Available online at www.sciencedirect.com

ScienceDirect

C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 346 (2008) 277–282

COMPTES RENDUS MATHEMATIQUE

http://france.elsevier.com/direct/CRASS1/

Analyse complexe

Courants algébriques et courants de Liouville avec conditions sur les tranches

Noureddine Ghiloufi [a], Khalifa Dabbek [b]

[a] *Faculté des sciences de Gabès, 6072 Gabès, Tunisie*
[b] *College of Sciences King Saud University, Kingdom of Saudi Arabia*

Reçu le 18 novembre 2007 ; accepté le 29 janvier 2008

Présenté par Jean-Pierre Demailly

Résumé

Dans cette Note, nous étudions les propriétés des courants positifs fermés à tranches (parallèles ou concourantes) algébriques ou de Liouville. On améliore des résultats dûs à Blel, Mimouni et Raby dans le cas de tranches parallèles et de Gruman et Amamou–Ben Farah dans le cas de tranches concourantes. ***Pour citer cet article : N. Ghiloufi, K. Dabbek, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 346 (2008).***

Abstract

Algebraic currents and Liouville currents with conditions on slices. In this Note, we study closed positive currents with algebraic or Liouville slices (parallel or concurrent). We improve some results due to Blel, Mimouni and Raby in the case of parallel slices and due to Gruman and Amamou–Ben Farah in the case of concurrent slices. ***To cite this article: N. Ghiloufi, K. Dabbek, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 346 (2008).***

Abridged English version

For a positive current T of bidimension (p,p) on $\mathbb{C}^n$, we consider $n_T(r)=\int_{B(0,r)} T\wedge (dd^c\log(|z|^2))^p$ and the counting function $N_T(r)=\int_{r_0}^r n_T(t)/t\,\mathrm{d}t$ for a fixed positive real $r_0>0$ and $r\geqslant r_0$.

The current T is said to be algebraic if the function n_T is bounded, it is a Liouville current if every holomorphic function on $\mathbb{C}^n$ which is bounded on $\operatorname{Supp} T$ satisfies $dd^c(|f|^2T)=0$.

In the first part we give some conditions on slices in order to ensure that T is a Liouville current.

Theorem 1. *Let T be a positive closed current of bidimension (p,p) on $\mathbb{C}^n=\mathbb{C}^k\times\mathbb{C}^{n-k}$ $(1\leqslant k\leqslant p-1)$ and u be a non-negative plurisubharmonic function on $\mathbb{C}^n$. We suppose that there exists a non-pluripolar compact set F' in $\mathbb{C}^k$ and, for every $j\in\{k+1,\dots,n\}$, a non-polar compact set F_j in $\mathbb{C}$ such that*

Adresses e-mail : ghiloufi_noureddine@yahoo.fr (N. Ghiloufi), dabbek_15@yahoo.fr (K. Dabbek).

1631-073X/$ – see front matter
doi:10.1016/j.crma.2008.01.017

$$\lim_{r\to+\infty}\frac{n_{\langle uT,\pi_j,z_j\rangle}(r)}{\log r}=0\quad\forall z_j\in F_j\quad\text{and}\quad\lim_{r\to+\infty}\frac{n_{\langle uT,\pi',z'\rangle}(r)}{\log r}=0\quad\forall z'\in F'.$$

Then $dd^c(uT)=0$.

We prove the following proposition which improves a result by Blel–Mimouni–Raby, proved for $l=1$:

Proposition 4. *Let T be a positive closed current of bidimension (p,p) on $\mathbb{C}^n$ such that, ,*

$$\limsup_{r\to+\infty} N_T(r)\left[\log r\prod_{k=1}^{l}\log^{\circ k}(r)\right]^{-1}<+\infty\quad\text{where } l\in\mathbb{N}^* \text{ and } \log^{\circ k}=\underbrace{\log^+\circ\cdots\circ\log^+\circ\log}_{k\ \text{times}}.$$

Then T is a Liouville current.

