Available online at www.sciencedirect.com
SCIENCE DIRECT
C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 336 (2003) 69–74
COMPTES RENDUS MATHEMATIQUE

Probabilités

Principes de grandes déviations pour des processus de « coarse graining »

Large Deviations for Coarse Grained processes

José Trashorras

Université Paris 7, case 7012, 2, place Jussieu, 75251 Paris cedex 05, France

Reçu le 9 juin 2002 ; accepté le 13 novembre 2002

Présenté par Michel Talagrand

Résumé

Nous renforçons les propriétés de grandes déviations d'un processus de coarse graining déjà étudié par Boucher, Ellis et Turkington [Ann. Probab. 27 (1999) 297–324]. ***Pour citer cet article : J. Trashorras, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 336 (2003).***

Abstract

We improve the Large Deviations Principle satisfied by a Coarse Grained process already analyzed by Boucher, Ellis and Turkington [Ann. Probab. 27 (1999) 297–324]. ***To cite this article: J. Trashorras, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 336 (2003).***

Abridged English version

This Note is concerned with the Large Deviations behavior of a class of measure valued processes called *Coarse Grained processes*. These objects appear widely in the statistical mechanics literature. For instance, they are the essential ingredient in the derivation of the maximum entropy principle governing a two dimensional turbulent fluid when its motion is modelized by the Miller–Robert theory [2].

The general form for these processes can be defined in the following way. Let $\mathcal{X}$ and $\mathcal{Y}$ be two Polish spaces, θ be a Borel probability measure defined on $\mathcal{X}$, $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$ be the space of Borel probability measures defined on

Adresse e-mail : jose.trashorras@math.jussieu.fr (J. Trashorras).

doi:10.1016/S1631-073X(02)00010-9

$\mathcal{Y}$ and $(\Xi_r = \{D_{r,k},\ k = 1, \dots, 2^r\})_{r\in\mathbb{N}}$ be a sequence of partitions of $\mathcal{X}$ that satisfy regularity hypotheses (see Condition 2.1 below). Let $(W_{r,k})_{r,q\in\mathbb{N}}$ be a doubly indexed process of random measures defined on $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ by

$$W_{r,k}(\mathrm{d}x \times \mathrm{d}y) = \theta(\mathrm{d}x) \otimes \sum_{k=1}^{2^r} 1_{D_{r,k}}(x) D_{q,k}(\mathrm{d}y),$$

where $L_{q,1}, \dots, L_{q,2^r}$ are independent and identically distributed copies of a random measure $L_q \in \mathcal{P}(\mathcal{Y})$ defined on a probability space $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$. These processes are called *coarse grained processes*. Let I be a rate function defined on $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$ endowed with the weak convergence topology, i.e., a $[0,\infty]$ valued and lower semicontinuous mapping. Let J be a function defined on the space $\mathcal{P}_\theta(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$ of Borel probability measures on $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ which first marginal is θ, that maps each $\mu(\mathrm{d}x \times \mathrm{d}y) = \theta(\mathrm{d}x) \otimes \tau_\mu(x, \mathrm{d}y)$ to $J(\mu) = \int_{\mathcal{X}} I(\tau_\mu(x,\cdot))\theta(\mathrm{d}x)$.

Boucher, Ellis and Turkington [1] have established a Large Deviations result for these processes: if $(L_q)_{q\in\mathbb{N}}$ obeys a Large Deviations Principle in $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$ at the scale q with rate function I then $(W_{r,k})_{r,q\in\mathbb{N}}$ obeys a double limit Large Deviations Principle in $\mathcal{P}_\theta(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$ with rate function J in the sense that for every open O in the weak convergence topology

$$-\inf_{\mu\in O} J(\mu) \leqslant \liminf_{r\to\infty} \liminf_{q\to\infty} \frac{1}{2^r q} \log \mathbb{P}(W_{r,k} \in O) \tag{1}$$

and for every closed F in this topology

$$\limsup_{r\to\infty} \limsup_{q\to\infty} \frac{1}{2^r q} \log \mathbb{P}(W_{r,k} \in F) \leqslant -\inf_{\mu\in F} J(\mu). \tag{2}$$

We improve this result in several points. First, we prove that this Large Deviations Principle is still valid when $\mathcal{P}_\theta(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$ is endowed with the stronger topology d defined in (4) (see Théorème 2.2). We also restore their proof for the goodness of the resulting rate function J in the weak convergence topology (see Théorème 2.3). We give a much stronger result in the particular (but usual) case where L_q is the empirical measure of independent and identically distributed random variables (see Théorème 2.4). This result leads to a Large Deviations control of the level-1 coarse grained processes (see Corollaire 2.5). Finally, we consider the case of a "fluctuating scale" coarse graining process, and establish the corresponding weak Large Deviations Principle (see Théorème 2.6). All this is done without a superfluous condition on the sequence $(\Xi_r)_{r\in\mathbb{N}}$ concerning the boundary of the $D_{r,k}$'s.

