" " "	" " "	" " "	" "	" "
r ₉	" " "	" " "	56.59.53	57. 5.46	57.18.17	" " "	" " "	" " "	" "	" "
r ₁₀	56.23.12	56.44.12	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "
r ₁₁	56.22.36	56.43.57	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "
r ₁₂	56.22.31	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "
r ₁₃	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "
r ₁₄	56.22.52	56.43.53	" "	" "	" "	" "	" "	57.53.17	58. 0.17	58. 9.14
r ₁₅	56.22.36	56.44. 2	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "	" "
Moyenne adoptée.	56.22.45	56.44. 1	56.59.57	57. 5.46	57.18. 6	57.32.51	57.40.45	57.53.27	58. 0.26	58. 9.26

Emploi d'un spectre de comparaison pour prolonger la série de mesures.

— Le Tableau ci-dessus contient les déviations de toutes les raies qui ont pu être obtenues par doubles clichés à une époque avancée de l'année; aux environs du solstice d'été et vers midi, on aurait pu aller plus loin, mais il aurait toujours été difficile d'atteindre l'extrême limite, à cause du défaut d'intensité des radiations. Pour éviter tous ces inconvénients, j'ai utilisé une propriété très remarquable du spectre solaire (1), celle de présenter une coïncidence parfaite entre ses principales raies sombres et les raies brillantes du spectre du fer. Cette propriété est d'autant plus précieuse dans le cas présent, que l'extrémité du spectre du Soleil est presque exclusivement formée par les raies du fer; il en résulte que le spectre de ce métal donne non seulement les raies les plus fortes du spectre solaire, mais jusqu'à un certain point le canevas et la physionomie propre de cette région.

Cette coïncidence, établie d'abord par la comparaison à la chambre claire d'excellents clichés du spectre solaire obtenus au mois de juin 1877 avec des clichés du spectre du fer (2), puis par un très grand nombre de comparaisons directes, peut être considérée comme aussi précise que les coïncidences constatées journellement dans les régions du spectre où les observations sont faciles.

J'ai donc adopté le spectre du fer comme *spectre de comparaison*, et j'ai effectué, suivant la même marche que précédemment, une série de mesures qui m'ont fourni les déviations des raies principales de l'extrémité du spectre solaire et même permis de prolonger les déterminations un peu au delà de la limite connue, jusqu'à des raies dont l'existence est très probable, mais n'a pas encore été constatée.

(1) Voir *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVI, p. 315.

(2) Ces comparaisons ont été effectuées en dessinant à la chambre claire (dite d'Oberhäuser) les raies du spectre du fer d'après un bon cliché, puis en substituant à ce cliché celui du spectre solaire dans la même région, fait avec le même appareil, dans les mêmes conditions de réglage; l'identité évidente de forme de certains groupes (raie T en particulier) permet d'établir une première coïncidence et d'apercevoir les autres moins apparentes.

TABLEAU II.

Déviations des raies principales du spectre du fer (région S à U).

DÉSIGNATION des clichés.	$\lambda = 311,65.$	$S_2.$ $\lambda = 304,18.$	$\lambda = 302,98.$	$\lambda = 302,48.$	T.	$\lambda = 298,42.$	U.	$\lambda = 293,73.$	$\lambda = 292,86.$
φ_1	$58^\circ 3' 52''$	$58^\circ 10' 8''$	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "	" " "
φ_2	"	$58.10.19$	$58.38.32$	$58.40.36$	$58.42.47$	$58.58.42$	"	"	"
φ_3	"	"	"	"	"	$58.58.38$	$59.16.0$	$59.21.17$	$59.26.18$
Moyenne diminuée de $15''$.	$58. 3.37$	$58.10. 0$	$58.38.17$	$58.40.21$	$58.42.32$	$58.58.25$	$59.15.45$	$59.21. 2$	$59.26. 3$

La désignation des raies par des lettres ou les valeurs des longueurs d'onde se rapportent à la deuxième Plaque qui résume le présent Mémoire.

Le Tableau ci-dessus donne les résultats déduits de trois clichés obtenus le 22 décembre 1877, avec le même *petit goniomètre* et le même prisme de spath d'Islande que les clichés précédents; la source de lumière était une étincelle d'induction jaillissant entre deux électrodes de fer (deux pointes de Paris; bobine d'induction modèle moyen, une bouteille de Leyde de 2^{lit} de capacité).

La raie S₂ n'est pas la raie S₁ du Tableau précédent; c'est une raie très forte du fer qui paraît unique avec une faible dispersion, mais qui est en réalité formée de trois composantes égales en éclat et équidistantes. La raie désignée par S est la raie simple S₁ sur le dessin de M. Mascart, mais elle est en réalité double, coïncidant avec deux raies du nickel (*voir la Pl. II* du présent Mémoire).

Pour effectuer le raccordement de cette série de mesures avec la série précédente, j'ai relevé sur le cliché r₁ (effectué avec le tirage 1,65) la distance angulaire du milieu de S₁ et du milieu de S₂ :

Spectre de droite	{	S ₁ ...	60,29	Spectre de gauche	{	S ₁ ...	60,08
		S ₂ ...	60,37			S ₂ ...	60,00
		Différence.....	0,08				0,08

Cette distance linéaire correspond à 33", d'après la Table indiquée p. 42.

D'où l'on conclut pour la déviation de S, d'après la seconde série, 58° 10' 15" — 33" = 58° 9' 42". La mesure directe avait donné (Tableau I) 58° 9' 26"; la différence de 16" s'explique par quelques petites différences dans le réglage et dans la température du prisme dans les deux séries de mesures.

Le relevé graphique donne pour la même région une différence un peu plus faible (12" et 14"). J'ai opéré le raccordement des deux séries en retranchant 15" à toutes les mesures de la seconde; c'est ce qui explique la correction des moyennes du Tableau II.

Exécution du dessin. — Avec ces données, le dessin du spectre solaire ne présente plus de difficultés. Une graduation en centimètres a été tracée sur une feuille à dessin tendue sur une planchette, et avec une règle divisée j'ai tracé, à l'échelle de 0^m,01 pour 1' d'angle, les raies déterminées par leur déviation d'après les Tableaux I et II. Les raies intermédiaires ont été intercalées, d'après les clichés, à l'aide d'un mi-

croscopie muni d'une chambre claire. Par un choix convenable de l'objectif et du tirage du corps du microscope, on arrive aisément à faire coïncider l'image des raies du cliché avec les deux raies correspondantes du dessin. Les raies intermédiaires se trouvent immédiatement dans leur position réelle; il n'y a plus qu'à les tracer au crayon. Grâce à ce que les clichés et les dessins présentent la même loi de dispersion des raies, la proportionnalité est toujours presque parfaite, et la petite variation continue de ⁽¹⁾ leur rapport, étant extrêmement lente, ne peut produire aucune erreur appréciable. Ce procédé très simple me paraît aussi exact que celui du relevé au micromètre, lorsqu'il s'agit de construire un dessin à grande échelle, dont l'un des plus grands mérites doit être de représenter l'*effet* des groupes de raies. J'ai, du reste, déjà insisté sur ce point dans mon précédent Mémoire (*voir* t. VIII, p. 433).

On obtient ainsi rapidement un spectre prismatique très complet; on le perfectionne dans ses détails en comparant le dessin avec les meilleurs clichés, obtenus en dehors de ceux qui ont servi aux déterminations numériques. Ainsi, outre les quinze clichés qui ont concouru aux mesures des Tableaux I et II, j'ai employé environ cinquante clichés du spectre solaire seul et plus de cent cinquante clichés de comparaison du spectre du fer ou du soleil avec les spectres des métaux principaux, nickel, aluminium, calcium, magnésium, cobalt, titane, etc. Ces comparaisons ont permis non seulement d'établir les coïncidences entre les raies du spectre solaire et celles des métaux, mais encore de discuter les apparences souvent incertaines des groupes de raies solaires. Dans les cas douteux, de nouvelles épreuves ont été exécutées avec le *grand goniomètre*, dont les clichés supportent un plus fort grossissement.

J'ai obtenu de cette manière un dessin s'étendant depuis les raies précédant la raie O jusqu'à la raie U; il comprend un intervalle angulaire de 3°5', qui, à l'échelle de 0^m,01 par mètre, représente un développement de 1^m,85; le nombre de raies qui s'y rencontrent s'élève à plus de 800.

(1) Elle est causée par la variation de tirage de la lunette nécessitée par la mise au point relative à chaque réfrangibilité.

DÉTERMINATION DIRECTE DES LONGUEURS D'ONDE DES RAIES PRINCIPALES.

Le défaut d'intensité des radiations solaires ultra-violettes rend les observations photographiques des spectres de diffraction particulièrement difficiles. J'ai répété avec beaucoup de soin les diverses tentatives faites avec les réseaux sur verre, et au début j'ai rencontré les mêmes difficultés que mes devanciers. Comme M. Mascart, je n'ai guère pu dépasser la raie R en employant le réseau de Nobert (1801 traits) par transmission, à cause du pouvoir absorbant de la glace sur laquelle il était tracé. Un réseau au $\frac{1}{60}$ de millimètre, que j'avais construit en 1871 sur noir de fumée, remarquable par sa surface ($0^m,025$ sur $0^m,027$) et l'éclat des premiers spectres, ne m'a pas permis d'aller plus loin que la raie S; mais la dispersion était insuffisante pour obtenir la précision que j'avais en vue.

J'aurais dû, à ce moment, essayer les spectres obtenus par réflexion sur la face striée du réseau; j'en ai été détourné tout d'abord par les essais infructueux de M. Mascart.

J'ai alors perdu beaucoup de temps à tracer sur quartz (1) des réseaux au $\frac{1}{60}$ et au $\frac{1}{80}$ de millimètre, à l'aide d'une petite machine que j'ai construite et qui fonctionne automatiquement. Ces réseaux, dont quelques-uns sont assez parfaits, ont servi à l'observation photographique du spectre ultra-violet par la méthode des *clichés doubles*. Tous les clichés obtenus ainsi ont été relevés et réduits; bien que les mesures angulaires fussent très concordantes (2), l'erreur relative des résultats m'a paru dépasser la limite que m'imposait la précision du spectre prismatique. J'ai donc rejeté toutes ces observations.

J'en revins alors à étudier les spectres de diffraction par réflexion sur un réseau très lumineux au $\frac{1}{100}$ de millimètre, construit par

(1) Les uns sont tracés au diamant, d'autres à la pointe sur une couche d'arsenic métallique déposé par l'appareil de Marsh, d'autres enfin sur noir de fumée convenablement lavé de l'alcool ou avec de la benzine contenant 1 pour 100 de cire vierge.

(2) Je me bornerai à citer, plutôt comme exemple de la sûreté de la méthode de réduction des clichés doubles et de l'exactitude des pointés qu'on peut obtenir avec de petits instruments, les observations faites sur la raie ν . C'est une raie assez bien isolée et se prêtant

MM. Brunner. Les résultats furent plus satisfaisants; la dispersion, presque double, permettait une précision plus que double, en atténuant l'effet des aberrations des objectifs achromatiques que j'employais. Mais le manque d'éclat (vu surtout l'époque avancée de l'année) empêchait toujours de dépasser notablement la raie S. Je pus alors me convaincre qu'il en serait probablement toujours ainsi, même en attendant une saison plus favorable, et qu'il serait presque impossible d'atteindre les raies solaires les plus réfringibles avec les réseaux dont je disposais; j'ai donc été ramené à l'emploi du spectre auxiliaire de comparaison, ainsi qu'on va le voir bientôt.

Mode d'obtention des clichés du spectre de diffraction. — La méthode des *clichés doubles*, employée pour la mesure des déviations prismatiques, s'applique très bien avec les prismes, parce qu'on est assuré que les images d'une même raie, déviées à droite et à gauche, se font exactement à la même distance focale.

Avec les réseaux, qui donnent également des images symétriques, on rencontre des difficultés spéciales. Dans la plupart des cas, les spectres symétriques exigent une mise au point différente ⁽¹⁾; or,

à des mesures précises, malgré la faiblesse de la dispersion. Elle a été mesurée sur douze clichés différents dans le spectre du second ordre.

Réseau sur quartz au $\frac{1}{60}$ de millimètre. — Méthode des clichés doubles.

Déviation de la raie r.	
2.8.58 ^{0'58"}	2.8.42 ^{0'42"}
2.9. 2	2.8.38
2.8.49	2.8.56
2.8.58	2.8.55
2.8.59	2.9. 2
2.8.58	2.8.57

Moyenne..... 2° 8' 55"

d'où

$$\lambda = 314,25.$$

Les mesures ultérieures ont donné 314,51.

La constante du réseau a été trouvée égale à $0^{\text{mm}},016764$, d'après l'observation des raies C, D et b_1 .

⁽¹⁾ Ce défaut des réseaux s'explique aisément par l'existence d'une variation systématique dans la distance des traits; j'ai donné la théorie complète de ce phénomène (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXX, p. 645).

comme on ne doit pas toucher à la lunette pendant l'obtention des deux parties du cliché double, il en résulte que les deux images spectrales n'ont pas la même netteté; de plus, les deux spectres ont rarement la même intensité: on perd donc en grande partie le bénéfice de la méthode des clichés doubles, qui suppose la symétrie complète des deux spectres et par-dessus tout leur netteté.

Lorsqu'on opère, non plus par transmission, mais par réflexion, les spectres de diffraction ne sont plus symétriques par rapport à aucune direction [excepté lorsque le plan du réseau est perpendiculaire au rayon incident, cas simple qui présente beaucoup d'inconvénients (1)] et, comme ils risquent de présenter une différence de netteté et une différence d'éclat, on ne peut qu'exceptionnellement employer la méthode des clichés doubles.

On est donc forcé de revenir à la méthode des repères décrite et employée dans la première Partie de ce travail (voir *loc. cit.*, p. 425). Elle consiste à fixer la lunette sur le limbe à un azimut A tel que la raie principale à observer soit sensiblement dans le milieu du champ; puis, quand l'épreuve est terminée, on ramène la lunette dans le voisinage de l'azimut A_0 , azimut de l'image centrale du réseau (image de la fente, non diffractée), de manière à produire deux impressions linéaires de la fente correspondant à deux azimuts $A_0 \pm \alpha$. Il en résulte que le cliché présente alors la série des raies et, de chaque côté, deux repères qui forment deux raies idéales, dont la déviation est connue avec toute la précision des lectures du cercle. L'une fait avec l'image de la fente un angle $A - A_0 - \alpha$, l'autre un angle $A - A_0 + \alpha$. La distance des repères donne en même temps l'échelle angulaire du cliché, et permet de calculer la déviation de toutes les raies intermédiaires.

La netteté des repères est ici la condition indispensable de la méthode; or, comme l'impression de l'image directe de la fente est produite par les radiations de toute réfrangibilité qui pénètrent dans le collimateur, il faut que les objectifs du goniomètre soient *achromatiques* (2), sans

(1) Ainsi, on ne peut pas observer les premiers spectres de chaque côté, parce que la lunette vient buter sur le collimateur.

(2) A la rigueur, on pourrait se dispenser de cette condition; mais il faudrait pour cela imaginer un dispositif permettant de n'employer pour la production des repères que la partie des radiations de même réfrangibilité que celles que l'on étudie. On a déjà construit

quoi, l'image de la fente est estompée. J'ai donc été amené à l'emploi d'objectifs achromatiques, formés par deux substances transparentes pour les radiations ultra-violettes. Le quartz et le spath d'Islande (rayon ordinaire) étaient naturellement désignés; la différence qu'ils présentent dans leur dispersion permet d'obtenir un achromatisme satisfaisant, en prenant une lentille convergente de quartz et une lentille divergente de spath d'Islande, taillées toutes deux perpendiculairement à l'axe optique.

On trouvera plus loin (Appendice III) les détails relatifs à la construction de ces objectifs; il suffira de dire ici que, malgré les difficultés de taille que présente le spath d'Islande, ces objectifs ont été construits d'une manière très satisfaisante par M. J. Duboscq; ils n'ont pas la finesse de définition des objectifs de verre, mais ils sont cependant assez parfaits pour dédoubler facilement la raie D avec un prisme de spath d'Islande de 60°.

On règle la lunette et le collimateur avec la lumière de la soude suivant la méthode générale (Appendice I), puis sur la région des raies G, H, qui donne à la fois des impressions sur l'œil et sur la plaque sensible; finalement, quelques essais méthodiques permettent d'obtenir le tirage qui donne, grâce à l'achromatisme très approché, une épreuve de tout le spectre ultra-violet avec une netteté satisfaisante.

Les épreuves des spectres de diffraction obtenus avec le réseau Brunner au $\frac{1}{100}$ de millimètre ont été faites, comme on l'a dit plus haut, par réflexion sur la face striée, en choisissant le deuxième spectre le plus lumineux; il se recommande par une plus grande dispersion que le premier, sans empiéter sur les autres d'une manière gênante comme les spectres d'ordre supérieur. L'inclinaison du réseau sur le rayon incident a été choisie de manière à pouvoir observer la raie D, dans les spectres des trois premiers ordres, de part et d'autre de l'image centrale. Cette observation de la raie D sert à la détermination de la constante du réseau.