The main theorem for the algebraic case is:

Theorem 2. *Let T be a positive closed current of bidimension (p,p) on $\mathbb{C}^n$ with $1\leqslant p<n$. Let $\pi':\mathbb{C}^p\times\mathbb{C}^{n-p}\to\mathbb{C}^p$ and $\pi_j:\mathbb{C}^n\to\mathbb{C}$ the canonical projections defined by $\pi'(z',z'')=z'$ and $\pi_j(z_1,\dots,z_n)=z_j$. We suppose that there exists a non-pluripolar compact set K in $\mathbb{C}^p$ and, for every $j\in\{p+1,\dots,n\}$, a non-polar compact set K_j in $\mathbb{C}$ such that the slice $\langle T,\pi',z'\rangle$ is algebraic for all $z'\in K$ and the slice $\langle T,\pi_j,z_j\rangle$ vanishes for all $z_j\in K_j$. Then T is algebraic.*

Theorem 3. *Let T be a positive closed current of bidimension (p,p) on $\mathbb{C}^n$, let q be an integer such that $p+q\geqslant n$ and E be a Borel subset in $G_{q,n}$ of non-zero Fubini–Study measure $\mu(E)$. Then there exist two constants $c_1,c_2>0$ depending to E such that we have $c_1 n_T(c_2 r)\leqslant\int_E n_{T_{|L}}(r)\,\mathrm{d}\mu(L)$ for r sufficiently large.*

As a consequence of this result we have:

Corollary. *Let T be a positive closed current of bidimension (p,p) on $\mathbb{C}^n$ and let q be an integer such that $p+q\geqslant n$. We assume that there exists a Borel subset E in $G_{q,n}$ of non-zero Fubini–Study measure $\mu(E)$ such that $T_{|L}$ is an algebraic current for every $L\in E$. Then T is algebraic.*

1. Préliminaires

Pour un courant positif T de bidimension (p,p) sur $\mathbb{C}^n$, on considère $n_T(r)=\int_{B(0,r)}T\wedge(dd^c\log(|z|^2))^p$ et la fonction de comptage $N_T(r)=\int_{r_0}^{r}n_T(t)/t\,\mathrm{d}t$ pour un $r_0>0$ fixé et $r\geqslant r_0$.

Le courant positif T est dit algébrique si la fonction n_T est bornée, il est dit de Liouville si toute fonction holomorphe sur $\mathbb{C}^n$ qui est bornée sur $\operatorname{Supp}T$ vérifie $dd^c(|f|^2T)=0$.

Dans ce travail on s'intéresse à l'étude des courants positifs fermés qui sont à tranches algébriques ou de Liouville.

Nous utilisons des résultats de [3] que nous allons rappeler :

Proposition 1. *(Voir [3].) Soient T un courant positif fermé de bidimension (p,p) sur $\mathbb{C}^n$ et u une fonction positive psh sur $\mathbb{C}^n$ tels que $\lim_{r\to+\infty}n_{uT}(r)/\log r=0$. Alors $dd^c(uT)=0$.*

En se basant sur la définition d'un courant algébrique et sur la Proposition 1 on en déduit que tout courant positif fermé algébrique est de Liouville.

Proposition 2. *(Voir [3].) Soit T un courant positif fermé de bidimension (p,p), $1\leqslant p\leqslant n$, sur $\mathbb{C}^n$ tel que*

$$\int_{r_0}^{+\infty}\frac{\mathrm{d}t}{t\,n_T(t)}=+\infty.$$

Alors T est de Liouville.