1. Introduction

Cette Note porte sur le comportement en grandes déviations (GD) d'une classe de processus à valeurs mesure, *les processus de coarse graining*. Ces processus sont d'un usage courant en mécanique statistique. Par exemple, ils sont au cœur de la dérivation des principes de maximum d'entropie régissant le comportement de fluides turbulents bi-dimensionnels modélisés dans la théorie de Miller–Robert [2].

Onsager [7] a été le premier à avancer l'idée que l'apparition (paradoxale) de formes ordonnées au cœur d'écoulements turbulents bi-dimensionels devait trouver une explication en termes de mécanique statistique. Plus tard, Robert [8] a proposé un modèle aléatoire du comportement de ces fluides en procédant à l'homogénéisation stochastique de l'équation d'Euler. Plus précisement, en supposant que l'écoulement a lieu sur le tore $\mathbb{T}^2 = [0,1) \times [0,1)$, le champ de vorticité $\omega(x)$ solution stationnaire de l'équation d'Euler est modélisé par le vecteur aléatoire $\zeta = (\zeta(s),\ s \in \mathcal{L}_n)$, où $\mathcal{L}_n$ est le réseau uniforme sur $\mathbb{T}^2$ de $n = 2^{2m}$ points, de largeur de maille 2^{-m}. Pour chaque $s \in \mathcal{L}_n$ on note $\mathcal{M}_n(s)$ la cellule dont s est le point inférieur gauche (voir Fig. 1). Les variables $(\zeta(s))_{s\in\mathcal{L}_n}$ sont prises indépendantes et identiquement distribuées, à valeurs dans un espace polonais $\mathcal{Y}$. Leur loi ρ ainsi que la définition de $\mathcal{Y}$ sont fixées de sorte que le modèle statistique conserve les propriétés d'invariance du système conservatif initial. La statistique clé dans cette théorie est la *mesure de Young* sur $\mathbb{T}^2 \times \mathcal{Y}$

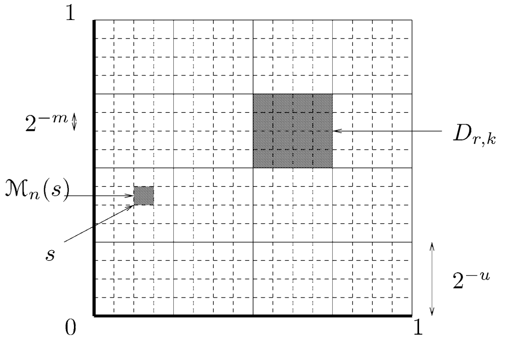

Fig. 1. Le découpage de $\mathbb{T}^2$ avec $m = 4$, $u = 2$.

Fig. 1. Division of $\mathbb{T}^2$ with $m = 4$, $u = 2$.

définie par $Y_n(\zeta)(\mathrm{d}x \times \mathrm{d}y) = \mathrm{d}x \otimes \sum_{s\in\mathcal{L}_n} 1_{\mathcal{M}_n(s)}(x)\delta_{\zeta(s)}(\mathrm{d}y)$. Tous les invariants de l'équation d'Euler sont exprimés comme des fonctionnelles de Y_n et les états stationnaires du fluide sont alors interprétés comme les configurations privilégiées par une distribution microcanonique. Le problème est ainsi ramené, suivant une méthode caractéristique de la mécanique statistique des systèmes férromagnétiques classiques, à l'étude du comportement en grandes déviations de Y_n dans la limite thermodynamique $n \to \infty$. Ce résultat de grandes déviations est obtenu par Michel et Robert dans [6].

L'innovation de Boucher, Ellis et Turkington mise en œuvre dans [2] consiste à approcher la mesure Y_n par un processus aléatoire à valeurs mesure à deux indices $V_{r,n}$ en procédant à un *lissage* à une échelle intermédiaire. En posant $r = 2u$, $q = 2^{2(m-r)}$ et $n = 2^r q = 2^{2m}$, on peut définir 2^r carrés de surface $1/2^r$ notés $D_{r,k}$, $k = 1, \ldots, 2^r$, qui sont à une échelle entre les échelles microscopiques et macroscopiques.

On définit alors le processus de *coarse graining* par

$$V_{r,n}(\zeta)(\mathrm{d}x \times \mathrm{d}y) = \mathrm{d}x \otimes \sum_{k=1}^{2^r} 1_{D_{r,k}}(x)\left(\frac{1}{q}\sum_{s:\ \mathcal{M}_n(s)\subset D_{r,k}} \delta_{\zeta(s)}(\mathrm{d}y)\right) = \mathrm{d}x \otimes \sum_{k=1}^{2^r} 1_{D_{r,k}}(x) L_{q,k}(\mathrm{d}y). \tag{3}$$