Lorsque la normale au réseau, au lieu d'être parallèle au faisceau

des appareils donnant des radiations d'une réfrangibilité déterminée, mais ils sont compliqués et coûteux. L'emploi d'objectifs achromatiques me paraît être la solution la plus simple et la plus générale de ce problème.

incident, fait avec cette direction un angle i , la formule que l'on établit aisément par la construction géométrique bien connue est la suivante :

$$a (\sin i + \sin \delta_n) = n\lambda,$$

que l'on met sous la forme

$$\frac{1}{n} \sin \frac{i + \delta_n}{2} \cos \frac{i - \delta_n}{2} = \frac{\lambda}{2a}$$

pour la rendre facilement calculable par logarithmes.

n est positif pour les déviations des rayons diffractés situés du même côté du rayon réfléchi que la normale et négatif de l'autre côté; δ_n est la déviation comptée à partir de la normale et positivement dans le sens qui va au rayon incident.

On détermine i en pointant directement la lunette sur la fente du collimateur, le réseau étant ôté; on lit l'azimut P_0 correspondant. Le réseau étant réglé, et placé dans la position définitive, on amène la lunette de façon à pointer sur l'image réfléchie de la fente; on lit le nouvel azimut P_1 ; $P_1 - P_0$ est égal évidemment à $\pi - 2i$. Quant à la déviation, elle est donnée par les repères, ainsi qu'il a été dit plus haut.

La déviation δ_n n'est pas observée directement, parce que l'on rapporte plus volontiers les spectres au rayon réfléchi; il en résulte que l'on observe $\delta_{-n} + i$ ou $i - \delta_{-n}$ suivant que l'on observe les spectres de part ou d'autre de ce rayon.

Voici un exemple d'observation photographique :

Cliché B₁₃. — 2 novembre 1877, 0^h 15^m; pose quatre minutes.

Deuxième spectre. $n = 2$

Tirage. { Lunette (tirage fixe, réglé une fois pour toutes par le porte-plaque).
Collimateur. 1,05

Azimut de l'épreuve.	{	320.40'.15"	10	Repères.	{	324.20'.25"	15	325.50'.10	05
------------------------------	---	-------------	----	----------	---	-------------	----	------------	----

Ces données ne suffiraient pas; il faut connaître la constante du réseau

et l'incidence. Les observations suivantes les ont fournies à la fin de la série :

RÉSEAU BRUNNER ($\frac{1}{100}$ de millimètre). — *Observation de la raie D₂*
(la plus réfrangible, $\lambda = 588,89$, d'après Angström).

	<i>n.</i>	Azimat.	$\log \frac{\lambda}{2a}$
Troisième spectre de droite...	+ 3	$\left\{ \begin{array}{l} 314^{\circ} 3' 30'' \\ 314^{\circ} 3' 15'' \end{array} \right.$	$\bar{2},46991$
Deuxième " ...	+ 2	$\left\{ \begin{array}{l} 317^{\circ} 37' 25'' \\ 317^{\circ} 37' 10'' \end{array} \right.$	75
Premier " ...	+ 1	$\left\{ \begin{array}{l} 321^{\circ} 16' 5'' \\ 321^{\circ} 15' 55'' \end{array} \right.$	67
Image réfléchie de la fente....		$\left\{ \begin{array}{l} 325^{\circ} 1' 0'' \\ 325^{\circ} 0' 50'' \end{array} \right.$	
Premier spectre de gauche...	- 1	$\left\{ \begin{array}{l} 328^{\circ} 54' 0'' \\ 328^{\circ} 53' 40'' \end{array} \right.$	75
Deuxième " ...	- 2	$\left\{ \begin{array}{l} 332^{\circ} 57' 5'' \\ 332^{\circ} 56' 55'' \end{array} \right.$	89
Troisième " ...	- 3	$\left\{ \begin{array}{l} 337^{\circ} 13' 0'' \\ 327^{\circ} 12' 45'' \end{array} \right.$	81
Image directe de la fente :			
Le réseau étant ôté.....		$\left\{ \begin{array}{l} 2\pi + 89^{\circ} 59' 55'' \\ 2\pi + 89^{\circ} 59' 50'' \end{array} \right.$	Moyenne : $\log \frac{\lambda}{2a} = \bar{2},46980$

d'où

$$a = 0^{\text{mm}},009983$$

On conclut de ces observations

$$\pi - 2i = 2\pi + 89^{\circ} 59' 58'' - 325^{\circ} 0' 55'', \text{ d'où } i = 27^{\circ} 30' 31'',$$

nombre qui sert pour toute la série.

On voit combien les observations de la raie D sont concordantes, d'après les six valeurs de $\log \frac{\lambda}{2a}$ qu'on en déduit.

Revenant aux données de l'épreuve photographique B₁₃, on en conclut que les repères tracés par l'image réfléchie de la fente font avec le rayon réfléchi les angles

$$\alpha' = 324^{\circ} 20' 20'' - 320^{\circ} 40' 13'' = 3^{\circ} 40' 7'' = i + \delta'_2,$$

$$\alpha'' = 325^{\circ} 50' 8'' - 320^{\circ} 40' 13'' = 5^{\circ} 9' 55'' = i + \delta''_2.$$

Comme on connaît $i = 27^{\circ}30'31''$, on calcule $i - \delta_2$ et $i - \delta_2''$; substituant dans la formule, on trouve

$$\lambda' = 288,00, \quad \lambda'' = 407,91$$

pour les longueurs d'onde des raies idéales formées par les repères.

Le cliché B_{13} , comme on le voit, contient la totalité du spectre solaire ultra-violet dans l'intervalle angulaire de

$$(5^{\circ}9'55'' - 3^{\circ}40'7'') = 1^{\circ}29'48'' = 5388''$$

que comprennent les deux repères. La netteté étant satisfaisante, on relève au micromètre, comme précédemment, les raies principales. Les deux repères donnent l'échelle de réduction et permettent de calculer l'angle $\alpha = i + \delta$ que fait chaque raie avec le rayon réfléchi; la substitution des deux valeurs $i + \delta$ et $i - \delta$ dans la formule permet de calculer sa longueur d'onde.

On peut également opérer par interpolation, d'après la connaissance des longueurs d'onde correspondant aux repères; l'opération numérique est même très courte et susceptible de vérifications très simples, lorsque l'on peut admettre que la variation des longueurs d'onde est proportionnelle à la distance aux repères: c'est ce qui avait lieu dans mon premier travail (*voir* p. 426), où les longueurs d'onde étaient proportionnelles aux déviations et où la distance des repères n'était que de 40'. Mais ici la proportionnalité n'est pas absolue, parce que la loi qui donne la longueur d'onde en fonction de la déviation de la raie est plus complexe que dans le cas précédent. L'erreur maximum qui affecte les raies situées au milieu des repères s'élève ici à + 0,17, ainsi que le montre le calcul direct. Mais cette erreur, une fois connue, sert à corriger les valeurs intermédiaires par une formule d'interpolation très simple (*voir* l'Appendice IV). Ce mode de calcul, si différent du calcul direct, sert de contrôle numérique. Dans la réduction des valeurs du Tableau III, j'ai suivi l'ordre inverse, réservant le calcul direct comme vérification: c'est ce qui explique la colonne de correction dans ce Tableau.

Parmi les clichés de la série du 2 novembre 1877, cinq (désignés par $B_9, B_{12}, B_{13}, B_{14}, B_{15}$) ont présenté une netteté assez satisfaisante pour mériter d'être réduits; les repères sont situés dans des régions

voisines, mais non identiques. Le Tableau suivant donne les résultats relatifs à toutes les raies observées :

TABLEAU III.

Détermination des longueurs d'onde des raies principales, obtenue avec le réseau Brunner au $\frac{1}{100}$ de millimètre.

DÉSIGNATION des raies.	B ₉ .	B ₁₂ .	B ₁₃ .	B ₁₄ .	B ₁₅ .	MOYENNE.	CORRECTION.	VALEUR définitive.
G' (¹).....	»	433,70	434,10	433,95	433,94	433,92	+ 0,16	434,08
h.....	409,77	410,08	410,03	410,13	410,21	410,04	0,01	410,05
H.....	396,53	396,95	396,99	396,89	396,97	396,87	- 0,06	396,81
K.....	393,25	393,46	393,39	393,40	393,48	393,40	- 0,07	393,33
L.....	»	»	382,15	381,96	382,14	382,08	- 0,12	381,96
M.....	372,71	372,91	372,71	372,75	372,72	372,76	- 0,14	372,62
N.....	357,99	358,50	358,40	358,45	358,42	358,35	- 0,17	358,18
O.....	343,91	344,31	344,19	344,48	344,44	344,27	- 0,17	344,10
P.....	335,86	336,01	336,26	336,22	336,39	336,15	- 0,15	336,00
Q.....	328,56	328,71	328,96	328,81	328,76	328,76	- 0,13	328,63
R.....	»	318,05	318,11	318,00	318,27	318,11	- 0,12	317,98
r.....	314,37	314,53	314,67	314,62	314,78	314,59	- 0,12	314,47
S ₁ S ₂ (²).....	310,24	310,53	310,48	310,48	310,33	310,41	- 0,10	310,31
Trace.....	»	306,82	307,08	307,20	307,05	307,04	- 0,09	306,95

(¹) G' et h, raies du spectre solaire coïncidant avec des raies de l'hydrogène.
(²) Milieu de S₁ et S₂ (voir plus haut, p. 49).

Ainsi, malgré la faible dispersion du réseau, la concordance des mesures entre elles est assez grande; la concordance avec les résultats antérieurement obtenus par M. Mascart et par moi (voir *loc. cit.*, p. 431) jusqu'à R ou jusqu'à O n'est pas moins satisfaisante.

Emploi du spectre du fer comme spectre auxiliaire de comparaison. — Je n'ai pas cru toutefois devoir me contenter de cette série, d'abord parce qu'elle est incomplète et ne dépasse pas la raie S, mais surtout à cause de la faible dispersion du réseau, qui ne donnait pas, pour certains groupes, assez de finesse dans les détails.

Le réseau de Nobert (1801 traits), dont je m'étais servi dans mon

précédent travail et qui fournit des spectres trois fois plus dispersés, donnant beaucoup moins d'éclat que le réseau Brunner, ne pouvait pas donner de meilleurs résultats avec la lumière du Soleil.

J'ai heureusement pu l'utiliser en profitant de la propriété déjà signalée du spectre de la vapeur de fer. Dans l'arc électrique, les radiations de la vapeur de fer incandescent atteignent à égale réfrangibilité un éclat beaucoup plus vif que celles du Soleil, obscurcies par l'absorption de l'atmosphère terrestre. J'ai donc pris comme source lumineuse l'arc électrique fourni par une pile de cinquante-cinq éléments Bunsen jaillissant entre deux tiges de fer ⁽¹⁾; ces raies lumineuses étant pour la plupart en coïncidence avec les raies du spectre solaire, j'ai retrouvé sans peine les raies correspondant aux raies L, M, N, O, Q, S₂, T, U.

Le mode d'observation suivi dans ces mesures a été exactement le même que dans le cas précédent. L'observation photographique a porté sur le premier spectre de droite, dont l'éclat observé à l'oculaire fluorescent était notablement plus grand que celui des autres spectres; la seule différence a consisté à employer le grand goniomètre, dont les lunettes sont doubles, et le réseau de Nobert, dont la dispersion est triple; la précision était donc environ trois fois plus grande, puisque l'on observait le premier spectre au lieu du second. Les objectifs étaient également achromatiques et formés de lentilles de quartz et spath d'Islande, de 0^m,46 de longueur focale. Je suis revenu dans cette série aux repères distants de 40', à cause des diaphragmes intérieurs à la lunette, qui ne permettaient pas un plus grand écartement.

Une série de clichés a été obtenue ainsi, parmi lesquels quatre, désignés par Y₁, Y₂, Y'₃, Y''₄, se sont distingués par la netteté des images; ils ont été réduits et ont fourni les longueurs d'onde de vingt raies principales, consignées dans le Tableau IV.

La constante du réseau α et l'angle d'incidence ont été déterminés à la fin de la série; la raie D₂ de la soude ($\lambda = 588,89$), qui est toujours très brillante dans l'arc électrique, a pu être observée dans trois spectres. Voici le détail des mesures de ces éléments :

(¹) Ou mieux entre une tige de fer et un petit bloc de fer maintenu en fusion par la chaleur de l'arc sur un gros charbon.

RÉSEAU DE NOBERT (1801 traits). — *Observation de la raie D₂ (la plus réfrangible).*

	Azimut.	$\log \frac{\lambda}{2a}$.
Deuxième spectre de droite.....	306° 0'.50"	2,89391
Premier spectre de droite.....	315.14.27	2,89395
Image réfléchie de la fente.....	324.58.18	
Deuxième spectre de gauche.....	348.14.57	2,89374
Le réseau étant ôté :		Moyenne :
Image directe de la fente.....	$2\pi + 90.4.42$	$\log \frac{\lambda}{2a} = 2,89383$
		d'où
		$a = 0^{\text{mm}}, 037599$

Ces trois déterminations de a sont très concordantes entre elles et conduisent à un résultat presque identique à celui que j'avais déduit, dans mon premier Mémoire (p. 428), de la mesure directe,

$$a = 0,003762,$$

ou de la mesure par l'observation des raies C, D, b_1 , F, ..., par transmission,

$$a = 2 \times 0,0018805 = 0,0037610.$$

C'est donc une preuve en faveur de l'exactitude de la méthode, exactitude qu'il était bon de contrôler, puisque l'emploi du réseau se fait dans des conditions plus complexes, obliquité et réflexion au lieu de normalité et transmission.

TABLEAU IV.

Détermination des longueurs d'onde des raies de la vapeur de fer en coïncidence avec des raies désignées du spectre solaire, obtenue avec le réseau Nohert (1801).

DÉSIGNATION des raies.	Y ₁ .	Y ₂ .	Y ₃ '.	Y ₄ ''.	MOYENNE.	VALEURS du Tableau III.	DÉTERMINATIONS antérieures.	
							CORNU.	MASCART.
»	407,04	»	»	»	407,04	»	407,11	»
H (¹)....	396,85	»	»	»	396,85	396,81	396,76	396,72
L.....	382,15	382,01	»	»	382,08	381,96	381,96	381,90
M.....	372,91	372,80	»	»	372,85	372,62	372,68	372,88
N.....	358,33	358,25	»	»	358,29	358,18	358,05	358,02
O.....	»	344,27	343,95	»	344,11	344,10	343,97	344,01
P.....	»	»	»	»	»	336,00	335,98	336,02
»	»	330,89	330,57	»	330,73	»	»	»
Q.....	»	328,90	328,62	»	328,76	328,63	»	328,56
R.....	»	»	»	»	»	317,98	»	317,75
»	»	»	319,58	319,67	319,62	»	»	»
S ₂	»	»	309,93	310,06	310,00	S ₁ S ₂ 310,31	»	»
»	»	»	»	304,21	304,21	»	»	»
»	»	»	302,45	302,60	302,52	»	»	»
T.....	»	»	301,91	302,10	302,00	»	»	»
» (²).	»	»	298,21?	298,44	298,44	»	»	»
»	»	»	»	295,43	295,43	»	»	»
U.....	»	»	»	294,84	294,84	»	»	»
»	»	»	»	293,73	293,73	»	»	»
»	»	»	»	292,86	292,86	»	»	»
»	»	»	»	275,39	275,39	»	»	»
»	»	»	»	274,78	274,78	»	»	»

(¹) Raie du calcium, mais qui est presque toujours très visible dans le spectre du fer, grâce aussi à une raie du fer très voisine.

(²) Cette raie est relativement beaucoup plus brillante dans le spectre de l'étincelle d'induction que dans celui de l'arc électrique; si l'on n'était pas prévenu de cette particularité, on pourrait s'exposer à des erreurs dans la comparaison avec les raies du spectre solaire, dont l'analogie avec celui de l'arc électrique est bien plus parfaite.

Dans les dernières colonnes se trouvent les valeurs correspondantes du Tableau III, qui sont en général un peu plus faibles; on y voit aussi les résultats que j'avais obtenus dans mon premier Mémoire (p. 431) et ceux de M. Mascart (1).

La concordance de toutes ces déterminations est aussi satisfaisante que possible, eu égard aux difficultés de ce genre de mesures.

CONSTRUCTION DU SPECTRE DÉFINITIF AVEC L'ÉCHELLE DES LONGUEURS D'ONDE.

Les déterminations numériques qui précèdent suffisent évidemment, au point de vue théorique, pour calculer les valeurs des longueurs d'onde de toutes les raies relevées sur le dessin du spectre prismatique.