On a besoin de rappeler aussi le résultat suivant d'El Mir-Feki :

Proposition 3. *(Voir [7].) Soient S un courant positif fermé de bidimension (p,p) sur $\mathbb{C}^n = \mathbb{C}^k \times \mathbb{C}^{n-k}$ $(1 \leqslant k \leqslant p)$, $\pi' : \mathbb{C}^k \times \mathbb{C}^{n-k} \to \mathbb{C}^k$ et $\pi_j : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ les projections canoniques pour tout $j \in \{k+1, \dots, n\}$. On suppose qu'il existe un compact F' non pluripolaire de $\mathbb{C}^k$ et pour tout j un compact F_j non polaire de $\mathbb{C}$ tels que*

$$\forall (z_j, z') \in F_j \times F', \quad \langle S, \pi_j, z_j \rangle = 0 \quad et \quad \langle S, \pi', z' \rangle = 0.$$

Alors $S \equiv 0$.

2. Courants de Liouville

Dans cette section on donne des conditions suffisantes sur les tranches d'un courant positif fermé pour que celui-ci soit de Liouville.

Théorème 1. *Soit T un courant positif fermé de bidimension (p,p) sur $\mathbb{C}^n = \mathbb{C}^k \times \mathbb{C}^{n-k}$ $(1 \leqslant k \leqslant p < n)$ et u une fonction positive psh sur $\mathbb{C}^n$. On suppose qu'il existe un compact F' non pluripolaire de $\mathbb{C}^k$ et pour tout $j \in \{k+1, \dots, n\}$ un compact F_j non polaire de $\mathbb{C}$ tels que*

$$\lim_{r \to +\infty} \frac{n_{\langle uT, \pi_j, z_j \rangle}(r)}{\log r} = 0 \quad \forall z_j \in F_j \quad et \quad \lim_{r \to +\infty} \frac{n_{\langle uT, \pi', z' \rangle}(r)}{\log r} = 0 \quad \forall z' \in F'.$$

Alors $dd^c(uT) = 0$.

Démonstration. Avec une légère modification de la démonstration de la proposition 1 donnée dans [3], on montre que $\forall (z_j, z') \in F_j \times F'$ on a $dd^c \langle uT, \pi_j, z_j \rangle = 0$ et $dd^c \langle uT, \pi', z' \rangle = 0$, et d'après la proposition 3 avec $S = dd^c u \wedge T$, on peut donc conclure que $dd^c u \wedge T = 0$. $\square$

Remarque. Le théorème précédent montre qu'un courant positif fermé à tranches algébriques est de Liouville.

Proposition 4. *Soit T un courant positif fermé de bidimension (p,p) dans $\mathbb{C}^n$ tel que*

$$\limsup_{r \to +\infty} \frac{N_T(r)}{\log r \prod_{k=1}^{l} \log^{\circ k}(r)} < +\infty$$

avec $l \in \mathbb{N}^*$ et $\log^{\circ k} = \underbrace{\log^+ \circ \cdots \circ \log^+ \circ \log}_{k\ fois}$, où $\log^+(t) = \max(\log t, 0)$. Alors T est de Liouville.

Pour $l = 1$ on retrouve le corollaire 4.5 de [3].

Démonstration. Pour tout $r > 0$ on a $n_T(r) \log r \leqslant \int_r^{r^2} \frac{n_T(t)}{t} \, dt$. Donc d'après l'hypothèse, il existe $C > 0$ telle que $(r \prod_{k=1}^{l} \log^{\circ k}(r))^{-1} \leqslant C(r n_T(r))^{-1}$ et par suite $\int_\delta^{+\infty} \frac{dr}{r n_T(r)} = +\infty$. D'après la Proposition 2, T est de Liouville. $\square$

Remarque. Le courant $T = dd^c \varphi$ avec $\varphi(z) = \max(\log^2 |z| (\log(\log(|z|) - \frac{1}{2}), 1)$ vérifie les hypothèses de la proposition précédente mais ne vérifie pas celles du Théorème 3.6 de [3] (qui correspond à $l = 1$). En fait $n_T(r) = 2 \log r \log(\log r)$ et $N_T(r) \sim (\log r)^2 (\log(\log r) - \frac{1}{2})$.

