C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 334 (2002) 671–676

Géométrie différentielle/*Differential Geometry*

Rigidité d'Einstein du plan hyperbolique complexe

Yann Rollin

Department of Mathematics & Statistics, University of Edinburgh, James Clerk Maxwell Building, King's Buildings, Mayfield Road, Edinburgh EH9 3JZ, Scotland, UK

Reçu le 18 décembre 2001 ; accepté après révision le 19 février 2002

Note présentée par Sir Michael Atiyah.

Résumé Nous démontrons que toute métrique d'Einstein sur $B^4 \subset \mathbb{C}^2$, asymptotique à la métrique de Bergmann, lui est égale à un difféomorphisme près. La démonstration repose sur la construction d'une solution des équations de Seiberg–Witten dans ce contexte de volume infini. Pour cette raison, et plus généralement, si M^4 est dotée d'un bord à l'infini muni d'une structure CR, d'une structure *spin*^{c} adaptée dont l'invariant de Kronheimer–Mrowka est non nul et d'une métrique d'Einstein asymptotiquement hyperbolique complexe, nous produisons une solution des équations de Seiberg–Witten avec une propriété de forte décroissance exponentielle. ***Pour citer cet article : Y. Rollin, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 334 (2002) 671–676.*** © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

Einstein rigidity of the complex hyperbolic plane

Abstract We prove that every Einstein metric on $B^4 \subset \mathbb{C}^2$ asymptotic to the Bergmann metric is equal to it up to a diffeomorphism. The proof relies on the construction of a solution of Seiberg–Witten equations in this infinite volume setting. Therefore, and more generally, if M^4 is a manifold with a CR-boundary at infinity, an adapted *spin*^{c}-structure which has a nonzero Kronheimer–Mrowka invariant and an asymptotically complex hyperbolic Einstein metric, we produce a solution of Seiberg–Witten equations with an strong exponential decay property. ***To cite this article: Y. Rollin, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 334 (2002) 671–676.*** © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

Abridged English version

1. Introduction

Let M^4 be an oriented manifold with an end diffeomorphic to $\mathbb{R} \times Y^3$. Assume that Y^3 is endowed with a contact 1-form η compatible with the orientation and a CR-structure on the contact distribution. We define the Carnot–Carathéodory metric on the contact distribution by $\gamma = \mathrm{d}\eta(\cdot, J\cdot)$; a Riemannian metric g on M is said to be *asymptotically complex hyperbolic* (ACH in short) if in some such coordinates on the end of M, we have

$$g = \hat{g} + \mathrm{e}^{-\delta t} h, \tag{1}$$

Adresse e-mail : rollin@maths.ed.ac.uk (Y. Rollin).

S1631-073X(02)02323-3/FLA

with $\delta > 0$ and h bounded in C^∞-norm with respect to the metric

$$\hat{g} = dt^2 + \mathrm{sh}^2(2t)\eta^2 + \mathrm{sh}^2(t)\gamma.$$

From the definition, ACH metrics are complete and of infinite volume. Now, if we note t the distance to a point of M with respect to g, we obtain again the property (1) up to multiplication of γ by a conformal parameter. Therefore, we can define *the conformal infinity* of the ACH metric g to be equal to the conformal class $[\gamma]$.

In the case of the complex hyperbolic plane $\mathbb{C}\mathcal{H}^2$, realized as the unit ball $B^4 \subset \mathbb{C}^2$ endowed with the Bergmann metric $g^{\mathcal{H}}$, we have $Y = S^3 = \partial B^4$. Hence, the boundary S^3 carries a *standard CR-structure* induced by the embedding in $\mathbb{C}^2$. We note ρ the euclidian distance to the center of the ball, $t = \mathrm{argth}\,\rho$ and we define the contact 1-form $\eta = -J\,d\rho/(2\rho)$, which is compatible with the CR-distribution and the S^1-action of the Hopf bundle $S^3 \xrightarrow{\pi} \mathbb{CP}^1$. One can check that $g^{\mathcal{H}} = \hat{g}$ if we choose $\gamma = d\eta(\cdot, J\cdot) = \pi^* g^{\mathrm{FS}}$, where g^{FS} is the Fubini–Study metric of $\mathbb{CP}^1$. Thus, the conformal class $[\pi^* g^{\mathrm{FS}}]$ on the standard CR-distribution is called the *standard conformal infinity* of S^3.