S'il existait une relation simple entre la vitesse de propagation des ondes dans les milieux et la longueur d'ondulation, c'est cette formule qu'il faudrait employer comme formule d'interpolation. Malheureusement, les relations très diverses proposées par divers géomètres ou physiciens pour lier la longueur d'onde à l'indice de réfraction représentent en général d'une façon assez imparfaite les observations, à moins d'employer celles qui comprennent un grand nombre de coefficients indéterminés; mais alors les calculs numériques deviennent fastidieux. Aussi ai-je rejeté l'emploi de formules théoriques qui ne présentaient aucun avantage dans le cas actuel, pour chercher une formule purement empirique d'interpolation. Après quelques essais, j'ai été assez heureux pour trouver une expression qui représente d'une manière très fidèle les résultats de l'observation: c'est la relation dite *homographique*

$$(x - a)(y - b) = c^2,$$

qui jouit de la propriété bien connue qu'à une valeur de la variable ne correspond qu'une valeur de la fonction et réciproquement. Comme elle est symétrique, elle permet de faire, avec une égale facilité, l'interpolation de la variable ou celle de la fonction.

J'ai choisi comme variable la *déviatio*n angulaire produite par le

(1) *Annales de l'École Normale supérieure*, 1^{re} série, t. I.

prisme employé dans mes expériences et comme fonction la *longueur d'onde*.

On détermine les trois constantes a_0, b_0, c^2 à l'aide de trois couples de valeurs empruntées à l'expérience.

J'ai commencé par m'assurer que cette relation représente bien les observations; parmi les essais numériques que j'ai faits dans cette voie, je citerai l'application de cette formule aux déterminations de M. Mascart. Ces déterminations sont, dans toute leur étendue, représentées très convenablement par la formule empirique

$$(\lambda - 161,56)(\delta - 48^\circ 33',24) = 85724.$$

Les trois constantes ont été calculées d'après les longueurs d'onde des raies L, O, R données dans le Mémoire déjà cité, et les déviations correspondantes du prisme de spath, empruntées au même Mémoire. Les valeurs des longueurs d'onde des raies intermédiaires M, N, P, Q ont été calculées, et le résultat s'accorde assez bien avec les observations.

	Raies.			
	M.	N.	P.	Q.
λ calculé.....	372,81	357,95	336,19	328,63
λ observé.....	372,88	358,02	336,02	328,56
Différence.....	-0,07	-0,07	+0,17	+0,07

J'ai même ultérieurement employé la formule à calculer, par *extrapolation*, la longueur d'onde de la raie S, qui n'avait pas été mesurée par l'auteur. Le résultat a donné $\lambda = 310,07$, c'est-à-dire très sensiblement la valeur que j'avais déduite de mes observations.

Cet essai montre bien la validité de cette relation comme formule d'interpolation; il montre également, par le signe alternatif des différences, que l'intervalle auquel je l'ai appliqué est un peu trop étendu. En réduisant cet intervalle à moitié et même au tiers, on a chance de réduire les erreurs au quart et même au neuvième de la valeur qu'elles présentent dans ce calcul (*voir l'Appendice IV*).

APPLICATION RÉITÉRÉE DE LA FORMULE D'INTERPOLATION
AUX DÉTERMINATIONS PRÉCÉDENTES.

Aussi ai-je partagé en deux parties à peu près égales l'intervalle de O à U pour appliquer deux fois la formule avec des coefficients différents.

Premier intervalle entre les raies O et r. — J'ai employé pour cet intervalle les déterminations des Tableaux I et III (1). Les raies O, Q et r, étant les mieux définies de cette région et à peu près également espacées, ont été choisies pour déterminer les trois constantes de la formule d'interpolation.

Raies.	λ.	Δ.
O.....	344,10	56° 22',75
Q.....	328,63	57.5,76
r.....	314,51	57.53,45

Pour faciliter ce calcul numérique, on retranche 300 aux longueurs d'onde et 56° aux déviations (on réduit l'appoint en minutes et fractions de minute), ce qui revient à poser

$$y = \lambda - 300, \quad x = \Delta - 56^\circ,$$

et les données deviennent

$$y_1 = 44,10, \quad x_1 = 22',75,$$

$$y_2 = 28,63, \quad x_2 = 65,76,$$

$$y_3 = 14,51, \quad x_3 = 113,45.$$

La formule $(x - a)(y - b) = c^2$ pouvant se mettre sous la forme

$$xy = ay + bx + k^2,$$

en posant $c^2 - ab = k^2$, on détermine les trois coefficients a , b , k^2 par trois équations linéaires obtenues en substituant $x_1 y_1$, $x_2 y_2$, $x_3 y_3$ dans l'expression précédente.

(1) A l'époque où j'ai fait ce calcul, les déterminations du Tableau IV n'étaient pas encore effectuées, sans quoi j'aurais adopté la moyenne composée de deux séries. Le résultat, du reste, aurait été presque absolument le même; c'est ce qui m'a détourné de recommencer le calcul.

Le coefficient k^2 s'élimine immédiatement par simple soustraction, de sorte qu'en réalité on n'a à résoudre que deux équations du premier degré.

Effectuant le calcul numérique, on trouve

$$a = -399',46, \quad b = -123,22, \quad k^2 = 21422,2, \quad \text{d'où} \quad c^2 = 70643,66,$$

ce qui donne

$$(x + 399',46)(y + 123,22) = 70643,66,$$

et finalement

$$(\Delta - 49^\circ 20' 54)(\lambda - 176,78) = 70643,66.$$

Cette formule, appliquée aux raies intermédiaires P et R et au groupe extrême S₁S₂, donne les résultats suivants :

Raies.	Déviations observées.	Longueurs d'onde.		Diff. calc. — observ.
		calculées.	observées.	
P.....	56 ⁰ .44,02	336,07	335,99	+ 0,08
R.....	57.40,75	318,01	317,98	+ 0,03
S ₁ S ₂	58.09,71	310,28	310,31	- 0,03

Si l'on construit la courbe des différences entre le calcul et l'observation, on reconnaît qu'en diminuant la valeur de la longueur d'onde de Q de 0,05, celle de O de 0,04, on évite ces deux erreurs de même signe sur P et R, et l'on annule celles sur S₁S₂.

J'ai donc en conséquence modifié légèrement les données sur O et Q pour obtenir une formule représentant les expériences d'une façon plus satisfaisante.

Raies.

$$O..... \quad \lambda = 344,06$$

$$Q..... \quad \lambda = 328,58$$

Le calcul numérique, refait à nouveau, a donné

$$(\Delta - 49^\circ 30',34)(\lambda - 180,15) = 67598.$$

Les erreurs sur

O, P, Q, R, r, S₁S₂,

sont respectivement

$$-0,04, \quad +0,03, \quad -0,05, \quad +0,01, \quad 0,00, \quad -0,01;$$

elles sont alternativement positives et négatives et d'une grandeur négligeable.

Mais il y a encore une condition à remplir, celle de *raccorder* ces mesures avec les mesures de mon premier Mémoire, en vue de construire une Planche faisant suite à celle qui le résume. La dernière raie est O. Les mesures directes avaient donné (voir *loc. cit.*, p. 431) $\lambda = 344,07$; ici je trouve 344,06, c'est-à-dire sensiblement la même chose.

Toutefois, d'après la discussion de la page 430, j'avais été conduit à retrancher 0,10 comme différence systématique entre les observations optiques et les observations photographiques, ce qui avait porté à $\lambda = 343,97$ la longueur d'onde définitive de la raie O. Les circonstances étant les mêmes, il est donc nécessaire, par raison de *continuité*, d'effectuer cette correction, ce qui retranche 0,09 à toutes les longueurs d'onde de la série de O à S₁ S₂.

La formule d'interpolation définitive devient donc

$$(\Delta - 49^{\circ}30',34)(\lambda - 180,06) = 67598.$$

A l'aide cette formule, j'ai calculé les valeurs des déviations correspondant aux nombres entiers 350, 349, 348, ..., jusqu'à 315; j'ai dressé une Table dont on trouvera quelques lignes comme exemple un peu plus loin.

En reportant ces nombres sur le dessin du spectre prismatique gradué suivant les déviations Δ des raies qui y sont représentées, j'ai obtenu la graduation du spectre suivant l'échelle des longueurs d'onde, dans toute la région que comprend la Table.

Second intervalle entre les raies r et U. — La marche suivie a été exactement la même, en prenant pour bases les déterminations relatives aux raies du fer des Tableaux II et IV. Les constantes de la formule d'interpolation ont été calculées à l'aide des trois raies

S ₂	$\lambda = 310,00$	$\Delta = 58^{\circ}.10',00$
»	$\lambda = 302,52$	$\Delta = 58.40,35$
U.....	$\lambda = 293,73$	$\Delta = 59.21,02$

La formule d'interpolation qu'on en déduit,

$$(\Delta - 49^{\circ}43',88)(\lambda - 177,78) = 66919,$$

représente bien les valeurs intermédiaires, ainsi qu'on le vérifie aisément.

Comme plus haut, il s'agit de *raccorder* les mesures avec les précédentes. A cet effet, j'ai calculé par extrapolation la valeur de la longueur d'onde de la raie *r* d'après celle de la déviation $\Delta = 57^{\circ}53',45$ (Tableau I); on trouve $\lambda = 314,47$. La formule de la précédente série donne 314,42. Si donc on retranche 0,05 à toutes les longueurs d'onde de cette série, il y aura continuité complète dans les résultats. La seconde formule définitive devient ainsi

$$(\Delta - 49^{\circ}43',88)(\lambda - 177,73) = 66919.$$

La Table, calculée jusqu'à $\lambda = 316$, a donc pu être continuée jusqu'à $\lambda = 291$, ce qui a permis d'achever la graduation en longueurs d'onde du dessin du spectre prismatique. Voici les premières et les dernières lignes de cette Table, qui donnent une idée de la variation de l'échelle des longueurs d'onde relativement à celle des déviations :

λ .	Δ .	Diff.
350.....	56. 8.12	2,35
349.....	50.10.47	2,38
348.....	50.12.85
.....
315.....	57.51.38	3,58
314.....	57.54.96	3,68
313.....	57.58.59
.....
293.....	59.24.42	5,07
292.....	59.29.49	5,18
291.....	59.34.67

Dessin définitif. — La graduation en longueurs d'onde étant reportée avec soin sur le dessin du spectre prismatique, chaque intervalle a été subdivisé au compas en dix parties égales, l'interpolation proportionnelle conduisant dans cet intervalle à des erreurs négligeables. Il ne restait plus alors qu'à *anamorphoser* le dessin du spectre prismatique pour l'amener à l'échelle normale. A cet effet, une graduation en millimètres a été tracée sur une feuille de carton bristol, tendu sur une petite planchette, à l'aide d'une machine à diviser, dont le tracelet

était remplacé par un tire-ligne; l'intervalle entre chaque millimètre correspondait sur le dessin à l'une de ces subdivisions en dix parties. Comme il est difficile dans ces sortes de dessins graphiques de dépasser la précision de $\frac{1}{10}$ de millimètre, le report des raies a été fait *à vue*, d'après leur position relativement aux deux traits de la graduation entre lesquels elles étaient placées. Ces traits, distants de 1^{mm} sur le dessin définitif, étaient distants de $2^{\text{mm}}, 3$ sur le dessin prismatique dans le voisinage de la raie O, de $3^{\text{mm}}, 6$ vers la raie r et de 5^{mm} vers la raie U. On voit que la précision du dessin était assurée, puisque le rapport de réduction a varié entre $\frac{1}{2,3}$ et $\frac{1}{5}$. Aussi le grand spectre prismatique de $1^{\text{m}}, 85$ de longueur (*voir plus haut*, p. 50) s'est-il réduit à un développement de $0^{\text{m}}, 50$. C'est la *Pl. II* de ce Mémoire.

Comme le travail complet de la représentation des raies solaires et de leur comparaison avec les raies du spectre métallique avait été exécuté sur le dessin à l'échelle des déviations, la réduction à l'échelle des longueurs d'onde a été une opération purement graphique pour le report géométrique de la position des raies. Mais il y a eu encore un long travail de *mise à l'effet* des groupes pour leur donner leur aspect et leur éclat relatif; j'y suis parvenu en traçant les raies au tire-ligne avec de l'encre de Chine plus ou moins diluée et en complétant l'effet par des teintes appliquées au pinceau (1).

PLANCHES.

Les deux Planches que le lecteur trouvera à la fin du Mémoire comprennent d'abord la Planche de mon travail précédent, révisée et corrigée de quelques fautes de gravure (2); les corrections ont porté plus spécialement sur quelques raies entre N et O, que le défaut d'intensité dans mes premiers appareils avait rendu confuses. Enfin j'ai ajouté la comparaison des raies solaires avec celles des spectres métalliques les

(1) M. Legros, graveur, chargé de reproduire mes dessins, s'est acquitté de cette tâche avec une exactitude et une habileté qui lui font honneur.

(2) La plus grave, et qui malheureusement a été reproduite dans l'Atlas du *Soleil*, du P. Secchi, est l'indication comme appartenant au manganèse des deux raies bien connues appartenant à l'aluminium, situées entre H et K; il y a eu confusion dans la *lettre*, confusion qui, je l'espère, aura été remarquée et corrigée par les spectroscopistes.

plus importants. On voit que le fer joue le rôle prédominant; il présente des coïncidences avec toutes les raies principales figurées sur la Planche. Puis viennent le nickel, le calcium, le cobalt, etc., dont l'importance est moindre.

La seconde Planche résume le Mémoire actuel; elle fait suite à la précédente. Elle ne dépasse pas les radiations dont la longueur d'onde est 294,8, limite que le pouvoir absorbant de l'atmosphère ne m'a pas permis de dépasser. J'ai toutefois laissé place jusqu'à $\lambda = 284,5$, dans l'espoir que les perfectionnements des méthodes d'observation ou l'amélioration des circonstances me permettront de pousser plus loin l'étude des radiations solaires.

On remarquera, comme dans la Planche précédente, la coïncidence des raies du fer avec la plupart des raies principales du spectre, surtout de S à U, et le rôle important du calcium (raie R), du nickel, de l'aluminium, du magnésium et du titane. Malgré tous mes efforts, je ne suis pas parvenu à établir la coïncidence de certaines raies importantes avec les raies des spectres métalliques; je citerai, en particulier, la raie r , dont l'intensité n'est nullement en rapport avec une faible raie double du fer avec laquelle la coïncidence est vraisemblablement fortuite; de même la raie P fait partie d'un groupe sombre qu'on ne saurait attribuer au nickel, malgré une coïncidence partielle de raies faibles. Près de R, vers $\lambda = 319,2$, on trouve le même aspect estompé dans un groupe de raies qui rappelle le groupe P, mais à une échelle réduite; ces raies n'ont pu être rapportées à aucun des éléments auxquels je les ai comparées (¹).

En dehors de ces exceptions, toutes les raies importantes correspondent à des éléments composant les *météorites*; cette remarque m'a conduit à diverses conclusions qu'on trouvera résumées dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences* (t. LXXXVI, p. 530).

(¹) Les métaux dont j'ai comparé les spectres au spectre solaire par voie de clichés photographiques sont les suivants: potassium, sodium, lithium, baryum, strontium, calcium, aluminium, magnésium, glucinium, fer, nickel, cobalt, manganèse, zinc, cadmium, plomb, titane, silicium, étain, tellure, antimoine, bismuth, argent, cuivre, or, platine, iridium.

Les étincelles d'induction dans l'hydrogène ne m'ont donné aucun spectre appréciable; dans l'air, les raies brillantes obtenues sont très estompées, mais je n'ai vu aucune coïncidence remarquable.

Comme particularité intéressante, je citerai encore des *plages* ou *raies brillantes*, qui apparaissent surtout nettement parmi les raies sombres lorsqu'au déclin du Soleil l'absorption atmosphérique limite de plus en plus le spectre; les raies les plus remarquables sous ce rapport sont dans le voisinage de R. On peut citer en particulier un groupe très brillant, $\lambda = 319,0$, et plusieurs lignes remarquables de $\lambda = 316$ à $\lambda = 317$.

ÉVALUATION DE LA PRÉCISION DES RÉSULTATS.

Il est difficile de fixer une mesure de la précision des résultats. Je la crois un peu moindre dans cette dernière Partie de ce travail que dans la première, à raison des difficultés rencontrées; j'estime toutefois que l'erreur maximum dans la position des raies ne dépasse pas 0,25 (en admettant avec Angström que la raie D la plus réfrangible a pour longueur d'onde $\lambda = 588,89$, puisque c'est cette raie qui m'a servi le plus souvent à déterminer la constante des réseaux). Pour expliquer ce chiffre, je suppose que l'erreur fortuite de la moyenne des mesures avec les réseaux dans les circonstances où je me suis placé ne dépasse guère $\pm 0,15$, et j'admets, d'après ce qui a été dit plus haut, que l'erreur systématique est d'environ 0,10. Dans le cas où les deux erreurs seraient de même signe, on aurait pour leur somme 0,25⁽¹⁾; mais j'ai lieu d'espérer que l'erreur ordinaire est inférieure à cette limite.