3. Courants algébriques

3.1. Cas de tranches parallèles

Théorème 2. *Soit T un courant positif fermé de bidimension (p,p) sur $\mathbb{C}^n$ avec $1 \leqslant p < n$. Soit $\pi' : \mathbb{C}^p \times \mathbb{C}^{n-p} \to \mathbb{C}^p$ et $\pi_j : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ les projections canoniques définies par $\pi'(z', z'') = z'$ et $\pi_j(z_1, \dots, z_n) = z_j$. On suppose qu'il existe un compact K non pluripolaire de $\mathbb{C}^p$ et pour tout $j \in \{p+1, \dots, n\}$ un compact K_j non polaire de $\mathbb{C}$ tels* *que la tranche $\langle T,\pi',z'\rangle$ soit algébrique pour tout $z'\in K$, et tel que les tranches $\langle T,\pi_j,z_j\rangle$ soient nulles pour tout $z_j\in K_j$. Alors T est algébrique.*

Démonstration. Pour montrer que T est algébrique il suffit de montrer que $\int_{\mathbb{C}^n} T\wedge (dd^c\log(1+|z|^2))^p$ est finie. Sans perte de généralité on peut supposer que la masse totale $\|\langle T,\pi',z'\rangle\|$ de la tranche est bornée par une constante pour tout $z'\in K$. En effet, pour tout $m\in\mathbb{N}$ on pose $A_m=\{z'\in K,\ \|\langle T,\pi',z'\rangle\|\leqslant m\}$. Alors $(A_m)_m$ est une suite croissante de boréliens qui recouvre K. Comme $\bigcup_{m\in\mathbb{N}} A_m=K$ est non pluripolaire, il existe $\eta\in\mathbb{N}$ tel que A_η soit non pluripolaire, donc il contient un compact non pluripolaire L. On continue la preuve en remplaçant K par L.

Soit u_j (resp. u) la fonction extrémale (de Siciak) associée au compact K_j (resp. K). Alors on a

$$\max\left(-1,\log\left(\frac{1+|z_j|}{a_j}\right)\right)\leqslant u_j(z_j)\leqslant c_j+\log\bigl(1+|z_j|\bigr)\quad \forall z_j\in\mathbb{C},$$
$$\max\left(-1,\log\left(\frac{1+|z'|}{a}\right)\right)\leqslant u(z')\leqslant c+\log\bigl(1+|z'|\bigr)\quad \forall z'\in\mathbb{C}^p,$$

où a_j, c_j, c et a sont des constantes positives. De plus la mesure dd^cu_j est portée par K_j (dans $\mathbb{C}$), de même $(dd^cu)^p$ est portée par K dans $\mathbb{C}^p$.

Pour $z=(z_1,\dots,z_n)\in\mathbb{C}^n$, soit $v(z)=u(z')+\sum_{j=p+1}^n u_j(z_j)$. Alors v est psh sur $\mathbb{C}^n$, de plus il existe $b\in\mathbb{R}$ tel que

$$v(z)\geqslant \log\bigl(1+|z'|\bigr)+\sum_{j=p+1}^n \log\bigl(1+|z_j|\bigr)-b=\log\left(\bigl(1+|z'|\bigr)\prod_{j=p+1}^n\bigl(1+|z_j|\bigr)\right)-b\quad \forall z\in\mathbb{C}^n.$$

Or $(1+|z'|)\prod_{j=p+1}^n(1+|z_j|)\geqslant\sqrt{1+|z|^2}$ donc $v(z)\geqslant\frac12\log(1+|z|^2)-b$ pour tout $z\in\mathbb{C}^n$.