Recall that smooth compact quotients of the complex hyperbolic plane $\mathbb{C}\mathcal{H}^2$ carry a unique Einstein metric up to a diffeomorphism and a constant parameter. This result was proved by Le Brun [6] using Seiberg–Witten theory.

In infinite volume, strictly pseudo-convex domains of $\mathbb{C}^2$ (an more generally of $\mathbb{C}^n$) carry a unique ACH Kähler–Einstein metric up to a biholomorphism and a constant parameter [4]; by analogy with the compact case, the difficult question of their uniqueness as *Einstein* metrics is raised. We solve this problem on the ball in Theorem 1. However, Biquard constructs a family of ACH Einstein metrics on B^4 for each small deformation $[\gamma]$ of the standard conformal infinity of S^3. Therefore, the conformal infinity must be fixed in order to obtain a uniqueness result.

2. Main results

THEOREM 1. – *Let g be an Einstein metric on the unit ball $B^4 \subset \mathbb{C}^2$. Suppose that g is asymptotic to the Bergmann metric $g^{\mathcal{H}}$ in the sense that there exists $\delta > 0$ such that near infinity we have*

$$g = g^{\mathcal{H}} + e^{-\delta t} h, \tag{2}$$

where t is the distance to a point with respect to $g^{\mathcal{H}}$ and h is bounded in C^∞ norm with respect to $g^{\mathcal{H}}$. Then there exists a diffeomorphism f of B^4 such that $f^* g = g^{\mathcal{H}}$.

The assumption (2) is equivalent to restrict to ACH metrics with standard conformal infinity of S^3.

Our main tool is an existence result of a solution of Seiberg–Witten equations for a manifold M^4 endowed with an ACH Einstein metric. Recall that in [5], Kronheimer and Mrowka associate a Seiberg–Witten invariant $SW(\mathfrak{s})$ to any *spin^c*-structure $\mathfrak{s}$ on M adapted to the contact structure of the boundary at infinity Y.

Following Biquard and Herzlich, we can define a formal ACH Kähler–Einstein metric $(\bar{g}, \bar{J})$ on the end of M so that $\bar{J}$ is compatible with the CR-structure of the boundary. In the case of the complex hyperbolic plane, we do not need all this material because we have $\bar{g} = \hat{g} = g^{\mathcal{H}}$. Moreover, if g is ACH Einstein, we can suppose that up to a diffeomorphism $\bar{g} - g = O(e^{-4t})$ (*cf.* [3], Corollary 5.2).

Let $\mathfrak{s}$ be a *spin^c*-structure compatible with the contact structure; this means that $\mathfrak{s}$ is isomorphic on the end of M to the canonical *spin^c*-structure $\mathfrak{s}_0$ induced by $\bar{J}$. Let (A_0, Φ_0) be the standard solution of Seiberg–Witten equations for the Kähler–Einstein metric $\bar{g}$ where $\Phi_0 = (\sqrt{-s_{\mathcal{H}}}, 0) \in \Lambda^{0,0} \oplus \Lambda^{0,2}$ and A_0 is the Chern connection induce by $(\bar{g}, \bar{J})$ on the anti-canonical line bundle.

THEOREM 2. – *Let M^4 be a manifold endowed with an ACH Einstein metric g and an adapted spin^c-structure $\mathfrak{s}$ whose Kronheimer–Mrowka invariant $SW(\mathfrak{s})$ is non zero. Then, Seiberg–Witten equations for $\mathfrak{s}$ and the metric g*

$$\begin{aligned} \mathrm{D}_A\Phi &= 0,\\ F_A^+ &= q(\Phi). \end{aligned}$$

admit a solution such that $A \otimes A_0^{-1}$, $\Phi - \Phi_0$ *and their derivatives decay as* $\mathrm{O}(\mathrm{e}^{-(4+\varepsilon)t})$ *for some* $\varepsilon > 0$.

- Remark that the assumption on g to be Einstein is needed only to get extra informations on the asymptotic behavior of g and that we could for example replace g in the last theorem by any metric close up to a $\mathrm{O}(\mathrm{e}^{-(4+\varepsilon')t})$ for some $\varepsilon' > 0$.
- It would be interesting to justify the existence of the solution by a Seiberg–Witten theory developed directly for ACH Einstein metrics.
- More generally, Theorem 2 should be a useful tool to find links between CR-geometry of Y and fillings of M by ACH Einstein metrics. For example, under the assumptions of Theorem 2, we have the following Miyaoka–Yau inequality [2]

$$0 \leqslant \chi(M) - 3\tau(M) + \nu(\partial_\infty M) = \frac{1}{8\pi^2}\int_M \left(3\left|W_g^-\right|^2 - \left|W_g^+\right|^2 + \frac{s_g^2}{24}\right)\mathrm{vol}^g, \tag{3}$$

  where $W_g^\pm$ are the components of the Weyl curvature and ν is the invariant of the CR-structure at infinity of M introduced in [3] (where the r.h.s. identity of (3) and its convergence is established). Moreover the equality holds if and only if g is the complex hyperbolic metric.