(1) Je me propose, maintenant que, grâce à l'obligeance de M. Rutherford, je suis en possession d'un excellent réseau, de vérifier la valeur des longueurs d'onde de quelques-unes des raies principales. Je verrai s'il y a lieu de construire une Table de correction pour les cas où une plus grande précision serait utile.

APPENDICE I.

SUR LE RÉGLAGE DU GONIOMÈTRE, DU PRISME ET DU RÉSEAU POUR LA MESURE PRÉCISE
DES INDICES DE RÉFRACTION ET DES LONGUEURS D'ONDE. CORRECTION OU ÉLIMINATION
DE CERTAINES ERREURS.

Lorsqu'on cherche à obtenir toute la précision que peut donner un goniomètre pour la mesure des indices de réfraction et des longueurs d'onde, il est nécessaire de rectifier avec le plus grand soin les diverses parties de l'instrument. En général, on se contente des réglages approximatifs que présente l'appareil au sortir des mains du constructeur; en agissant ainsi, on risque d'opérer en aveugle et d'introduire des erreurs d'une grandeur indéterminée.

Les Traités de Physique ne mentionnent pas ces réglages, ou du moins les réduisent le plus souvent à l'opération théorique, qui, dans les circonstances expérimentales, est peu applicable. Par exemple, on dit souvent que, pour régler une lunette sur l'infini, il suffit de viser une étoile et d'amener son image sur le fil du réticule: avec un instrument astronomique, l'opération est facile; mais avec un goniomètre à lunettes horizontales fixées aux alidades, lorsque l'instrument est lourd et fragile, l'opération est sinon impossible, du moins peu à conseiller; en tout cas, le réglage ne s'appliquerait qu'à des objectifs achromatiques et ne conviendrait pas pour une lumière simple donnée.

1° *Réglage du foyer principal de la lunette.* — On commence par déterminer le foyer principal de l'objectif de la lunette, c'est-à-dire par déterminer le tirage du tube portant le réticule et l'oculaire positif qui amène le plan du réticule de la lunette dans le plan focal principal de rayons monochromatiques convenablement choisis (en général les rayons jaunes de la lumière de la soude). A cet effet, on choisit une glace travaillée dont on argente une des faces. A l'aide d'une petite lame de verre sans tain fixée à l'extérieur de l'oculaire à 45° de l'axe de la lunette, on envoie à travers l'oculaire et suivant l'axe un faisceau de lumière blanche (1). On règle la glace argentée de façon que la lumière émise se réfléchisse normalement et vienne former une

(1) Ce dispositif n'est autre, comme on le voit, que l'*oculaire nadiral* des astronomes, permettant d'observer sur le bain de mercure l'image réfléchie des fils du réticule. On le réalise simplement en collant avec un peu de cire la lame de verre sur l'oculaire positif de la lunette. On aperçoit des lueurs fixes provenant de la réflexion de la lumière sur les surfaces des lentilles de l'oculaire: on en fait abstraction et l'on n'a égard qu'aux images mobiles avec la lame argentée.

image du réticule dans le plan même du réticule. Si la lumière employée est celle d'une lampe ou des nuées, le défaut d'achromatisme de l'objectif (dans le cas où c'est une lentille simple) n'empêche pas d'avoir une image tolérable pour régler approximativement le tirage. On achève le réglage en prenant la lumière d'une flamme d'alcool salé ou mieux celle d'un brûleur chargée de vapeur de soude.

Le réglage est parfait lorsque l'image réfléchie du réticule vient se peindre exactement sur le réticule lui-même. On note la graduation du tirage correspondant à cette position; c'est un point de départ pour les réglages ultérieurs.

La rigueur de ce réglage dépend de la perfection de la surface de la glace argentée plane. Si l'on a pris soin au préalable de vérifier le parallélisme approché des faces en interposant la lame devant l'objectif pointé sur des objets éloignés et en constatant que la mise au point n'est pas altérée, on peut très simplement éliminer la petite courbure des faces (1). Il suffit, dans le réglage précédent, de tourner la glace argentée de 180°, de façon à réfléchir la lumière sur l'autre face de l'argenture; la mise au point de l'image du réticule est légèrement changée: le foyer principal est compris évidemment dans l'intervalle des deux tirages ainsi obtenus.

2° *Réglage du foyer principal du collimateur.* — Le collimateur se règle au moyen de la lunette. A cet effet, on vise la fente du collimateur dont on règle le tirage de manière que son image se fasse exactement sur la croisée des fils; on note le tirage marqué sur le tube: on est assuré que la fente est au foyer principal de l'objectif du collimateur.

3° *Réglage de l'axe optique de la lunette.* — Les axes optiques du collimateur et de la lunette doivent être parallèles au plan du limbe; le constructeur la règle en général d'une manière très approchée, mais il faut toujours un contrôle précis. La lame argentée sert à vérifier si cette condition est remplie, où à rectifier les appareils si elle ne l'est pas. L'opération s'exécute en même temps que le réglage du foyer.

En effet, lorsqu'on observe par réflexion normale l'image du réticule, on peut, par une inclinaison convenable de la lame réfléchissante, amener le

(1) Cette petite courbure ou mieux la petite irrégularité de forme de la surface réfléchissante se trahit souvent par un effet d'*astigmatisme*; le foyer de lumière du fil vertical n'est pas le même que celui du fil horizontal: si l'on note les deux tirages particuliers à ces deux cas, et qu'on opère suivant la règle ci-dessus, on reconnaîtra que l'une ou l'autre des deux opérations donne le même résultat définitif. Lorsque la glace employée donne de trop fortes différences, il faut la rejeter.

Pour choisir ces glaces, il est bon de les étudier d'abord par réflexion sous une incidence oblique: le rayon de courbure du plan d'incidence est, d'après la théorie élémentaire des caustiques, multiplié par le sinus carré de l'angle d'incidence. C'est le moyen d'exploration employé par Foucault pour l'étude des surfaces planes.

fil horizontal à coïncider avec son image. On tourne alors de 180° l'alidade qui porte la lunette autour de l'axe du cercle, et l'on répète l'observation.

La réflexion se fait sur l'autre face de la lame argentée. On aperçoit dans le champ le fil horizontal du réticule et son image, en général non superposés : cela prouve que l'axe optique de la lunette n'est pas normal à l'axe de rotation, et la distance du fil et de son image donne évidemment le double de l'erreur d'inclinaison. On corrige moitié par un petit mouvement angulaire de la lame, moitié par le déplacement du réticule, et l'on recommence l'opération. Cette fois, l'erreur qu'on observe doit être très petite; on la corrige de la même manière jusqu'à ce qu'elle disparaisse.

4° *Réglage de l'axe optique du collimateur.* — Le collimateur n'a pas, par construction, d'axe optique défini. Le plan de la fente ne suffit pas, il faut un repère dans le sens horizontal. On l'obtient en collant à la cire un petit fil qu'on règle à volonté en hauteur d'après son image dans la lunette. Le réglage sera parfait lorsque l'image de ce fil tombera sur le fil horizontal de la lunette préalablement réglée.

Si la hauteur de la fente est très petite (ce qui est un inconvénient dans beaucoup de cas), le fil est inutile, et l'on considère à vue le milieu de la fente comme définissant l'axe optique. Dans ce cas, il est nécessaire d'ajouter des rectifications convenables au support du collimateur, ce qui est toujours une complication : l'artifice précédent les évite.

5° *Réglage de la position du prisme.* — Le prisme posé sur la plate-forme centrale doit être réglé de manière que son arête soit perpendiculaire au plan du limbe ou au plan des axes optiques de la lunette et du collimateur.

On supposera d'abord que la plate-forme centrale est soigneusement construite, c'est-à-dire que son axe de rotation est bien perpendiculaire au plan du limbe; on s'en assure à l'aide de la glace réfléchissante fixée sur cette plate-forme de manière que l'image réfléchie du milieu de la fente tombe sur le centre du réticule; la coïncidence doit être conservée, lorsqu'on tourne la glace autour de l'axe mobile et qu'on suit l'image réfléchie avec la lunette.

Cette rigueur de construction étant constatée, le réglage des axes optiques permet de régler successivement chaque face en réfléchissant sur chacune d'elles l'image de la fente du collimateur, de manière à en amener le milieu ou le repère sur le fil horizontal de la lunette.

Mais lorsqu'une des faces est réglée, il faut régler la seconde sans altérer le réglage de la première. On y parvient aisément par la disposition des vis calantes de la plaque additionnelle qui supporte le prisme; il suffit que chacune des faces du prisme soit perpendiculaire à la ligne qui joint deux vis. Pour les prismes de 60° , les trois vis calantes forment un trépied équilatéral.

Grâce à cette disposition, le réglage de la seconde face s'effectue en manœuvrant la vis qui fait tourner la première autour d'une perpendiculaire à son plan, ce qui n'en altère pas le réglage.

Les deux faces étant toutes deux perpendiculaires au plan du limbe, l'arête est normale à ce plan, ce qui est la condition théorique.

Comme vérification, l'image réfractée de la fente, c'est-à-dire le spectre visible, doit être coupée par une ligne noire transversale (ombre du fil métallique) en coïncidence avec le fil horizontal de la lunette.

Le prisme porte en lui-même les éléments de son réglage indépendamment du réglage du collimateur et de la lunette. En effet, les rayons incidents parallèles à la section droite du prisme sont les seuls qui se réfractent parallèlement à cette section; donc, si la vérification précédente n'a pas lieu, c'est que les axes optiques du collimateur et de la lunette, considérés comme parallèles au plan du limbe, ne le sont pas rigoureusement. Pour reconnaître dans quel sens il faut modifier leur inclinaison, il suffit d'observer l'erreur que présente le rayon réfracté: la loi de réfraction dans une section oblique montre que l'erreur d'inclinaison est inverse de l'effet apparent.

La plate-forme centrale du goniomètre qui porte le prisme doit être munie d'une graduation en degrés et d'un index fixe pour définir *a priori* la position du prisme dans l'observation des radiations invisibles qu'on veut amener au minimum de déviation.

Lorsque l'axe de la plate-forme n'est pas parallèle à l'axe du limbe, on peut néanmoins régler le prisme, mais le réglage doit être rectifié à chaque observation. Le prisme étant mis approximativement en place, on rectifie la face d'incidence par réflexion de la fente et la face d'émergence par l'observation de l'image réfractée qui servait tout à l'heure de vérification.

6° *Réglage de la position du réseau.* — Le réseau est placé sur la plate-forme centrale; les trois vis calantes étant équidistantes, on dispose son plan perpendiculairement à la droite qui joint deux d'entre elles. On observe alors l'image *réfléchie* de la fente, et, en manœuvrant l'une de ces deux vis, on amène le milieu de la fente sur la croisée des fils. Le plan du réseau est alors perpendiculaire au plan du limbe, mais les traits ne sont pas nécessairement perpendiculaires à ce plan: on vérifie cette condition en observant les images diffractées, c'est-à-dire les spectres d'ordre de plus en plus élevé. Si leur milieu coïncide toujours avec la croisée des fils, le réglage est parfait; sinon, on remplit cette condition en manœuvrant la troisième vis qui incline le réseau dans son plan sans changer l'orientation de ce plan.

De même que le prisme, le réseau porté en lui les éléments de ce réglage, indépendamment du réglage de la lunette et du collimateur. Si l'axe optique de la lunette n'était pas parallèle au plan du limbe, le réglage précédent ne pourrait pas être rigoureusement effectué; le plan des images diffractées deviendrait un cône, ce qui avertirait l'observateur de l'inclinaison des axes optiques.

7° *Réglage de l'horizontalité et de la verticalité des fils du réticule et de la verticalité de la fente.* — Pour effectuer les mesures précises, on n'a besoin

que de la croisée des fils du réticule; il importe donc peu que la direction des fils du réticule et celle de la fente soient rigoureusement réglées.

Néanmoins, si l'on avait intérêt à effectuer ces réglages avec plus de précision, voici comment on pourrait opérer. L'horizontalité du fil se réglerait par la condition de suivre un point donné, de la fente, par exemple le bord du fil métallique ou un grain de poussière, lorsqu'on déplace la lunette. La verticalité du second fil serait assurée par la construction du réticule et servirait à fixer la direction de la fente.

Si l'on préfère un réglage indépendant pour la fente et le fil vertical, on peut recourir à la glace argentée qu'on règle normalement au plan du limbe: l'image directe de la fente et l'image réfléchie sur la glace doivent être parallèles entre elles. On les compare en mettant le fil vertical du réticule en coïncidence avec l'une d'elles; l'angle que fait ce fil avec l'autre donne le double de l'erreur: on corrige moitié par l'inclinaison du fil, moitié par l'inclinaison de la fente, et l'on vérifie par une nouvelle opération.

Mesure des indices de réfraction. — L'appareil étant réglé comme il vient d'être dit, la mesure de l'indice de réfraction d'un rayon suivant la loi ordinaire ne présente aucune difficulté: il suffit de mesurer l'angle du prisme et le double de la déviation minimum par l'observation des rayons réfractés à droite et à gauche. L'angle du prisme se mesure en tournant l'arête vers le collimateur, de façon que le faisceau incident se partage en deux faisceaux réfléchis sur les deux faces. L'angle de ces deux faisceaux est égal au double de l'angle A du prisme. On peut recommencer l'opération autant de fois qu'on veut en faisant varier de quelques minutes la position du prisme.

La mesure du double de la déviation 2Δ n'offre aucune difficulté; la formule de Newton

$$n = \frac{\sin \frac{A + \Delta}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

donne l'indice de la radiation monochromatique sur laquelle on a opéré.

On pourrait également utiliser une position quelconque, à la condition de mesurer l'angle d'incidence e , lié à l'angle d'émergence e' par la condition

$$e + e' = D + A,$$

D étant la déviation supposée quelconque, et l'indice par la formule bien connue

$$n^2 \sin^2 A = \sin^2 e + \sin^2 e' + 2 \sin e \sin e' \cos A.$$

Pour mesurer e , il suffit de pointer sur le collimateur, puis sur l'image

réfléchi par la face d'incidence : on a, pour le déplacement α de la lunette,

$$\alpha = \pi - 2e.$$

On pointe de la même manière sur le rayon réfracté : le déplacement angulaire de la lunette est précisément D. On a donc tous les éléments nécessaires au calcul de l'indice.

Mesure des longueurs d'onde. — Il n'y a aucune difficulté spéciale. Comme avec les prismes, on a à redouter les effets de changement des foyers dus soit à la courbure de la surface striée, soit à une variation systématique dans la distance des traits. On atténue beaucoup l'effet perturbateur en plaçant le réseau dans le milieu de la face striée sur l'axe de l'instrument; la marche des rayons est alors symétrique, condition qu'on ne peut pas obtenir aussi aisément avec les prismes.

Perturbations causées par les défauts de planéité des faces du prisme réfringent.

Lorsqu'on doit mesurer l'angle de deux faisceaux qui ont subi des modifications diverses ou produites par des faces différentes, on rencontre souvent, au point de vue pratique, des difficultés qui rendent illusoire la précision des instruments et des réglages. Ainsi, dans le cas ci-dessus résumé de la mesure de l'indice de réfraction sous une incidence quelconque du prisme, on est amené à pointer sur un faisceau direct, qu'on peut supposer formé de rayons parallèles, sur un faisceau réfléchi par une face et sur un troisième réfracté par les deux faces du prisme. Excepté dans le cas d'une perfection complète de ce prisme, on constatera que les trois faisceaux, qui théoriquement devraient être formés de rayons parallèles, exigent une mise au point différente.

Il en résulte que la précision des pointés devient illusoire : en effet, la forme de l'image estompée, qui se forme alors dans le plan du réticule, dépend de la forme de la section droite du faisceau, car c'est seulement au foyer que les images en sont indépendantes. La mesure des angles α et D n'a donc plus aucune signification précise. La méthode de l'incidence quelconque ne peut donc pas s'appliquer dans le cas où les faces du prisme sont un peu courbes.

La méthode plus simple du minimum de déviation est également en défaut (si l'on veut obtenir toute l'exactitude que comportent le limbe et la finesse des pointés). En effet, bien que la mise au point des rayons réfractés à droite ou à gauche soit exactement la même, la déviation qu'on mesure dépend de la position du prisme sur la plate-forme, ainsi qu'on le verra plus loin.

La mesure de l'angle du prisme est également entachée d'une erreur de même ordre, quand même les deux faces auraient la même courbure, ce qui donnerait la même mise au point pour les images réfléchies sur les deux faces.

**Évaluation de l'erreur commise sur l'indice de réfraction par l'emploi
d'un prisme à surfaces légèrement courbes.**

Considérons la section droite du prisme, dont les faces sont supposées légèrement cylindriques. L'angle du prisme n'a plus de signification précise, puisque deux éléments correspondants des deux faces forment un prisme réfringent; il y a donc en réalité une infinité de prismes. Mais il y a cela de particulier que, si les courbures sont faibles, tous les rayons émanés d'un point lumineux très éloigné se réfractent suivant un pinceau convergent réel ou virtuel. Ce pinceau, reçu dans une lunette, donne un foyer bien défini qui se prête à des pointés précis. Il en est de même pour les rayons réfléchis sur les faces légèrement courbes.