Pour $N\in\mathbb{N}$ suffisamment grand, soit $A_N=\{z\in\mathbb{C}^n;\ v(z)<\frac12\log(1+|z|^2)+N\}$. Il est clair que A_N est relativement compact dans $\mathbb{C}^n$. D'après le théorème de comparaison [5]

$$\left(\frac12\right)^p\int_{A_N} T\wedge\bigl(dd^c\log\bigl(1+|z|^2\bigr)\bigr)^p\leqslant\int_{A_N} T\wedge(dd^cv)^p.$$

Or

$$\int_{A_N} T\wedge(dd^cv)^p=\int_{A_N} T\wedge(dd^cu)^p + \sum_{s=1}^p C_p^s\int_{A_N} T\wedge(dd^cu)^{p-s}\wedge\sum_{m_{p+1}+\cdots+m_n=s}\frac{s!}{m_{p+1}!m_{p+2}!\cdots m_n!}\bigwedge_{q=p+1}^n(dd^cu_q)^{m_q}.$$

D'après la formule de tranchage et l'hypothèse,

$$\int_{A_N} T\wedge(dd^cu)^{p-s}\wedge\bigwedge_{q=p+1}^n(dd^cu_q)^{m_q} = \int_{z_j\in K_j}\langle T,\pi_j,z_j\rangle\left(\mathbb{1}_{A_N}(dd^cu)^{p-s}\wedge\bigwedge_{p+1\leqslant q\leqslant n,\,q\neq j}(dd^cu_q)^{m_q}\right)dd^cu_j=0$$

où $m_j=1$. On a aussi $\int_{A_N} T\wedge(dd^cu)^p=\int_{z'\in K}\langle T,\pi',z'\rangle(\mathbb{1}_{A_N})(dd^cu)^p\leqslant\eta(dd^cu)^p(K)$. Par conséquent

$$\int_{A_N} T\wedge\bigl(dd^c\log\bigl(1+|z|^2\bigr)\bigr)^p\leqslant 2^p\eta(dd^cu)^p(K).$$

Pour conclure il suffit de faire tendre N vers $+\infty$. □

Remarque. L'exemple suivant montre que le résultat précédent n'est pas vrai pour un courant positif plurisousharmonique ($dd^cT \geqslant 0$) : Soit $T_1 = \sup(|z_2|^2 - 1, 0)dd^c \log(|z_1|)$. On observe que T_1 est un courant positif psh de bidimension $(1, 1)$ sur $\mathbb{C}^2$ qui vérifie les hypothèses du théorème, mais T_1 n'est pas algébrique.

3.2. Cas de tranches concourantes

Soient $p, q < n$ des entiers tels que $p + q \geqslant n$. Soit $G_{q,n}$ la Grassmannienne des sous-espaces vectoriels de dimension q dans $\mathbb{C}^n$. Sous l'identification $G_{q,n} \hookrightarrow \mathbb{P}^{C_n^q - 1}$, on munit $G_{q,n}$ d'une mesure de volume, nommée mesure de Fubini–Study et notée μ_q (ou simplement μ s'il n'y a pas d'ambiguïté), déduite de la métrique usuelle de $\mathbb{P}^{C_n^q - 1}$ (cf. [4]). Soit $X_{q,n} = \{(z, L) \in \mathbb{C}^n \times G_{q,n};\ z \in L\}$ le fibré vectoriel de rang q au dessus de $G_{q,n}$, muni des projections canoniques $\pi : X_{q,n} \to G_{q,n}$ et $\sigma : X_{q,n} \to \mathbb{C}^n$. La restriction σ_0 de σ à $X'_{q,n} := \sigma^{-1}(\mathbb{C}^n \smallsetminus \{0\})$ est une submersion sur $\mathbb{C}^n \smallsetminus \{0\}$. Soit T un courant positif fermé alors $\sigma_0^* T$ définit un courant positif fermé sur $X'_{q,n}$ de masse localement finie au voisinage de $\sigma^{-1}(0)$ (cf. [2]), et d'après le théorème de prolongement d'El Mir (cf. [6]), l'extension triviale de $\sigma_0^* T$ par zéro au dessus de $\sigma^{-1}(0)$ est un courant positif fermé sur $X_{q,n}$, qu'on notera $\widetilde{\sigma_0^* T}$. On pose alors

- $\sigma^* T = \widetilde{\sigma_0^* T}$ si $q > n - p$, où $n - p$ est le degré de $\widetilde{\sigma_0^* T}$.
- $\sigma^* T = \widetilde{\sigma_0^* T} + \nu(T, 0)[\sigma^{-1}(0)]$ si $q = n - p$, où $\nu(T, 0)$ est le nombre de Lelong de T en 0.