---

1. Introduction

Soit M^4 une variété orientée avec bout difféomorphe à $\mathbb{R}^+ \times Y^3$. Supposons Y^3 muni d'une 1-forme de contact η compatible avec l'orientation et d'une structure CR sur la distribution de contact. On définit la métrique de Carnot–Carathéodory sur la distribution de contact $\gamma = \mathrm{d}\eta(\cdot, J\cdot)$; une métrique g est dite *asymptotiquement hyperbolique complexe* si dans de telles coordonnées sur le bout de M, on a

$$g = \hat{g} + \mathrm{e}^{-\delta t}h, \tag{4}$$

avec $\delta > 0$, h borné en norme C^∞ par rapport à

$$\hat{g} = \mathrm{d}t^2 + \mathrm{sh}^2(2t)\eta^2 + \mathrm{sh}^2(t)\gamma.$$

Par définition les métrique asymptotiquement hyperboliques complexes sont complètes et de volume fini. Si on note maintenant t la distance à un point de M relativement à la métrique g, on obtient à nouveau la propriété (4) quitte à multiplier γ par un facteur conforme. Ainsi, la classe conforme $[\gamma]$ est appelée *l'infini conforme* de la métrique asymptotiquement hyperbolique complexe g.

Dans le cas du plan hyperbolique complexe $\mathbb{C}\mathcal{H}^2$ réalisé comme le modèle de la boule unité $B^4 \subset \mathbb{C}^2$ avec la métrique de Bergmann $g^{\mathcal{H}}$, on a $Y = S^3 = \partial B^4$. Le bord Y hérite alors naturellement d'une *structure CR standard* induite par le plongement dans $\mathbb{C}^2$. On note ρ la distance euclidienne au centre de la boule, $t = \mathrm{argth}\,\rho$ et on définit la 1-forme de contact $\eta = -J\,\mathrm{d}\rho/(2\rho)$ compatible avec la distribution CR et l'action S^1 du fibré de Hopf $S^3 \xrightarrow{\pi} \mathbb{CP}^1$. En choisissant $\gamma = \mathrm{d}\eta(\cdot, J\cdot) = \pi^* g^{\mathrm{FS}}$ où g^{FS} est la métrique de Fubini–Study sur $\mathbb{CP}^1$, on vérifie alors que $g^{\mathcal{H}} = \hat{g}$. La classe conforme $[\pi^* g^{\mathrm{FS}}]$ sur la distribution CR est alors appelée *l'infini conforme standard* de S^3.

Rappelons que les quotients compacts lisses du plan hyperbolique complexe $\mathbb{C}\mathcal{H}^2$ possèdent une unique métrique d'Einstein à un difféomorphisme et une constante multiplicative près. Ce résultat a été démontré par Le Brun [6] en utilisant la théorie de Seiberg–Witten.

En volume infini, on sait d'après [4] que les domaines strictement pseudo-convexes de $\mathbb{C}^2$ (et plus généralement de $\mathbb{C}^n$) possèdent une unique métrique de Kähler–Einstein asymptotiquement hyperbolique complexe à un biholomorphisme et une constante multiplicative près ; de façon analogue au cas compact, la question difficile, de l'unicité de ces dernières en tant que métriques d'Einstein se pose alors. Nous traitons ce problème sur la boule dans le Théorème 1. Néanmoins, Biquard [1] construit une métrique d'Einstein asymptotiquement hyperbolique complexe sur B^4 pour chaque petite déformation $[\gamma]$ de l'infini conforme standard sur S^3 ; pour obtenir un résultat d'unicité des métrique d'Einstein asymptotiquement hyperboliques complexes, nous devons donc nécessairement fixer l'infini conforme.