Il en résulte que, sauf une légère variation de la mise au point de la lunette d'observation, tout se passe en apparence, dans les mesures effectuées avec un prisme à faces courbes (mais également courbes), comme si les faces étaient parfaitement planes; seulement, les lectures des rayons réfléchis et des rayons réfractés sont entachées d'erreurs proportionnelles à la courbure des faces, de sorte que la substitution de l'angle apparent du prisme et de la déviation apparente dans la formule de Newton produit une erreur sur la valeur de l'indice calculé.

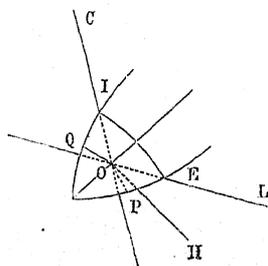
Pour évaluer les erreurs commises dans ces diverses mesures, remarquons d'abord que, lorsqu'une lunette est mise au point, le faisceau lumineux qui forme l'image focale peut être, au point de vue de sa direction, réduit à l'axe principal de l'objectif, c'est-à-dire à la droite qui joint le réticule au centre optique, car, en vertu de la propriété des lentilles, l'image focale reste la même quelle que soit la partie de l'objectif couverte par le faisceau.

Il en résulte que, lorsqu'on mesure l'angle que forment deux faisceaux légèrement convergents ou divergents par le déplacement angulaire d'une lunette dirigée successivement sur chacun de ces deux faisceaux, l'angle obtenu est celui que font les deux rayons en coïncidence successivement avec l'axe principal de la lunette.

Appliquons ce résultat à la mesure de l'angle du rayon réfracté au minimum de déviation. Soient *CI* (*fig. 1*) la direction du faisceau incident, défini par l'axe principal du collimateur, et *EL* la direction du faisceau réfracté, défini par l'axe principal de la lunette; nous savons qu'il n'est pas besoin de considérer les autres rayons, parce qu'ils viennent tous converger au même point. Il en résulte que la déviation des rayons est celle qui correspond à un prisme dont l'angle est celui des éléments *I* et *E*. Soit *O* le point de concours des axes optiques, qu'on peut confondre, lorsque le goniomètre est bien réglé, avec la trace de l'axe de l'instrument. On le supposera, de plus, sur la bissectrice de la section droite du prisme. On prendra comme éléments de repère les élé-

ments P et Q, pieds des perpendiculaires abaissées du point O, et l'on désignera par A_0 leur angle. L'angle des éléments I et E est égal à A_0 , augmenté algébriquement des deux angles de contingence de Q à I et de P à E.

Fig. 1.



Si ρ désigne le rayon de courbure commun aux deux faces, on a

$$\rho \varepsilon = QI = PE$$

par symétrie. Or, dans le triangle mixtiligne OPE, on a

$$PE = OP \operatorname{tang} EOP.$$

Si l'on élève en O une perpendiculaire OH à la bissectrice intérieure du prisme, il vient

$$EOP = EOH + HOP = \frac{A}{2} + \frac{\Delta}{2},$$

d'où, en posant $PE = p$,

$$\rho \varepsilon = p \operatorname{tang} \frac{A + \Delta}{2},$$

A et Δ étant les valeurs vraies ou approchées de l'angle du prisme et de la déviation, peu importe, puisqu'on ne calcule qu'un terme de correction. Donc la déviation D' observée correspond à l'angle réfringent $A_0 + 2\varepsilon$ ou au demi-angle

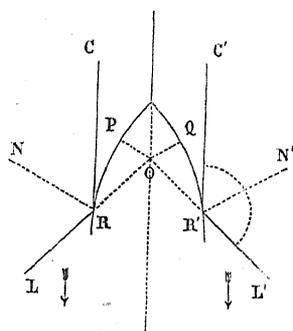
$$\frac{A_0}{2} + \frac{p}{\rho} \operatorname{tang} \frac{A + \Delta}{2}.$$

D'autre part, lorsqu'on mesure l'angle du prisme par réflexion *d'un même faisceau parallèle* sur les deux faces du prisme, les deux positions de l'axe principal de la lunette ORL et OR'L' (*fig. 2*) correspondent à la réflexion sur les deux éléments R et R'; ces deux éléments ne forment pas le même angle que dans le cas précédent.

Comme le prisme est fixé à la plate-forme centrale, dont l'axe coïncide sensiblement avec l'axe général du cercle, le point O et les pieds des perpendi-

culaires OP, OQ sont les mêmes que précédemment; l'angle POR ou son égal QOR' (si le prisme est symétriquement placé par rapport aux rayons incidents)

Fig. 2.



est égal au complément du demi-angle approché du prisme. L'angle de contingence γ de l'arc PR ou QR' est donc donné par la relation approximative

$$\rho\gamma = p \cot \frac{\Lambda}{2}.$$

Par suite, le demi-angle du prisme que l'on mesure ainsi est égal à

$$\frac{\Lambda_0}{2} + \frac{p}{\rho} \cot \frac{\Lambda}{2}.$$

Ce n'est pas, comme on le voit, l'angle réfringent dont on observe la déviation minimum; par conséquent, les deux angles ne sont pas ceux qu'il faut substituer dans la formule de Newton

$$n = \sin \frac{\Lambda + \Delta}{2} : \sin \frac{\Lambda}{2}.$$

Il faut faire subir à l'un ou à l'autre une modification. Supposons que ce soit sur l'angle du prisme que l'on reporte la correction.

Si dans la formule de Newton

$$n = \frac{\sin(\alpha + \delta)}{\sin \alpha},$$

dans laquelle $\alpha = \frac{\Lambda}{2}$, $\delta = \frac{\Delta}{2}$, on donne à α la variation très petite $d\alpha$, on a pour n la variation dn , qui se réduit à

$$dn = - \frac{\sin \delta}{\sin^2 \alpha} d\alpha;$$

si la variation $d\alpha$ représente l'erreur commise sur le demi-angle du prisme, dn représentera l'erreur cherchée. Le demi-angle réfringent qui correspond à la déviation observée Δ est, comme on l'a vu plus haut,

$$\frac{A_0}{2} + \frac{p}{\rho} \operatorname{tang} \frac{A + \Delta}{2} = \alpha;$$

c'est l'angle vrai α . Celui qu'on observe est l'angle erroné $\alpha + d\alpha$; il est égal à

$$\frac{A_0}{2} + \frac{p}{\rho} \operatorname{cot} \frac{A}{2} = \alpha + d\alpha,$$

d'où

$$d\alpha = \frac{p}{\rho} \left(\operatorname{cot} \frac{A}{2} - \operatorname{tang} \frac{A + \Delta}{2} \right),$$

d'où l'on conclut la valeur de l'erreur commise sur l'indice. Si on la prend en signe contraire, on aura la *correction* à ajouter algébriquement à la valeur calculée de l'indice de réfraction obtenu en substituant les valeurs *apparentes* de A et de Δ ,

$$dn = + \frac{p}{\rho} \frac{\sin \frac{\Delta}{2}}{\sin^2 \frac{A}{2}} \left(\operatorname{cot} \frac{A}{2} - \operatorname{tang} \frac{A + \Delta}{2} \right),$$

qu'on rend calculable par logarithmes en transformant la parenthèse :

$$dn = \frac{p}{\rho} \frac{\sin \frac{\Delta}{2} \cos \left(A + \frac{\Delta}{2} \right)}{\sin^3 \frac{A}{2} \cos \frac{A + \Delta}{2}}.$$

L'application numérique exige que l'on connaisse la distance p de l'axe du goniomètre aux faces du prisme, distance facile à mesurer, et le rayon de courbure ρ commun aux deux faces.

Détermination du rayon de courbure des faces du prisme. — Le dépointement de l'image réfléchi sur les faces du prisme permet de calculer le rayon de courbure cherché. Les faces étant presque toujours convexes, la distance focale des rayons réfléchis s'allonge. La différence x des tirages entre l'image directe des rayons parallèles du collimateur et l'image réfléchi donne la mesure de ce rayon, si l'on connaît la distance focale principale de l'objectif et l'angle d'incidence; on se sert d'abord pour cela de la formule des caustiques

par réflexion ⁽¹⁾ des rayons parallèles,

$$F = - \frac{\rho}{2} \cos i;$$

— ρ est le rayon de courbure avec son signe; F est la distance du point de convergence des rayons réfléchis.

Substituant cette valeur dans la formule des lentilles,

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p'}, \quad \text{avec} \quad p' = F,$$

on en conclut la valeur de p ou mieux de $p - f$, qui est très petite, puisque le dépointement $x = p - f$ est faible :

$$\frac{p - f}{pf} = - \frac{2}{\rho \cos i} \quad \text{ou approximativement} \quad \frac{x}{f^2} = - \frac{2}{\rho \cos i},$$

d'où l'on conclut ρ . Comme on observe sous l'incidence $i = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$ lorsqu'on mesure l'angle du prisme, $\cos i = \sin \frac{A}{2}$, ce qui constitue une petite simplification.

On peut encore déduire ρ de la mesure du dépointement de la lunette dans l'observation du minimum de déviation.

Nous partirons de la formule générale des caustiques par réfraction citée plus haut,

$$\frac{\cos^2 e}{D} - \frac{n \cos^2 r}{F} = \frac{\cos e - n \cos r}{R},$$

formule qui exprime la relation entre le rayon de courbure R de la face d'entrée, la distance D du point lumineux, la distance F du point correspondant de la caustique, l'indice n et l'angle d'incidence; les longueurs D, F, R sont comptées positivement dans le même sens.

Pour la face d'émergence, on aura une expression analogue :

$$\frac{\cos e'}{D'} - \frac{n' \cos^2 r'}{F'} = \frac{\cos e' - n' \cos r'}{R'}.$$

(1) Qu'on déduit de la formule générale des caustiques par réfraction

$$\frac{\cos^2 i}{D} - \frac{n \cos^2 r}{F} = \frac{\cos i - n \cos r}{R},$$

i et r , angles d'incidence et de réfraction; n , indice; D, distance du point lumineux donnant le pinceau incident; F, distance du point correspondant de la caustique; R, distance du centre de courbure de la ligne directrice, toutes ces distances étant comptées positivement du même côté de la courbe.

Si l'on considère la marche des rayons dans le prisme au minimum de déviation, on aura les relations suivantes, en négligeant l'épaisseur moyenne du prisme devant F , qui est très grand (voisin de l'infini),

$$n' = \frac{1}{n}, \quad D' = F,$$

$$e' = r,$$

$$r' = e,$$

d'où

$$\frac{n \cos^2 r'}{F} - \frac{\cos^2 e'}{F'} = \frac{n \cos r - \cos e}{R'}.$$

On élimine F par simple addition membre à membre.

$$\cos^2 e \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{F'} \right) = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right) (\cos e - n \cos r).$$

De plus, dans le cas du minimum de déviation $e = \frac{A + \Delta}{2}$, $r = \frac{A}{2}$; substituant ces valeurs dans la formule, il vient, tout calcul fait,

$$\frac{1}{D} - \frac{1}{F'} = + \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right) \frac{\sin \frac{\Delta}{2}}{\sin \frac{A}{2} \cos^2 \frac{A + \Delta}{2}}.$$

On voit que le prisme agit comme une véritable lentille dont la distance focale principale serait égale à l'inverse du second membre.

Puisqu'on règle le collimateur de façon à donner des rayons parallèles, $D = \infty$. Quant à la distance du point de convergence F , on l'observe avec la lunette, c'est-à-dire à travers un objectif de distance focale f :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = f, \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{F'} = \frac{1}{f},$$

d'où

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{1}{F'} \quad \text{ou approximativement} \quad \frac{p - f}{f^2} = \frac{1}{F'}.$$

On en conclut, pour le dépointement $y = p - f$ de la lunette,

$$y = f - p = f^2 \left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} \right) \frac{\sin \frac{\Delta}{2}}{\sin \frac{A}{2} \cos^2 \frac{A + \Delta}{2}}.$$

Pour suivre les conventions de signe de la formule générale, R' et R sont de

signes contraires, mais R' est positif; donc $R' = -R - \rho$:

$$y = \frac{2f^2}{\rho} \frac{\sin \frac{\Delta}{2}}{\sin \frac{A}{2} \cos^2 \frac{A + \Delta}{2}},$$

équation qui donne le dépointement y en fonction de la valeur du rayon de courbure.

Relation entre les déplacements du foyer des rayons réfléchis et réfractés.

Remarque. — Il résulte de la comparaison de cette formule avec la précédente,

$$x = -\frac{2f^2}{\rho \cos i},$$

que les dépointements sont de signes contraires, comme l'expérience le prouve (p. 32); en outre, il existe une relation assez simple entre eux, à laquelle on a fait allusion (p. 33), surtout si l'on observe le dépointement par réflexion lors de la mesure de l'angle du prisme, alors que $i = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$, d'où $\cos i = \sin \frac{A}{2}$.

L'élimination de ρ conduit à l'expression

$$y = -x \frac{\sin \frac{\Delta}{2}}{\cos^2 \frac{A + \Delta}{2}},$$

qui lie le dépointement y des rayons réfractés au minimum de déviation au dépointement des rayons réfléchis sous l'incidence correspondant à la mesure de l'angle du prisme.

Telle est la relation à laquelle il a été fait allusion plus haut (p. 33).

Application numérique. Vérification de la relation précédente. — J'ai donné, au début du Mémoire (p. 33), les valeurs du tirage de la lunette du *petit goniomètre* dans l'observation des images de la fente réfléchies et réfractées par le prisme de spath d'Islande qui m'a servi dans ces expériences :

	e	Diff.
Image réfléchie	1,76	$x = -0,30$
Image directe (rayons parallèles)...	1,46	$y = +0,35$
Image ordinaire.....	1,11	
Image extraordinaire.....	1,30	$y' = 0,16$

J'ai en même temps mesuré les déviations minimum correspondantes des

deux rayons $\Delta = 52^{\circ}4'$ (rayon ordinaire), $\Delta' = 36^{\circ}32'$ (rayon extraordinaire).
L'angle du prisme étant sensiblement égal à 60° , on trouve

$$y = -1,406x, \quad y' = -0,70x.$$

Si l'on substitue $x = -0,30$, on calcule $y = 0,42$, $y' = 0,21$. L'erreur s'élève à $0^{\circ},07$ pour y et $0^{\circ},06$ pour la seconde, c'est-à-dire un peu plus de $\frac{2}{3}$ de millimètre et de $\frac{1}{2}$ millimètre, quantités de l'ordre de l'incertitude des mesures.

Calcul du rayon de courbure des faces. — 1° D'après le dépointement du rayon réfléchi :

$$\rho = -\frac{2f^2}{x \cos i}, \quad x = +0,30, \quad i = \frac{\pi}{2} - 30^{\circ} = 60^{\circ},$$

d'où

$$\rho = 7680^{\circ} \text{ ou } 76^{\text{m}},80.$$

2° D'après le dépointement des rayons réfractés :

$$\rho = \frac{2f^2}{y} \frac{\sin \frac{\Delta}{2}}{\sin \frac{\Delta}{2} \cos^2 \frac{\Delta + \Delta'}{2}}, \quad y = 0,35, \quad y' = 0,16,$$

$$\Delta = 52^{\circ}4', \quad \Delta' = 36^{\circ}32',$$

d'où

$$\rho = 92^{\text{m}},55, \quad \rho = 100^{\text{m}},02.$$

On voit que la courbure est relativement très faible, ce qui explique la divergence ⁽¹⁾ des deux modes de mesure par l'observation des rayons réfléchis ou réfractés; les deux évaluations par les rayons réfractés sont, au contraire, aussi concordantes qu'il est permis de l'espérer.

(1) Je pense que cette divergence est due à l'action de la partie plus courbée de la surface du prisme le long de l'arête réfringente. J'ai refait la même série de mesures en couvrant cette arête d'une bande de papier noir; les divergences sont alors plus faibles et de signes contraires :

Image réfléchie.....	1,72	$x = -0,25$
» directe.....	1,47	$y = 0,38$
» réfractée ordinaire.....	1,09	$y' = 0,19$
» réfractée extraordinaire..	1,28	

D'après $x = -0,25$, on calcule $y = 0,35$, $y' = 0,17$.

La vérification expérimentale des formules est donc aussi satisfaisante que possible.

On en déduit les trois valeurs suivantes du rayon de courbure en partant des trois dépointements x, y, y' ,

$$93,23, \quad 85,25, \quad 85,77,$$

qui s'accordent entre elles mieux que dans l'exemple ci-dessus.

Au moment de mettre sous presse, je trouve sur mes cahiers d'expériences deux autres

**Difficultés spéciales relatives à la mesure de l'angle du prisme
dans le cas où les faces sont courbes.**

Si l'on se reporte à l'analyse qui a permis d'évaluer l'erreur commise sur l'indice de réfraction et a donné un moyen simple de l'éliminer par le choix d'un angle réfringent convenable, on reconnaîtra que la méthode d'observation suppose que les rayons incidents sont parallèles entre eux.