Notons que $\dim X_{q,n} = n + (q - 1)(n - q)$ et $\dim \sigma^* T = p + (q - 1)(n - q)$.

Ben Messaoud a montré dans [2] qu'il existe un ensemble localement pluripolaire E_0 de la grassmannienne $G_{q,n}$ tel que la tranche $\langle \sigma^* T, \pi, L\rangle$ de T, qu'on notera ici $T_{|L}$, existe pour tout $L \in G_{q,n} \smallsetminus E_0$.

Lemme 1 *(formule de Crofton, [9]). Soient S un courant positif fermé de bidimension (p, p) sur $\mathbb{C}^n$ et $q \in \mathbb{N}^*$ tel que $p + q \geqslant n$. Alors pour tout $r > 0$ on a $n_S(r) = \int_{G_{q,n}} n_{S_{|L}}(r)\, \mathrm{d}\mu(L)$.*

Théorème 3. *Soient T un courant positif fermé de dimension p sur $\mathbb{C}^n$, q un entier tel que $p + q \geqslant n$ et E un ensemble borélien de $G_{q,n} \smallsetminus E_0$ de mesure de Fubini–Study $\mu(E)$ non nulle. Alors il existe deux constantes $c_1, c_2 > 0$ qui dependent de E telles qu'on ait*

$$c_1 n_T(c_2 r) \leqslant \int\limits_E n_{T_{|L}}(r)\, \mathrm{d}\mu(L)$$

pour r suffisamment grand.

Remarque. On retrouve le résultat de Gruman [8] pour les ensembles analytiques et de Amamou–Ben Farah [1] pour $q = 1$. Dans le cas où $p = n - 1$ et $q = 1$, Blel, Mimouni et Raby montrent dans [3] un résultat plus précis.

Démonstration. On procède par récurrence sur q.

Pour $q = 1$: On a $G_{1,n} = \mathbb{P}^{n-1}$ et le résultat a été prouvé par Blel–Mimouni–Raby dans [3].

Supposons que le résultat est vrai à l'ordre q, c'est à dire sur $G_{q,n}$, et prouvons le à l'ordre $q + 1$. L'idée est de ramener le problème de $G_{q+1,n}$ à $G_{q,n}$. Pour cela, on considère l'ensemble

$$Y_{q,n} = \{(L, \Lambda) \in G_{q,n} \times G_{q+1,n};\ L \subset \Lambda\}$$

et les projections canoniques

$$\begin{tikzcd} G_{q,n} & Y_{q,n} \arrow[l, "f"'] \arrow[r, "g"] & G_{q+1,n} \\ X_{q,n} \arrow[u, "\pi_q"] \arrow[r, "\sigma_q"'] & \mathbb{C}^n & X_{q+1,n}. \arrow[l, "\sigma_{q+1}"] \arrow[u, "\pi_{q+1}"'] \end{tikzcd}$$

On observe que $\sigma_q^* T$ est un courant positif fermé de dimension $p + (q - 1)(n - q)$ sur $X_{q,n}$. De même $\sigma_{q+1}^* T$ est un courant positif fermé de dimension $p + q(n - q - 1)$ sur $X_{q+1,n}$. Soit $\Lambda \in E \subset G_{q+1,n} \smallsetminus E_0$.