2. Résultats principaux

THÉORÈME 1. – *Soit g une métrique d'Einstein sur la boule unité $B^4 \subset \mathbb{C}^2$. Supposons g asymptotique à la métrique de Bergmann $g^{\mathcal{H}}$, dans le sens où il existe $\delta > 0$ tel que près de l'infini, on ait*

$$g = g^{\mathcal{H}} + \mathrm{e}^{-\delta t} h, \tag{5}$$

où t est la distance à un point de B^4 relativement à $g^{\mathcal{H}}$ et h est borné en norme C^∞ pour la métrique $g^{\mathcal{H}}$. Alors il existe un difféomorphisme f de B^4 tel que $f^* g = g^{\mathcal{H}}$.

L'hypothèse (5) revient à considérer les métriques asymptotiquement hyperboliques complexes avec infini conforme standard.

Notre outil principal est un résultat d'existence d'une solution des équations de Seiberg–Witten sur une variété M^4 munie d'une métrique d'Einstein asymptotiquement hyperbolique complexe. Rappelons que Kronheimer et Mrowka définissent alors sur M un invariant de Seiberg–Witten $SW(\mathfrak{s})$ associé à toute structure *spin*^{c}, notée $\mathfrak{s}$, adaptée à la structure de contact du bord à l'infini Y.

D'après Biquard et Herzlich, on définit une une métrique de Kähler–Einstein (formelle) $(\bar{g}, \bar{J})$ sur le bout de M avec $\bar{J}$ compatible à la structure CR du bord à l'infini. Dans le cas de l'infini conforme standard sur S, on n'a pas besoin de cette complication car on dispose de $\bar{g} = \hat{g} = g^{\mathcal{H}}$. Si g est d'Einstein, on peut en outre, quitte à faire agir un difféomorphisme, supposer que $\bar{g} - g = \mathrm{O}(\mathrm{e}^{-4t})$ (*cf.* [3], Corollaire 5.2).

Soit $\mathfrak{s}$ une structure *spin*^{c} compatible avec la structure de contact ; ceci signifie que $\mathfrak{s}$ est isomorphe sur le bout de M à la structure *spin*^{c} canonique $\mathfrak{s}_0$ induite par $\bar{J}$. Notons alors (A_0, Φ_0) la solution standard des équations de Seiberg–Witten pour la métrique Kähler–Einstein $\bar{g}$ où $\Phi_0 = (\sqrt{-s_{\mathcal{H}}}, 0) \in \Lambda^{0,0} \oplus \Lambda^{0,2}$ et A_0 est la connexion de Chern induite par $(\bar{g}, \bar{J})$ sur le fibré anti-canonique.

THÉORÈME 2. – *Soit M^4 une variété munie d'une métrique d'Einstein g asymptotiquement hyperbolique complexe et d'une structure spin^c adaptée $\mathfrak{s}$ dont l'invariant de Kronheimer–Mrowka $SW(\mathfrak{s})$ est non nul. Alors les équations de Seiberg–Witten associées à $\mathfrak{s}$ et la métrique g*

$$\begin{aligned} \mathrm{D}_A \Phi &= 0, \\ F_A^+ &= q(\Phi) \end{aligned}$$

admettent une solution telle que $A \otimes A_0^{-1}$ et $\Phi - \Phi_0$ ainsi que leurs dérivées décroissent comme des $\mathrm{O}(\mathrm{e}^{-(4+\varepsilon)t})$ avec $\varepsilon > 0$.

- Notons que l'hypothèse que g soit d'Einstein ne sert qu'à en déduire des renseignements supplémentaires sur son comportement asymptotique et nous pouvons sans problème la remplacer par n'importe quelle métrique proche à un un $\mathrm{O}(\mathrm{e}^{-(4+\varepsilon')t})$ près, avec $\varepsilon' > 0$.
- Il serait intéressant de justifier l'existence de cette solution par une théorie de Seiberg–Witten développée directement sur les variétés d'Einstein asymptotiquement hyperboliques.
- Plus généralement, le Théorème 2 devrait être un outil utile pour établir des liens entre la géométrie CR de Y et l'existence de remplissage par des métriques d'Einstein asymptotiquement hyperboliques complexes sur M. Par exemple, sous les hypothèses du Théorème 2, on a l'inégalité de Miyaoka–

Yau [2] suivante

$$0 \leqslant \chi(M) - 3\tau(M) + \nu(\partial_\infty M) = \frac{1}{8\pi^2}\int_M \left(3\left|W_g^-\right|^2 - \left|W_g^+\right|^2 + \frac{s_g^2}{24}\right) \mathrm{vol}^g, \tag{6}$$

où $W_g^\pm$ sont les composantes de la courbure de Weyl et ν est l'invariant de la structure CR à l'infini de M introduit dans [3] (où est démontrée l'identité du membre de droite de (6) ainsi que sa convergence). De plus on a égalité si et seulement si g est la métrique hyperbolique complexe.