Le parallélisme du faisceau incident peut s'obtenir d'après le réglage indiqué plus haut. Mais quelle serait l'influence d'une petite erreur dans le réglage du collimateur sur la mesure de l'angle du prisme?

Les deux rayons incidents HR et H'R' (fig. 2), au lieu d'être parallèles et par conséquent de faire un angle nul, feraient entre eux un petit angle θ dont la tangente trigonométrique serait sensiblement égale au quotient de la distance HR des points d'incidence, par la distance du point de concours de HR et H'R'. Soit F cette distance. On trouve aisément que $HR = 4p \cos \frac{A}{2}$, d'où

$$\text{tang } \theta = \frac{4p}{F} \cos \frac{A}{2} \quad \text{ou approximativement} \quad \theta = \frac{4p}{F} \cos \frac{A}{2}.$$

séries, faites le 5 novembre 1877, après la série des clichés ρ (voir p. 46) :

Collimateur.....	2,00		2,19 (foyer principal)
Image réfléchie.....	2,10	$x = -0,28$	1,91 $x = -0,28$
» directe.....	1,82	$y = 0,37$	1,63 $y = 0,40$
» réfractée ordinaire.....	1,45		1,23

Ces deux séries ont été faites à titre de renseignement avant de mesurer l'angle du prisme : après avoir effectué la première série de mesures, je m'étais aperçu que le réglage du collimateur était un peu défectueux et je recommençai les opérations : on voit que les résultats s'accordent entièrement avec ceux des séries faites spécialement en vue de l'étude des dépointements.

Voici les résultats obtenus dans les deux cas pour la mesure de l'angle A du prisme ; ils seront utilisés plus loin.

Avec le réglage défectueux :

$$2A = 119^{\circ} 59' 40''$$

20
40
40

Moyenne..... 119.59.35

Avec le réglage plus parfait :

$$2A = 120^{\circ} 2' 30''$$

La différence entre les deux valeurs de $2A$ est $2'55''$; elle correspond à une différence de tirage de $0^{\circ},19$ du collimateur ; les objectifs employés sont, il est vrai, en quartz, mais la distance focale est à quelques millimètres près la même pour la raie D que celle des objectifs achromatiques crown-flint employés ci-dessus.

Or la distance F est la distance conjuguée de la position de la fente du collimateur :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

avec $p' = F$, d'où

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{1}{F};$$

d'où l'on conclut, en posant $p - f = z$ ⁽¹⁾ et remarquant que p est très voisin de f ,

$$\frac{1}{F} = \frac{z}{f^2}, \quad \text{d'où} \quad \theta = -\frac{4pz}{f^2} \cos \frac{A}{2}.$$

L'angle θ est donc proportionnel au dépointement du collimateur par rapport au tirage correspondant au foyer principal, θ étant positif; lorsque le point de convergence est situé du côté de la fente, z est aussi positif.

Il en résulte que l'angle des deux rayons réfléchis sur les deux faces se trouve diminué de l'angle θ . Or l'angle que l'on mesure alors est égal à

$$4 \left(\frac{A}{2} + \rho \cos \frac{A}{2} \right);$$

il en résulte que l'on a alors, pour l'angle à substituer dans la formule de Newton,

$$\frac{A_0}{2} + p \left(\rho \sin \frac{A}{2} + \frac{z}{f^2} \right) \cos \frac{A}{2}.$$

Telle est la valeur de l'erreur commise sur l'angle du prisme par un défaut de réglage du collimateur: on voit avec quel soin il faut opérer ce réglage, si l'on cherche à obtenir des résultats précis.

Remarque. — On peut profiter de la loi qui représente cette erreur pour éliminer l'effet de la courbure sur la valeur de l'angle du prisme et obtenir A_0 directement; on a vu que A_0 est précisément l'angle qu'on obtiendrait par réflexion normale sur les faces.

En effet, à la place de $\frac{1}{\rho \sin \frac{A}{2}}$ mettons sa valeur en fonction du dépointe-

(1) On donne à z le signe — parce que les valeurs positives de z donnent un angle inverse de celui de la figure sur laquelle on raisonne; on arriverait au même résultat en donnant le même sens positif à p et p' .

ment x produit par la réflexion des rayons parallèles sous l'incidence $i = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$; on a

$$x = - \frac{2f^2}{\rho \sin \frac{A}{2}},$$

d'où l'on conclut, pour la valeur du demi-angle,

$$\frac{A_0}{2} = \frac{p \cos \frac{A}{2}}{f^2} \left(\frac{x}{2} - z \right).$$

On annulera le terme qui exprime l'erreur en dépointant le collimateur de la moitié du dépointement de la lunette, ce qui revient à répartir le dépointement par moitié sur la lunette et sur le collimateur.

Cette opération a l'avantage de fournir une vérification de la valeur de A_0 , indépendamment de p et de f , valeur qu'on peut observer directement par réflexion normale.

Vérification numérique. — Les vérifications portent sur de très petits angles, différences d'angles considérables, relevés sur des images qui ne sont pas absolument parfaites; on ne doit donc pas s'attendre à des conclusions trop rigoureuses.

Pour vérifier la valeur de l'angle θ , j'ai observé avec le *petit goniomètre* le double de l'angle du prisme de spath, le tirage du collimateur variant de millimètre en millimètre dans le voisinage du foyer principal:

Tirage.		Diff.
2,30.....	$2A = 120^{\circ}.4'.57''$	$1.17''$
2,20.....	3.40	1.20
2,10.....	2.20	1.20
2,00.....	1.00	

Le sens de la variation est bien celui qui a été prévu. En diminuant le tirage on diminue l'angle observé. Les différences sont sensiblement égales: la différence moyenne est de $1'19''$. Le calcul de $\tan \theta$ donne, en substituant,

$$z = 0,1, \quad p = 5^{\text{mm}}, \quad \frac{A}{2} = 30^{\circ}, \quad f = 24^{\text{cm}}, \quad \theta = 1'2''.$$

La différence entre le calcul et l'observation est un peu forte ($17''$), mais la valeur de p est probablement un peu forte aussi ⁽¹⁾.

(1) Dans les expériences citées précédemment en note, une différence de $0^{\circ},19$ de tirage donnait, avec le signe convenable, $2'55''$: le calcul donnerait $1'58''$.

Le foyer principal du collimateur, réglé suivant la marche indiquée plus haut, est compris entre 2, 14 et 2, 10, suivant deux opérations faites à plusieurs jours de distance; si l'on ajoute la moyenne 2, 12, l'angle du prisme mesuré avec un faisceau parallèle est donné par

$$2A = 120^{\circ} 2' 20'' + 0,2 \times 100'' = 120^{\circ} 2' 36'',$$

d'où

$$A = 60^{\circ} 1' 18''.$$

On a vu que le dépointement x , produit par réflexion des rayons incidents sur les faces du prisme, a été trouvé de 0,30 et 0,25; adoptant 0,28 comme moyenne,

$$\frac{x}{2} = 0,14.$$

D'après ce qui a été dit précédemment, si l'on mesure l'angle du prisme avec un dépointement $x = \frac{x}{2}$, on doit retomber sur l'angle A_0 . Si donc on ajoute $\frac{x}{2} = 0,14$ au tirage correspondant au foyer principal 2, 12, on obtient 2, 26. L'angle correspondant à ce tirage se déduit par interpolation des valeurs précédentes :

$$A_0 = 60^{\circ} 2' 13''.$$

Or A_0 , angle des faces du prisme sous l'incidence normale, a été mesurée directement avant et après la série précédente :

$$A_0 = \begin{array}{l} \text{Moyenne.} \\ 60^{\circ} 2' 10'', \\ 60^{\circ} 1' 58'', \end{array} \quad 60^{\circ} 2' 4''.$$

La différence 9'' est de l'ordre de l'incertitude des pointes et de la détermination du tirage correspondant au foyer principal.

Calcul numérique de l'erreur sur l'indice de réfraction de la raie D (rayon ordinaire).

Nous avons maintenant tous les éléments pour effectuer le calcul numérique de l'erreur causée sur l'indice de réfraction par la courbure des faces. La correction calculée précédemment (p. 80) est

$$dn = \frac{p}{\rho} \frac{\sin \frac{\Delta}{2} \cos \left(A + \frac{\Delta}{2} \right)}{\sin^3 \frac{A}{2} \cos \left(\frac{A + \Delta}{2} \right)}.$$

Appliquons cette formule au cas du rayon ordinaire du prisme de spath qui m'a servi dans mes expériences :

$$p = 0^m, 005, \quad \rho = -95^m \text{ environ}, \quad A = 60^\circ 2', \quad \Delta = 52^\circ 4'.$$

ρ doit être ici considéré comme négatif, car, d'après l'analyse géométrique du phénomène (p. 78), l'angle $\frac{A_0}{2}$ est augmenté de $+\frac{p}{\rho} \cot \frac{A}{2}$. Or, si la face est convexe, cet angle est moindre que $\frac{A_0}{2}$; donc ρ est négatif.

On trouve, pour la valeur de la correction,

$$dn = -0,000023.$$

Cette erreur sur l'indice est évidemment très petite, parce que la courbure des faces du prisme est très faible; toutefois, elle n'est pas négligeable, ainsi qu'on en peut juger par le cas présent choisi comme exemple, lorsqu'on veut profiter de toute l'exactitude que comportent les mesures. En effet, l'angle $d\alpha$,

$$d\alpha = \frac{p}{\rho} \left(\cot \frac{A}{2} - \tan \frac{A + \Delta}{2} \right),$$

qui exprime l'erreur relative aux angles réfringents qu'on met sous la forme, calculable par logarithmes,

$$d\alpha = \frac{p}{\rho} \frac{\cos \left(A + \frac{\Delta}{2} \right)}{\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A + \Delta}{2}},$$

est ici numériquement égal à $9''$ environ; mais cela tient à ce que l'angle du prisme est, pour le rayon ordinaire, très voisin de la valeur qui annulerait $d\alpha$ (voir plus loin, p. 91).

Pour s'en convaincre, il suffit de répéter les mêmes calculs avec le rayon extraordinaire. On a

$$dn = -0,000039 \quad \text{et} \quad d\alpha = 7''.$$

Ainsi la correction dn est presque double et altère notablement les décimales sur lesquelles on compte d'ordinaire dans ce genre de calcul, quoique l'erreur $d\alpha$ soit plus petite.

On voit par ce qui précède que, si la courbure des faces ou la grandeur de p était trois ou quatre fois plus forte (ce qui n'aurait rien d'exagéré), l'erreur commise sur l'indice, même dans le cas très favorable où l'on opère, serait tout à fait inadmissible pour des expériences de précision.

Cette application numérique a encore un autre but : c'est celui de montrer que, malgré ses imperfections, la méthode de mesure de l'angle du prisme

par réflexion oblique est supérieure à la méthode de mesure par réflexion normale, qui, à un point de vue absolu, paraît plus correcte. En effet, la réflexion normale aux faces donne directement l'angle A_0 , tandis que la réflexion oblique donne $A_0 + \frac{2p}{\rho} \cot \frac{A}{2}$. Mais ce dernier angle est très voisin de l'angle réfringent observé $A_0 + \frac{2p}{e} \tan \frac{A + \Delta}{2}$; il en résulte que l'angle réfringent est entaché de l'erreur $\frac{2p}{\rho} \tan \frac{A + \Delta}{2}$, qui fausse l'indice.

Dans le cas présent, si l'on adoptait l'angle $A_0 = 60^\circ 2' 4''$ au lieu de l'angle $A_0 + \frac{2p}{\rho} \tan \frac{A + \Delta}{2} = 60^\circ 1' 18''$ (1), on commettrait une erreur de $42''$, c'est-à-dire bien supérieure aux erreurs de pointés, et puisque $9''$ d'erreur donnent une erreur de 0,000023 sur l'indice, on commettrait ici une erreur encore cinq fois plus grande, = 0,00115. Avec un prisme dont les faces seraient moins bien réussies que le prisme de spath dont j'ai fait usage, on voit à quels écarts on serait conduit, malgré la précision apparente des pointés.

Élimination de l'erreur provenant de la courbure des faces du prisme.

Les considérations précédentes montrent combien l'analyse et la correction des erreurs dues à la courbure des faces du prisme sont minutieuses; il était donc fort intéressant de rechercher les circonstances dans lesquelles ces erreurs s'éliminent d'elles-mêmes. J'ai été assez heureux pour parvenir à un résultat très simple dans le cas le plus ordinaire où l'on mesure l'angle du prisme par réflexion oblique sur ses faces; en voici l'énoncé :

THÉORÈME. — *Le choix de l'angle réfringent du prisme permet d'éliminer*

(1) En résumé, voici les diverses déterminations de l'angle du prisme de spath qui m'a servi dans mes expériences par réflexion oblique avec des rayons parallèles :

3 novembre 1877...	$A = 60.1.15''$	} objectifs achromatiques quartz-spath..	$\theta = 12,3$
	$60.1.3$		
4 novembre 1877..	$60.1.10$	} » simples quartz	$\theta = 12,8$
	0		
28 octobre 1879.....	$60.1.18$	} » achromatiques crown-flint...	$\theta = 10,0$
	1.18		
Moyenne.....	$60.1.10$		

On a compté deux fois la dernière mesure, parce qu'elle provient de la discussion de trois déterminations.

l'erreur sur l'indice de réfraction causée par les courbures des faces, à la condition que ces courbures soient faibles et à peu près égales; la cotangente du demi-angle du prisme doit être égale à l'indice de réfraction.

Reprenons l'expression de l'erreur commise sur l'indice de réfraction dans le cas du mode de mesure le plus généralement adopté :

$$dn = \frac{p}{\rho} \frac{\sin \frac{\Delta}{2}}{\sin^2 \frac{A}{2}} \left(\cot \frac{A}{2} - \operatorname{tang} \frac{A + \Delta}{2} \right).$$

On peut l'annuler de plusieurs manières :

1° Si $\rho = \infty$, c'est-à-dire si les faces sont planes.

2° Si $p = 0$, c'est-à-dire si l'arête du prisme coïncide avec l'axe de l'instrument. Il semble que cette condition, si facile à remplir, soit efficace : il n'en est rien. En effet, on n'utiliserait d'abord que la moitié du faisceau incident, ce qui réduirait l'éclat des images à la moitié de l'intensité qu'elles peuvent avoir par une position mieux choisie du prisme; ensuite on perdrait en netteté, par suite en précision dans les pointés, parce que les irrégularités de taille des faces sont toujours plus grandes le long de l'arête. En conséquence, on perdrait tout le bénéfice théorique de cette condition. Néanmoins, il était bon de la signaler, afin de montrer que p (distance de l'axe de l'instrument aux faces du prisme) doit être choisi aussi petit que possible.

3° Si l'on pose

$$\cot \frac{A}{2} - \operatorname{tang} \frac{A + \Delta}{2} = 0.$$

Dans le cas où cette condition est remplie, les mesures correspondent au même angle réfringent, ainsi qu'on peut s'en assurer d'après les expressions données plus haut (p. 80), et la substitution des valeurs de \mathcal{A} et de \mathcal{O} , observées dans la formule de Newton, donne un résultat exact pour l'indice.

La condition précédente est indépendante de la valeur absolue de la courbure des faces ρ , pourvu qu'elle soit petite et la même pour les deux faces, ainsi que de la distance p ; on peut la mettre sous une forme plus élégante en transformant les tangentes en sinus,

$$\cos \frac{A}{2} = \pm \sin \frac{A + \Delta}{2},$$

et, comme la formule du minimum de déviation est

$$n \sin \frac{A}{2} = \sin \frac{A + \Delta}{2},$$

Voici, du reste, une Table qui donne pour chaque valeur de l'indice croissant par dixièmes depuis $n = 1$ jusqu'à $n = 2,5$ les valeurs correspondantes de l'angle qui satisfait à la relation $\cot \frac{A}{2} = n$. On calculera ainsi facilement, par interpolation, pour chaque indice, la valeur de l'angle qu'il faut donner au prisme pour éliminer l'erreur produite par la courbure des faces.

n .	A	n .	A.
1,0.	90. 0'	1,8.	58. 7'
1,1.	84. 33	1,9.	55. 31
1,2.	79. 37	2,0.	53. 8
1,3.	75. 8	2,1.	50. 56
1,4.	71. 4	2,2.	48. 53
1,5.	67. 23	2,3.	47. 0
1,6.	64. 1	2,4.	45. 14
1,7.	60. 56	2,5.	43. 36

Le second énoncé, $I + \frac{A}{2} = 90^\circ$, est une véritable démonstration du calcul qui a servi à établir la condition en question. En effet, l'angle de réfraction intérieure du prisme r , au minimum de déviation, est précisément égal à $\frac{A}{2}$; on en conclut donc $I + r = 90^\circ$. D'autre part, dans la mesure de l'angle du prisme, l'angle d'incidence *idéal* est égal au complément du demi-angle du prisme (placé symétriquement par rapport aux rayons incidents), d'où il résulte, d'après la *fig. 3*, que les points d'incidence et d'émergence I et E, qui correspondent à la réfraction des rayons suivant les axes principaux du collimateur et de la lunette OI et OE (déviations à droite ou à gauche), sont les mêmes que les points d'incidence et d'émergence I et E qui correspondent à la réflexion des faisceaux parallèles sortant du collimateur. C'est bien là la condition requise pour éliminer l'effet de la courbure.