On remarque que $G_{q,q+1}(\Lambda) = f(g^{-1}(\Lambda))$, donc d'après la formule de Crofton, $n_{T_{|\Lambda}}(r) = \int_{L\in f(g^{-1}(\Lambda))} n_{T_{|L}}(r)$ et par suite

$$\int_E n_{T_{|\Lambda}}(r)\,\mathrm{d}\mu_{q+1}(\Lambda) = \int_E \left(\int_{L\in f(g^{-1}(\Lambda))} n_{T_{|L}}(r) \right) \mathrm{d}\mu_{q+1}(\Lambda) = c \int_{f(g^{-1}(E))} n_{T_{|L}}(r)\,\mathrm{d}\mu_q(L) \quad \text{avec } c > 0.$$

Comme $f(g^{-1}(E))$ est de mesure non nulle dans $G_{q,n}$, d'après l'hypothèse de récurrence, il existe $c_1, c_2 > 0$ telles que $c_1 n_T(c_2 r) \leqslant \int_{f(g^{-1}(E))} n_{T_{|L}}(r)\,\mathrm{d}\mu_q(L)$. Donc $c \cdot c_1 n_T(c_2 r) \leqslant \int_E n_{T_{|\Lambda}}(r)\,\mathrm{d}\mu_{q+1}(\Lambda)$. □

Corollaire 1. *Soient T un courant positif fermé de dimension p sur $\mathbb{C}^n$ et q un entier tel que $p + q \geqslant n$. On suppose qu'il existe un ensemble E de mesure (de Fubini–Study) non nulle de la grassmannienne $G_{q,n}$ telle que $T_{|L}$ soit un courant algébrique pour tout $L \in E$, alors T est algébrique.*

Démonstration. Pour tout $N \in \mathbb{N}^*$ soit $B_N := \{L \in E;\ n_{T_{|L}}(r) \leqslant N,\ \forall r > 0\}$. Par hypothèse, $\bigcup_N B_N = E$. Comme E est de mesure non nulle, il existe $N_0 > 0$ tel que B_{N_0} soit de mesure non nulle. D'après le Théorème 3, il existe deux constantes $c_1, c_2 > 0$ telles que

$$n_T(r) \leqslant \frac{1}{c_1} \int_{B_{N_0}} n_{T_{|L}}\left(\frac{r}{c_2}\right) \mathrm{d}\mu(L) \leqslant \frac{1}{c_1} N_0 \mu(B_{N_0}). \qquad \square$$

Remerciement

Nous remercions Mr J.P. Demailly pour l'idée d'utiliser le théorème de comparaison dans la démonstration du Théorème 2 et Mr H. El Mir pour d'utiles conversations à propos de ce travail.

Références

[1] M. Amamou, S. Ben Farah, Croissance de la trace d'un courant positif fermé sur les plans complexes de $\mathbb{C}^n$, J. Math. Pures Appl. 84 (2005) 169–188.

[2] H. Ben Messaoud, Opérateur de Monge–Ampère, tranchage et extension des courants positifs fermés, thèse de doctorat d'état, Fac. des Sciences de Monastir Tunisie, 1996, pp. 1–70.

[3] M. Blel, S.K. Mimouni, G. Raby, Courants algébriques et courants de Liouville, Ann. Polon. Math. 86 (3) (2005) 245–271.

[4] E.M. Chirka, Complex Analytic Sets, Math. Appl., vol. 46, Kluwer Academic, 1989.

[5] K. Dabbek, F. Elkhadhra, Capacité associée à un courant positif fermé, Documenta Math. 11 (2006) 469–486.

[6] H. El Mir, Sur le prolongement des courants positifs fermés, Acta Math. 153 (1984) 1–45.

[7] I. Feki, Tranchage pour le prolongement de courants positifs fermés, thèse de doctorat, Fac. des sciences de Tunis, 1998, pp. 1–42.

[8] L. Gruman, La géométrie globale des ensembles analytiques dans $\mathbb{C}^n$, Séminaire P. Lelong, H. Skoda (Analyse), $18^{\text{ème}}$ et $19^{\text{ème}}$ année, 1978–1979.

[9] Y.T. Siu, Analyticity of sets associated to Lelong numbers and the extension of closed positive currents, Invent. Math. 27 (1974) 53–156.