3. Aperçu de la démonstration

Une fois le théorème d'existence 2 obtenu, la décroissance à l'infini permet de démontrer le Théorème 1 de façon analogue au cas compact. La boule B^4 munie de la structure de contact standard sur S^3 admet un remplissage symplectique grâce à la métrique kählérienne $g^{\mathcal{H}}$. L'invariant de Kronheimer–Mrowka de la structure *spin*^{c} canonique vérifie donc $SW(\mathfrak{s}_0) = 1$ d'après le Théorème 1.1 de [5]. Sous les hypothèses du Théorème 1, on en déduit via le Théorème 2 une solution (A, Φ) pour la métrique g qui possède une propriété de forte décroissance exponentielle. En appliquant la formule de Lichnerowicz et le fait que (A, Φ) est solution des équations de Seiberg–Witten, on en déduit l'inégalité

$$\int_M \left(s_g^2 + 48\left|W_g^-\right|^2\right) \mathrm{vol}^g + 8F_A \wedge F_A \geqslant 0,$$

avec égalité si et seulement si la métrique g est hyperbolique complexe. D'après la théorie de Chern–Weil de [3] et la propriété de décroissance exponentielle, l'intégrale ci dessus est égale à

$$\int \left(s_{\mathcal{H}}^2 + 48\left|W_{\mathcal{H}}^-\right|^2\right) \mathrm{vol}^{\mathcal{H}} + 8F_{A_0} \wedge F_{A_0} = 0\,;$$

on en déduit alors le Théorème 1.

Le Théorème 2 se démontre comme suit : on approxime toute métrique asymptotiquement hyperbolique g par une suite de métriques presque kählériennes (g_τ, J_τ) au bout desquelles on a adjoint un cône asymptotiquement plat avec J_τ compatible à la structure CR du bord. D'après [5], on en déduit une suite de solutions (A_τ, Φ_τ) des équations de Seiberg–Witten perturbées

$$\mathrm{D}_{A_\tau}^{g_\tau} \Phi_\tau = 0, \tag{7}$$

$$F_{A_\tau}^+ = q(\Phi_\tau) + \varpi_\tau. \tag{8}$$

La perturbation est construite de sorte que ϖ_τ tende vers 0 sur tout compact de M pour τ tendant vers l'infini et soit égale $F_{B_\tau}^+ - q(\Phi_0)$ sur le cône, où B_τ désigne la connexion de Chern induite par la métrique hermitienne (g_τ, J_τ) sur le fibré anti-canonique. Pour la métrique limite g, la pertubation disparaît des équations et on retrouve ainsi les équations Seiberg–Witten habituelles (non perturbées).

Un examen précis de la courbure des métriques g_τ permet d'obtenir par le principe du maximum une borne C^0 uniforme sur Φ_τ. La structure presque complexe J_τ induit une décomposition $\Phi = (\alpha, \gamma) \in \Lambda^{0,0}M \oplus \Lambda^{0,2}M$; on introduit l'énergie d'une configuration (invariante de jauge)

$$E_\tau(A, \Phi) = \int_{t \geqslant T} \left[\left|\nabla_A(\alpha, \gamma)\right|^2 + \left|F_{A\otimes B_\tau^{-1}}^+\right|^2 + |\gamma|^2 + \left(|\alpha|^2 + |\gamma|^2 + s_{\mathcal{H}}\right)^2\right] \mathrm{vol}^{g_\tau},$$

les normes étant prises par rapport à la métrique g_τ. On démontre que cette énergie est uniformément bornée pour la suite de solution (A_τ, Φ_τ). L'action du groupe de jauge $\mathcal{G} = Map(M, S^1)$ sur les solutions des équations de Seiberg–Witten est donnée par

$$u \cdot (A_\tau, \Phi_\tau) = \left(A_\tau + 2\frac{\mathrm{d}u}{u}, u^{-1}\Phi_\tau\right);$$

en choisissant une jauge de Hodge $d^*(A_\tau \otimes B_\tau^{-1}) = 0$, on peut grâce au contrôle fournit par l'énergie extraire une limite faible sur tout compact (A, Φ), telle que $A \otimes A_0^{-1} \in \mathrm{L}^2_1$ et $\Phi - \Phi_0 \in \mathrm{L}^2_1$, solution des équations de Seiberg–Witten non perturbées pour la métrique g.