Un troisième énoncé se déduit de la formule primitive

$$\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} = \frac{A}{2} + \frac{\Delta}{2},$$

d'où

$$\pi - 2A = \Delta.$$

La déviation doit être égale au supplément du double de l'angle du prisme.

Cet énoncé s'interprète aisément sur la figure et forme une nouvelle démonstration du théorème; il signifie que l'angle des deux rayons réfléchis sur les deux faces du prisme est égal à l'angle du rayon incident et du rayon émergent au minimum de déviation.

Remarque. — Cette propriété de l'angle du prisme pour éliminer l'erreur due à la courbure des faces suppose essentiellement l'emploi de la réflexion simultanée sur les deux faces du prisme pour la mesure de l'angle; dans le cas où l'on emploierait une autre méthode de mesure, par exemple la réflexion normale sur les faces, l'élimination de l'erreur ne s'effectuerait pas.

Calcul des indices de réfraction.

Abréviation du calcul lorsque l'angle du prisme est voisin de 60°. — Lorsqu'on observe la déviation minimum des radiations comme nous l'avons supposé, l'indice de réfraction est donné par la formule

$$n = \frac{\sin \frac{A + \Delta}{2}}{\sin \frac{A}{2}}.$$

Bien que l'usage des Tables de logarithmes rende le calcul numérique excessivement simple, il n'en est pas moins utile de se ménager une vérification des résultats obtenus; on peut, dans ce but, calculer avec les sinus naturels et effectuer la division, par exemple à l'aide d'un arithmomètre: la concordance des résultats par deux voies si différentes est un gage de l'exactitude du calcul.

Dans le cas où l'angle du prisme est voisin de 60°, ce calcul par les sinus naturels peut se simplifier d'une manière considérable et se réduire à deux petites opérations de parties proportionnelles. En effet, posons $\frac{A}{2} = 60^\circ + \delta A$, on a, d'après une formule établie précédemment (p. 79),

$$\delta n = - \frac{\sin \frac{\Delta}{2}}{\sin^2 \frac{A}{2}} \delta \left(\frac{A}{2} \right).$$

On aura d'ailleurs $n = n_0 + \delta n$, n_0 étant l'indice calculé en prenant 60° au lieu de A; mais, comme $\sin \frac{A}{2}$ est alors égal à $\sin 30^\circ$ ou $\frac{1}{2}$, il vient

$$n_0 = 2 \sin \left(30^\circ + \frac{\Delta}{2} \right),$$

par suite,

$$n = 2 \sin \left(30^\circ + \frac{\Delta}{2} \right) - 4 \sin \frac{\Delta}{2} \delta \left(\frac{A}{2} \right).$$

On trouvera ci-après une Table qui donne les valeurs de n_0 pour des demi-déviation $\frac{\Delta}{2}$ variant de 10' en 10'. Les valeurs de n_0 ont été obtenues en doublant la valeur des sinus naturels de $\left(\frac{\Delta}{2} + 30^\circ\right)$ qu'on trouve dans la Table de Wlacq (édition publiée à Paris chez C. Jombert en 1720); les valeurs intermédiaires s'obtiennent par un calcul facile lorsqu'on réduit les secondes d'arc en fractions de minute à l'aide d'une petite Table auxiliaire, qu'on trouvera également plus loin; la colonne intitulée δn pour $\delta\left(\frac{\Delta}{2}\right) = 1'$ donne le facteur par lequel il faut multiplier le nombre de minutes et de fractions de minute pour obtenir l'appoint de n_0 .

Enfin la dernière colonne, δn pour $\delta\left(\frac{\Delta}{2}\right) = 1'$, contient les valeurs du facteur $(1) 4 \sin \frac{\Delta}{2} \sin 1'$, par lequel on multiplie l'écart du demi-angle du prisme avec 60° pour obtenir le terme de correction.

Un exemple numérique achèvera de faire comprendre les opérations.

L'angle du prisme de spath d'Islande qui m'a servi dans les expériences dont il a été question dans le Mémoire était (voir p. 45 et 90)

$$A = 60^\circ 1' 10'', \quad \text{d'où} \quad \frac{A}{2} = 30^\circ + 35'' \quad \text{ou} \quad 30^\circ + 0',58,$$

en convertissant, d'après la Table auxiliaire, les 35'' en fractions décimales de minute.

La déviation de la raie O a été trouvée (voir Tableau I, p. 46)

$$\Delta = 56^\circ 22' 45'', \quad \frac{\Delta}{2} = 28^\circ 11' 23'' \quad \text{ou} \quad 28^\circ 10' + 1',38.$$

n_0 , correspondant à	$\frac{\Delta}{2} = 28^\circ 10'$	1,699173
δn_0 »	$\delta \frac{\Delta}{2} = 1',38$ ou $1',38 \times 30,6$	412
δn »	$\frac{A}{2} = 0',58$ ou $0',58 \times -54,9$	- 318
		$n = 1,699277$

Le calcul par la Table de logarithmes à sept décimales donne $n = 1,699276$.

(1) Il a suffi de le calculer par logarithmes de degré en degré; comme ce facteur croît presque proportionnellement à $\frac{\Delta}{2}$, l'interpolation est très facile.

On ne conserve que cinq chiffres décimaux, c'est-à-dire six figures.

Remarque.— Pour être plus certain de l'approximation du dernier chiffre conservé, la Table indique si le nombre n_0 est approché par défaut ou par excès⁽¹⁾ : dans le premier cas, on ajoute 0,25 ou simplement 0,3 (ainsi qu'on l'a fait dans l'exemple choisi); dans le second cas, on retranche 0,3. De cette manière, l'erreur probable est inférieure à une demi-unité du dernier chiffre conservé.

L'usage de cette Table est si facile (les parties proportionnelles pouvant s'obtenir à vue à l'aide d'une règle à calcul), qu'on doit la recommander pour le calcul rapide des indices de réfraction et, dans tous les cas, pour la vérification des calculs de précision.

Table auxiliaire pour la conversion des secondes d'arc en fractions décimales de minute d'arc.

1.....	0,02	21.....	0,35	41.....	0,68
2.....	0,03	22.....	0,37	42.....	0,70
3.....	0,05	23.....	0,38	43.....	0,72
4.....	0,07	24.....	0,40	44.....	0,73
5.....	0,08	25.....	0,42	45.....	0,75
6.....	0,10	26.....	0,43	46.....	0,77
7.....	0,12	27.....	0,45	47.....	0,78
8.....	0,13	28.....	0,47	48.....	0,80
9.....	0,15	29.....	0,48	49.....	0,82
10.....	0,17	30.....	0,50	50.....	0,83
11.....	0,18	31.....	0,52	51.....	0,85
12.....	0,20	32.....	0,53	52.....	0,87
13.....	0,22	33.....	0,55	53.....	0,88
14.....	0,23	34.....	0,57	54.....	0,90
15.....	0,25	35.....	0,58	55.....	0,92
16.....	0,27	36.....	0,60	56.....	0,93
17.....	0,28	37.....	0,62	57.....	0,95
18.....	0,30	38.....	0,63	58.....	0,97
19.....	0,32	39.....	0,65	59.....	0,98
20.....	0,33	40.....	0,67	60.....	1,00

(¹) Lorsque le dernier chiffre est forcé, le nombre n_0 est marqué d'un point en haut et à droite.

Table pour le calcul abrégé des indices de réfraction lorsque l'angle du prisme est voisin de 60°.

$\frac{\Delta}{2}$	n_0	δn		$\frac{\Delta}{2}$	n_0	δn		$\frac{\Delta}{2}$	n_0	δn	
		pour $\delta(\frac{\Delta}{2}) = r'$	pour $\delta(\frac{\Delta}{2}) = r'$			pour $\delta(\frac{\Delta}{2}) = r'$	pour $\delta(\frac{\Delta}{2}) = r'$			pour $\delta(\frac{\Delta}{2}) = r'$	pour $\delta(\frac{\Delta}{2}) = r'$
10. 0'	1,28557	44,6	-20,2	18. 0'	1,48629	38,9	-36,0	26. 0'	1,65808	32,4	-51,0
10 10	1,29003	44,4	-20,5	18 10	1,49018	38,7	-36,3	26 10	1,66132	32,3	-51,3
20	1,29447	44,3	-20,8	20	1,49405	38,6	-36,6	20	1,66455	32,2	-51,6
30	1,29890	44,1	-21,2	30	1,49791	38,5	-37,0	30	1,66777	32,1	-51,9
40	1,30331	44,1	-21,5	40	1,50176	38,4	-37,3	40	1,67098	31,9	-52,2
50	1,30772	44,0	-21,8	50	1,50560	38,2	-37,6	50	1,67417	31,7	-52,5
11. 0	1,31212	43,8	-22,2	19. 0	1,50942	38,1	-37,9	27. 0	1,67734	31,6	-52,8
10 10	1,31650	43,8	-22,5	10 10	1,51323	38,0	-38,2	10 10	1,68050	31,5	-53,1
20	1,32088	43,6	-22,8	20	1,51703	37,8	-38,5	20	1,68365	31,3	-53,4
30	1,32524	43,5	-23,2	30	1,52081	37,7	-38,9	30	1,68678	31,2	-53,7
40	1,32959	43,4	-23,5	40	1,52458	37,6	-39,2	40	1,68990	31,1	-54,0
50	1,33393	43,3	-23,8	50	1,52834	37,5	-39,5	50	1,69301	30,9	-54,3
12. 0	1,33826	43,2	-24,2	20. 0	1,53209	37,3	-39,8	28. 0	1,69610	30,7	-54,6
10 10	1,34258	43,1	-24,5	10 10	1,53582	37,2	-40,1	10 10	1,69917	30,6	-54,9
20	1,34689	42,9	-24,8	20	1,53954	37,1	-40,4	20	1,70223	30,5	-55,2
30	1,35118	42,8	-25,2	30	1,54325	36,9	-40,8	30	1,70528	30,3	-55,5
40	1,35546	42,8	-25,5	40	1,54694	36,8	-41,1	40	1,70831	30,2	-55,8
50	1,35974	42,6	-25,8	50	1,55062	36,7	-41,4	50	1,71133	30,0	-56,1
13. 0	1,36400	42,5	-26,2	21. 0	1,55429	36,6	-41,7	29. 0	1,71433	29,9	-56,4
10 10	1,36825	42,3	-26,5	10 10	1,55795	36,4	-42,0	10 10	1,71732	29,8	-56,7
20	1,37248	42,3	-26,8	20	1,56159	36,3	-42,3	20	1,72030	29,6	-57,0
30	1,37671	42,1	-27,2	30	1,56522	36,1	-42,7	30	1,72326	29,4	-57,3
40	1,38092	42,1	-27,5	40	1,56883	36,0	-43,0	40	1,72620	29,3	-57,6
50	1,38513	41,9	-27,8	50	1,57243	35,8	-43,3	50	1,72913	29,2	-57,9
14. 0	1,38932	41,8	-28,2	22. 0	1,57602	35,8	-43,6	30. 0	1,73205	29,0	-58,2
10 10	1,39350	41,6	-28,5	10 10	1,57960	35,6	-43,9	10 10	1,73495	28,9	-58,5
20	1,39766	41,6	-28,8	20	1,58316	35,4	-44,2	20	1,73784	28,7	-58,8
30	1,40182	41,4	-29,2	30	1,58671	35,3	-44,5	30	1,74071	28,6	-59,1
40	1,40596	41,3	-29,5	40	1,59024	35,2	-44,8	40	1,74357	28,4	-59,4
50	1,41009	41,3	-29,8	50	1,59376	35,1	-45,2	50	1,74641	28,3	-59,6
15. 0	1,41422	41,0	-30,1	23. 0	1,59727	35,0	-45,5	31. 0	1,74924	28,1	-59,9
10 10	1,41832	41,0	-30,4	10 10	1,60077	34,8	-45,8	10 10	1,75205	28,0	-60,2
20	1,42242	40,8	-30,7	20	1,60425	34,6	-46,1	20	1,75485	27,8	-60,5
30	1,42650	40,7	-31,1	30	1,60771	34,6	-46,4	30	1,75763	27,7	-60,8
40	1,43057	40,6	-31,4	40	1,61117	34,4	-46,7	40	1,76040	27,6	-61,1
50	1,43463	40,5	-31,7	50	1,61461	34,2	-47,0	50	1,76316	27,4	-61,4
16. 0	1,43868	40,3	-32,0	24. 0	1,61803	34,2	-47,3	32. 0	1,76590	27,2	-61,7
10 10	1,44271	40,3	-32,3	10 10	1,62145	34,0	-47,6	10 10	1,76862	27,1	-62,0
20	1,44674	40,1	-32,6	20	1,62485	33,8	-47,9	20	1,77133	26,9	-62,3
30	1,45075	40,0	-33,0	30	1,62823	33,7	-48,2	30	1,77402	26,8	-62,6
40	1,45475	39,8	-33,3	40	1,63160	33,6	-48,5	40	1,77670	26,6	-62,9
50	1,45873	39,8	-33,6	50	1,63496	33,4	-48,8	50	1,77936	26,5	-63,1
17. 0	1,46271	39,6	-34,0	25. 0	1,63830	33,3	-49,2	33. 0	1,78201	26,4	-63,4
10 10	1,46667	39,5	-34,3	10 10	1,64163	33,2	-49,5	10 10	1,78465	26,2	-63,7
20	1,47062	39,4	-34,6	20	1,64495	33,0	-49,8	20	1,78727	26,0	-64,0
30	1,47456	39,2	-35,0	30	1,64825	32,9	-50,1	30	1,78987	25,9	-64,3
40	1,47848	39,1	-35,3	40	1,65154	32,7	-50,4	40	1,79246	25,7	-64,6
50	1,48239	39,0	-35,6	50	1,65481	32,7	-50,7	50	1,79503	25,7	-64,8

**Indices de réfraction des raies dont les déviations minimum
ont été mesurées.**

Les Tableaux I et II (voir p. 46 et 48) donnent les déviations minimum du rayon ordinaire observées avec le prisme de spath dont l'angle a été trouvé égal sensiblement à $A = 60^{\circ} 1' 10''$. On a déduit de ces observations les indices de réfraction correspondant aux diverses raies; on les a calculés par logarithmes avec sept figures et vérifiés à l'aide des Tables précédentes :

Désignation des raies.	Indices de réfraction		Diff.
	d'après les observations précédentes.	d'après M. Mascart.	
D ₂	1,65833	D ₁ , D ₂ . 1,65846	13
F.....	1,66779	1,66793	14
.....	
O.....	1,69928	1,69955	27
$\lambda = 330,40$	1,70495	»	
Q.....	1,70583	1,70613	30
P.....	1,70251	1,70276	23
$\lambda = 324,59$	1,70770	»	
$\lambda = 320,16$	1,70993	»	
R.....	1,71112	1,71155	43
r.....	1,71303	»	
$\lambda = 312,50$	1,71407	»	
S.....	1,71542	1,71580	38
S ₂	1,71550	»	
$\lambda = 304,65$	1,71901	1,71939	38
$\lambda = 303,00$	1,71971		
T.....	1,72034		
$\lambda = 298,14$	1,72269		
U.....	1,72525		
$\lambda = 293,73$	1,72602		
$\lambda = 292,86$	1,72676		

(Les valeurs de λ définissent les raies d'après la Pl. II, à la fin du Mémoire.)

On a donné, comme comparaison, les indices mesurés par M. Mascart (*loc. cit.*, p. 237); les différences, assez faibles pour les raies visibles D et F, vont en augmentant avec la réfrangibilité. On a vu précédemment quelles difficultés on rencontre dans les mesures angulaires effectuées avec un prisme dont les faces sont légèrement courbes; or, les prismes de spath sont très généralement

dans ce cas : les divergences sont de l'ordre de celles que ce genre de perturbations peut apporter. Du reste, la méthode de l'ombre du réticule sur les clichés, employée par M. Mascart, n'est pas rigoureuse pour la mesure des déviations, lorsqu'elle n'est pas contrôlée par les mesures dans les deux sens; on ne doit donc pas s'attendre à une plus grande concordance (1).

Dans un autre Mémoire (2), j'ai été conduit à mesurer l'indice de réfraction ordinaire du spath d'Islande avec la lumière de la soude : pour les raies D₁, D₂, $n = 1,658325$, valeur qui coïncide avec celle que je trouve ici. Rudberg avait donné le nombre 1,65850, un peu plus fort que celui de M. Mascart. Il est fort probable que les faces de son prisme de spath étaient aussi plus convexes; si l'on se reporte au signe négatif de la correction (p. 89), on reconnaîtra que ces divergences s'atténueraient si l'on avait les éléments nécessaires pour le calcul de cette correction.