La décroissance exponentielle nécessite un travail supplémentaire : on commence par analyser l'action de l'opérateur des équations linéarisées $\mathcal{D}$ modulo le groupe de jauge pour la métrique $\bar{g}$ en (A_0, Φ_0) sur des espaces de Sobolev à poids. On montre qu'il existe $\delta_0 > 2$, $c > 0$ et T suffisamment grand, tels que pour tout poids $\delta \in [0, \delta_0]$ et toute configuration (a, ϕ) supportée dans $\{t > T\} \times Y$ on ait

$$\int \left|\mathcal{D}(a, \phi)\right|^2 \mathrm{e}^{2\delta t} \operatorname{vol}^g \geqslant c \int \left[\left|\nabla_{A_0}(a, \phi)\right|^2 + \left|(a, \phi)\right|^2\right] \mathrm{e}^{2\delta t} \operatorname{vol}^g. \tag{9}$$

Un premier argument de bootstrapping permet de montrer que la borne L^2_1 sur $A \otimes A_0^{-1}$ et $\Phi - \Phi_0$ entraîne qu'on a en réalité une borne L^2_k pour tout k. On peut alors fixer une jauge de Coulomb près de l'infini $d^*(A \otimes A_0^{-1}) = \frac{\mathrm{i}}{2} \operatorname{Im}\langle \Phi_0, \Phi - \Phi_0\rangle$. Dans cette jauge, les équations de Seiberg–Witten s'écrivent près de l'infini

$$\mathcal{D}\big(A \otimes A_0^{-1}, \Phi - \Phi_0\big) + \mathcal{Q}\big(A \otimes A_0^{-1}, \Phi - \Phi_0\big) + \mathrm{O}\big(\mathrm{e}^{-(4+\varepsilon)t}\big) = 0,$$

où $\mathcal{Q}$ est un terme quadratique et le terme résiduel $\mathrm{O}(\mathrm{e}^{-(4+\varepsilon)t})$ provient de la variation de métrique $g - \bar{g} = \mathrm{O}(\mathrm{e}^{-4t})$; on montre que la décroissance du terme résiduel est telle grâce à l'étude précise menée dans [3] sur le comportement de g à l'ordre e^{-4t}.

À partir de là, un nouvel argument de bootstrapping utilisant (9) montre qu'on a la décroissance exponentielle voulue en jauge de Coulomb. En résumé, on obtient le résultat de convergence suivant :

PROPOSITION 3. – *Soit g une métrique d'Einstein asymptotiquement hyperbolique complexe sur M et g_τ sa suite d'approximations asymptotiquement plates. Soit (A_τ, Φ_τ) une suite de solutions des équations de Seiberg–Witten perturbées* (7), (8) *pour les métriques g_τ. Alors quitte à faire des changements de jauge et à extraire une sous-suite, (A_τ, Φ_τ) converge au sens C^∞ sur tout compact de M vers une solution (A, Φ) des équations de Seiberg–Witten non perturbées pour la métrique g, avec (A, Φ) possédant une propriété de décroissance exponentielle telle que dans le Théorème* 2.

On en déduit immédiatement le Théorème 2 d'existence d'une solution.

Remerciements. Je remercie chaleureusement Olivier Biquard pour les nombreuses conversations que j'ai eues avec lui sur ce sujet et sur les métriques ACH Einstein en général.

Références bibliographiques

[1] O. Biquard, Métriques d'Einstein asymptotiquement symétriques, Astérisque 265 (2000).
[2] O. Biquard, Communication privée, Décembre 2001.
[3] O. Biquard, M. Herzlich, A Burns–Epstein invariant for ACHE manifolds, Preprint arXiv math.DG/0111218, 2001.
[4] S.Y. Cheng, S.T. Yau, On the existence of a complete Kähler metric on non-compact complex manifolds and the regularity of Fefferman's equation, Comm. Pure. Appl. Math. 33 (1980) 507–544.
[5] P.B. Kronheimer, T.S. Mrowka, Monopoles and contact structures, Invent. Math. 130 (1997) 209–255.
[6] C. Le Brun, Einstein metrics and Mostow rigidity, Math. Res. Lett. 2 (1995) 1–8.