APPENDICE II.

INFLUENCE D'UNE PETITE ERREUR DANS LA POSITION DU PRISME, AU VOISINAGE DU MINIMUM DE DÉVIATION, SUR LA MESURE DE CETTE DÉVIATION.

Le problème qu'on se propose est le suivant : *Étant donnée une radiation de réfrangibilité donnée dans le voisinage du minimum de déviation, calculer la correction à effectuer sur la déviation observée d'après la position du prisme.*

On partira de la formule

$$\operatorname{tang}^2 \frac{e - e'}{2} = \frac{\nu^2 - n^2}{n^2 - \mu^2},$$

(1) En effet, cette méthode suppose que le réticule est rigoureusement dans l'axe de figure du tube de tirage de la lunette, et de plus que le déplacement de ce tube dans le sens de son axe s'effectue sans ballonnement, deux conditions qui ne peuvent être qu'approximativement remplies.

Les divergences de 30 unités du cinquième ordre sur la raie Q, par exemple ($n = 1,702$), correspondraient, d'après la Table précédente, à une erreur de $1' \times \frac{30}{30,5}$, c'est-à-dire 1' sensiblement sur la demi-déviations minimum, ou de $1' \times \frac{30}{55,5}$, c'est-à-dire 33" sur le demi-angle du prisme, quantités de l'ordre des erreurs que la courbure des faces peut introduire.

(2) *Sur la réfraction à travers un prisme suivant une loi quelconque (Annales scientifiques de l'École Normale supérieure, 2^e série, t. III, p. 42).*

qui est une transformation évidente de l'équation (11) de mon Mémoire *Sur la réfraction à travers un prisme*, etc. (*Annales de l'École Normale*, 2^e série, t. III, p. 240), où e et e' représentent les angles d'incidence et d'émergence sur les faces du prisme,

$$\nu = \frac{\sin \frac{A+D}{2}}{\sin \frac{A}{2}}, \quad \mu = \frac{\cos \frac{A+D}{2}}{\cos \frac{A}{2}};$$

A représente l'angle du prisme, D la déviation du rayon réfracté. Si le prisme était dans la position du minimum de déviation $D = \Delta$ (rayon suivant les lois ordinaires), on aurait $e = e'$ et

$$n = \frac{\sin \frac{A+\Delta}{2}}{\sin \frac{A}{2}}.$$

Substituant les valeurs de n , ν et μ , il vient

$$\operatorname{tang}^2 \frac{e-e'}{2} = \cot^2 \frac{A}{2} \frac{\sin^2 \frac{A+D}{2} - \sin^2 \frac{A+\Delta}{2}}{\sin^2 \frac{A+\Delta}{2} \cot^2 \frac{A}{2} - \cos^2 \frac{A+D}{2}}.$$

On remarquera que, si le numérateur s'annule pour $\Delta = D$, le dénominateur se réduit à $n^2 - 1$, quantité très différente de zéro.

Pour des valeurs de D très voisines de Δ , on peut donc substituer au dénominateur sa valeur limite et écrire

$$(n^2 - 1) \operatorname{tang}^2 \left(\frac{e-e'}{2} \right) \operatorname{tang}^2 \frac{A}{2} = \sin^2 \frac{A+D}{2} - \sin^2 \frac{A+\Delta}{2},$$

ou, très approximativement,

$$= \sin(A+\Delta) \sin \frac{D-\Delta}{2},$$

et, comme $D - \Delta$ est très petit,

$$D - \Delta = \frac{2(n^2 - 1) \operatorname{tang}^2 \frac{A}{2}}{\sin(A+\Delta)} \operatorname{tang}^2 \frac{e-e'}{2},$$

formule qui donne l'excès de la déviation sur sa valeur minimum lorsque $e \geq e'$. Or l'angle $\frac{e-e'}{2}$ représente l'angle que fait la bissectrice de la section droite du prisme avec la bissectrice des rayons incident et émergent (*loc.*

cit., p. 252) ⁽¹⁾ : c'est donc précisément l'erreur de position du prisme par rapport au minimum de déviation. On reconnaît en effet que D est toujours plus grand que Δ, car tous les facteurs sont positifs.

Il résulte de cette formule que l'excès de la déviation minimum est proportionnel sensiblement au carré de l'angle de déplacement du prisme relativement à la position qui donne le minimum de déviation.

La valeur numérique du facteur de proportionnalité dans le cas usuel de $n = \frac{3}{2}$, $A = 60^\circ$, est égal à $\frac{5}{6}$. Si l'on se borne à la recherche d'une limite supérieure, on peut *a fortiori* considérer ce facteur comme égal à l'unité.

Pour $\frac{e - e'}{2} = 1^\circ = \frac{1}{60}$ environ,

$$\left(\frac{e - e'}{2}\right)^2 = \frac{1}{60} \times \frac{1}{60},$$

d'où l'on conclut aisément les résultats suivants.

Si le prisme est en erreur de α sur sa position de déviation minimum, l'erreur de la déviation est moindre que α^2 .

Pour 1° , l'erreur est.....	< $1'$
Pour $\frac{1}{2}$ degré.....	< $15''$
Pour $\frac{1}{10}$ de degré.....	< $0'',6$

APPENDICE III.

SUR LA CONSTRUCTION DES OBJECTIFS ACHROMATIQUES EN QUARTZ ET SPATH D'ISLANDE.

La dispersion relative du quartz et du spath d'Islande est très convenablement appropriée à l'achromatisme d'une région très étendue du spectre solaire. Le quartz, grâce à sa dureté, prend un poli remarquable; malheureusement le spath d'Islande est difficile à tailler, à cause de son peu de dureté, de sa friabilité et de ses clivages : les opticiens déclarent eux-mêmes qu'ils sont loin de pouvoir donner aux surfaces de spath la même perfection qu'aux

⁽¹⁾ Le lecteur rectifiera, d'après cet énoncé exact, la faute d'impression qui s'y trouve : *réfringent* au lieu de *émergent*.

surfaces de verre ou de quartz. Il est donc impossible d'éviter les aberrations irrégulières dans les lentilles de spath. Dans ces circonstances, il était évidemment superflu de chercher à déterminer avec précision les rayons de courbure donnant le minimum d'aberration sphérique, tout étant subordonné à des conditions pratiques. Voici comment j'ai traité la question.

On a vu plus haut que la condition de minimum d'aberration impose une forme sensiblement plan-convexe pour une lentille simple, dont l'indice est voisin de 1,6, la face convexe étant à l'extérieur; donc l'ensemble des deux lentilles doit se rapprocher de cette forme.

La difficulté de taille du spath d'Islande impose l'emploi de courbures notables ou d'une face plane pour laquelle les opticiens sont bien outillés.

Les deux courbures intérieures doivent être égales, afin que, par un liquide approprié (eau, alcool, glycérine), on puisse, au besoin, annuler l'effet des imperfections de la surface du spath si elle était par trop défectueuse.

Il ne reste donc plus que deux éléments arbitraires, à savoir les deux courbures du quartz; on les détermine par la condition de longueur focale et par celle de l'achromatisme.

Les formules théoriques des lentilles minces ⁽¹⁾ donnent

$$R_0 = F \frac{(n' - 1)\alpha - (n - 1)\beta}{\alpha - \beta}, \quad R_1 = F \frac{(n' - 1)\alpha - (n - 1)\beta}{\alpha};$$

R_0 étant la courbure extérieure de la lentille convergente, R_1 la courbure

⁽¹⁾ On les déduit des équations bien connues

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_0} \right), \quad \frac{1}{p'} - \frac{1}{q'} = (n' - 1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right),$$

la première représentant la lentille convergente, la seconde la lentille divergente, pp' la distance du point lumineux au centre de la lentille; qq' la distance conjuguée; R_1 le rayon de courbure commun; R_0, R_1 les rayons extrêmes, toutes ces longueurs étant comptées positivement dans le même sens. Le foyer principal F du système s'obtient en faisant

$$q = p', \quad p = \infty \quad \text{et} \quad q' = F,$$

$$-\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_0} \right) + (n' - 1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right).$$

La condition d'achromatisme donne

$$-\frac{1}{F} = (v - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_0} \right) + (v' - 1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

ou

$$\alpha \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_0} \right) + \beta \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = 0.$$

Il suffit alors de faire $R_2 = \infty$ et de tirer de ces deux équations R_0 et R_1 .

commune à la lentille plan-concave, n, n' les indices de la lentille convergente et de la lentille divergente pour l'un des rayons $\alpha = \nu - n$ et $\beta = \nu' - n'$, ν et ν' étant les indices des deux substances pour le deuxième rayon à achromatiser.

Comme on le voit, α et β n'entrent que par leur rapport. Voici la valeur de ce rapport, d'après les déterminations de M. Mascart :

1° *Rayons visibles.*

$$\begin{array}{l} \text{Quartz} \\ \text{(rayon ordinaire).} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Raie D... } n = 1,5442 \\ \text{Raie F... } \nu = 1,5496 \end{array} \right. \alpha = 0,0054$$

$$\begin{array}{l} \text{Spath d'Islande} \\ \text{(rayon ordinaire).} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Raie D... } n' = 1,6584 \\ \text{Raie F... } \nu' = 1,6679 \end{array} \right. \beta = 0,095$$

$$\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Quartz} \\ \text{(rayon ordinaire).} \end{array}} \right\} \frac{\alpha}{\beta} = \frac{4}{7} \text{ approximatif.}$$

On en conclut

$$R_0 = 0,3933F,$$

$$R_1 = -0,2990F.$$

2° *Rayons ultra-violets.*

$$\begin{array}{l} \text{Quartz} \\ \text{(rayon ordinaire).} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Raie L... } n = 1,5601 \\ \text{Raie P... } \nu = 1,5684 \end{array} \right. \alpha = 0,0083$$

$$\begin{array}{l} \text{Spath d'Islande.} \\ \text{(rayon ordinaire).} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Raie L... } n' = 1,6870 \\ \text{Raie P... } \nu' = 1,7027 \end{array} \right. \beta = 0,0157$$

$$\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Quartz} \\ \text{(rayon ordinaire).} \end{array}} \right\} \frac{\alpha}{\beta} = \frac{8}{15} \text{ approximatif.}$$

On en conclut

$$R_0 = 0,4151F,$$

$$R_1 = 0,3631F.$$

On voit par ces deux exemples que la condition d'achromatisme pour les rayons ultra-violets diffère peu de la condition analogue pour les rayons visibles; on peut donc obtenir des objectifs presque rigoureusement achromatiques sur toute l'étendue du spectre, en choisissant des rapports intermédiaires entre les groupes précédemment calculés.

On est d'ailleurs forcé de s'écarter un peu des rapports théoriques pour utiliser les bassins des opticiens, qui procèdent généralement par *demi-pouce*.

Ainsi, pour le *grand goniomètre*, j'ai adopté

$$R_0 = 7^p = 189^{\text{mm}}, 5,$$

$$R_1 = 6^p = 162^{\text{mm}}, 4,$$

que donne $F = 0^{\text{m}}, 45$ environ. Les objectifs sont très satisfaisants.

Pour le *petit goniomètre*, j'ai adopté

$$R_0 = 0^m, 10,$$

$$R_1 = 0^m, 08,$$

d'où

$$F = 0^m, 25,$$

dont les rayons de courbure se trouvaient dans la série des bassins de l'opticien.

Les objectifs ont été assez satisfaisants, mais on les a rendus tout à fait convenables en orientant convenablement les lentilles de spath dans leurs barillets pour atténuer une petite aberration dissymétrique.

APPENDICE IV.

SUR UNE FORMULE D'INTERPOLATION DANS LE CAS OU LA FONCTION CROÎT PRESQUE PROPORTIONNELLEMENT A LA VARIABLE.

Il arrive souvent dans les calculs numériques que, après avoir admis qu'une fonction varie proportionnellement à la variable dans un certain intervalle, on reconnaisse que la proportionnalité n'est pas rigoureuse. On peut, sans avoir besoin de recommencer les calculs d'après une autre formule d'interpolation, effectuer la petite correction en employant une formule qu'on peut établir par les considérations suivantes.

Lorsqu'on remplace un arc de courbe très peu étendu par la corde, la différence des ordonnées est, comme première approximation, une fonction du second degré de l'abscisse; cette fonction s'annule pour les deux extrémités de l'arc et devient maximum pour le milieu de l'arc. Il en résulte que la différence u est représentée par la fonction

$$u = \Lambda(x - a)(x - b),$$

a et b étant les abscisses des extrémités de l'arc. Le maximum de u correspond à la valeur de x qui annule la dernière :

$$x - a + x - b = 0, \quad \text{d'où} \quad x = \frac{a + b}{2},$$

ce qui est conforme à l'énoncé précédent.

Si l'on désigne par U la valeur du maximum, on a

$$U = A \left(\frac{a+b}{2} - a \right) \left(\frac{a+b}{2} - b \right) = A \frac{b-a}{2} \frac{a-b}{2} = -A \left(\frac{a-b}{2} \right)^2,$$

d'où l'on conclut

$$A = -\frac{4U}{(a-b)^2};$$

substituant, il vient

$$u = -\frac{4U}{(a-b)^2} (x-a)(x-b).$$

Cette formule sert à corriger un petit défaut de proportionnalité dans le cas où l'on connaît l'erreur U commise au milieu de l'intervalle $(a-b)$.

Voici un exemple numérique emprunté précisément au cliché B_{13} , dont il a été question plus haut. Le relevé micrométrique donne en unités arbitraires :

	Relevés micrométriques.	Longueurs d'onde.	Déviation observées.	Correction.
Premier repère....	37,41	407,91	5° 9'.55"	»
Raie H.....	38,41	396,99	»	— 0,06
» K.....	38,78	393,39	»	— 0,07
» L.....	39,84	382,15	»	— 0,12
» M.....	40,73	372,71	»	— 0,11
» N.....	42,08	358,40	»	— 0,17
» O.....	43,42	344,19	»	— 0,17
» P.....	44,18	336,13	»	— 0,15
» Q.....	44,85	329,03	»	— 0,13
» R.....	45,88	318,11	»	— 0,12
» R.....	46,21	314,61	»	— 0,12
» S.....	46,60	310,48	»	— 0,10
Deuxième repère..	48,72	288,00	3.40.7	»

La deuxième colonne est calculée en supposant que la variation de la valeur de la longueur d'onde est proportionnelle à la distance du repère; ainsi, pour la raie O, on écrit la proportion

$$\frac{x - 288,00}{407,91 - 287,00} = \frac{43,42 - 48,72}{37,41 - 48,72}, \quad \text{d'où } x = 344,19.$$

Mais le calcul rigoureux montre que x est un peu différent; en effet, si la longueur d'onde ne varie pas proportionnellement à la distance du repère, on peut admettre que, dans un intervalle de 1°,5, les angles sous-tendus par les

raies du cliché varient proportionnellement à cette distance; par suite, on écrira

$$\frac{\gamma - 3^{\circ}40'7''}{5^{\circ}9'55'' - 3^{\circ}40'7''} = \frac{43,42 - 48,72}{37,41 - 48,72}, \quad \text{d'où } \gamma = i + \delta = 4^{\circ}22'11'',9.$$

Substituant cette valeur dans la formule qui permet de calculer la longueur d'onde, on trouve pour valeur rigoureuse

$$\lambda = 343,99$$

au lieu de 344,19; différence, 0,20. Mais on doit réduire de 0,03 cette différence, parce qu'en faisant le calcul rigoureux des repères (sans forcer les chiffres des fractions de seconde) on trouve

$$287,96 \quad \text{et} \quad 407,88$$

au lieu de

$$288,00 \quad \text{et} \quad 407,91.$$

Il reste donc 0,17 comme erreur entre la formule vraie et le calcul de proportionnalité.

Comme la raie O est très sensiblement au milieu de l'intervalle des repères, on peut adopter 0,17 comme représentant le maximum U et, par suite, calculer la correction d'après les données du relevé micrométrique, d'après la formule

$$u = -0,68 \frac{(x - 37,41)(x - 48,72)}{(48,72 - 37,41)^2}.$$

C'est ainsi qu'a été calculée la colonne *Correction* du Tableau III et du Tableau précédent.

Remarque. — Nous avons supposé que l'erreur à corriger était la différence entre un arc de courbe et une droite; mais la loi serait la même (au même ordre d'approximation près). s'il s'agissait de la différence entre deux courbes.

Cette remarque est importante, parce qu'elle donne le moyen de répartir de petites erreurs causées par l'emploi de formules d'interpolation imparfaites, ou mieux, parce qu'elle permet d'employer des formules d'interpolation imparfaites, mais plus simples, sauf à corriger les petites différences par un calcul facile.

Au point de vue géométrique, c'est la subdivision de la courbe à représenter en petits arcs de paraboles, mais de paraboles particulièrement faciles à calculer.