Si $\mathrm{d}_{\mathrm{Lip}}$ est la métrique Lipschitz bornée (voir définition au Paragraphe 11.3 dans Dudley [3]) sur l'espace $\mathcal{P}_{\mathrm{d}x}(\mathbb{T}^2 \times \mathcal{Y})$ des mesures de probabilité sur $\mathbb{T}^2 \times \mathcal{Y}$ de première marginale $\mathrm{d}x$, compatible avec la topologie de la convergence étroite on a alors pour tout $n = 2^{2m}$ et $r \in \mathbb{N}$ pair tel que $r < 2m$ le contrôle $\mathrm{d}_{\mathrm{Lip}}(Y_n, V_{r,n}) \leqslant \sqrt{2}/2^{r/2}$. Ainsi, la connaissance du comportement en grandes déviations de $V_{r,n}$ dans la double limite $n \to \infty$ puis $r \to \infty$ donne le comportement en GD des fonctionnelles de Y_n quand $n \to \infty$. L'intérêt de cette démarche alternative est double. D'abord $V_{r,n}$ rend mieux compte que Y_n de l'échelle à laquelle se déroulent les phénomènes cruciaux. Par exemple, $V_{r,n}$ restitue le phénomène d'invariance d'échelle, ce que Y_n ne fait pas. Ensuite, le PGD vérifié par $V_{r,n}$ est une conséquence du théorème de Sanov à travers les résultats de [1] et ne nécessite pas le recours à des arguments plus élaborés comme le théorème de Baldi, utilisé par Michel et Robert [6] pour prouver le PGD pour Y_n.

2. Grandes déviations pour des processus de coarse graining généralisés

Le processus $(V_{r,n})_{r,n\in\mathbb{N}}$ de mesures aléatoires sur $\mathbb{T}^2 \times \mathcal{Y}$ défini par (3) est un cas particulier de la classe de processus que nous allons décrire maintenant. Soient $\mathcal{X}$ et $\mathcal{Y}$ deux espaces polonais, θ une mesure de probabilité sur $\mathcal{X}$, $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$ l'espace des mesures de probabilité sur $\mathcal{Y}$ et $(\Xi_r = \{D_{r,k},\ k = 1, \ldots, 2^r\})_{r\in\mathbb{N}}$ une suite de partitions de $\mathcal{X}$ vérifiant la

Condition 2.1.

(i) $\theta(D_{r,k}) = 1/\,2^r$.
(ii) Ξ_{r+1} est un raffinement de Ξ_r, i.e., $D_{r,k} = D_{r+1,2k} \cup D_{r+1,2k-1}$.
(iii) $\lim_{r\to\infty} \max_{k\in\{1,\dots,2^r\}} \operatorname{diam}(D_{r,k}) = 0$.

Soit $(W_{r,k})_{r,q\in\mathbb{N}}$ un processus à deux indices de mesures aléatoires sur $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ définies par

$$W_{r,k}(\mathrm{d}x \times \mathrm{d}y) = \theta(\mathrm{d}x) \otimes \sum_{k=1}^{2^r} 1_{D_{r,k}}(x) D_{q,k}(\mathrm{d}y),$$

où $L_{q,1}, \dots, L_{q,2^r}$ sont des copies indépendantes d'une mesure aléatoire $L_q \in \mathcal{P}(\mathcal{Y})$ définie sur un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$. Soit I une fonction de taux définie sur $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$ muni de la topologie de la convergence étroite et J l'application définie sur l'espace $\mathcal{P}_\theta(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$ des mesures de probabilité sur $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ de première marginale θ qui à tout $\mu(\mathrm{d}x \times \mathrm{d}y) = \theta(\mathrm{d}x) \otimes \tau_\mu(x, \mathrm{d}y)$ associe

$$J(\mu) = \int_{\mathcal{X}} I\big(\tau_\mu(x, \cdot)\big)\theta(\mathrm{d}x).$$

Cette décomposition de μ existe et est unique θ p.s. (voir par exemple le Théorème A.5.4 dans Dupuis et Ellis [4]). Soit d une distance sur $\mathcal{P}_\theta(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$ définie par

$$d(\mu, \nu) = \int_{\mathcal{X}} \beta\big(\tau_\mu(x, \cdot), \tau_\nu(x, \cdot)\big)\theta(\mathrm{d}x), \tag{4}$$

où β est n'importe quelle métrique bornée sur $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$ compatible avec la topologie de la convergence étroite.

Théorème 2.2. *On suppose que la suite $(L_q)_{q\in\mathbb{N}}$ vérifie un PGD sur $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$ équipé de la topologie de la convergence étroite, à l'échelle q, de fonction de taux convexe I et que la suite $(\Xi_r)_{r\in\mathbb{N}}$ de partitions de $\mathcal{X}$ satisfait la Condition* 2.1. *Alors $(W_{r,k})_{r,q\in\mathbb{N}}$ vérifie un PGD en limite double sur $\mathcal{P}_\theta(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$ de fonction de taux J au sens où pour tout ouvert O de $\mathcal{P}_\theta(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$ muni de la topologie engendrée par d on a*

$$-\inf_{\mu\in O} J(\mu) \leqslant \liminf_{r\to\infty} \liminf_{q\to\infty} \frac{1}{2^r q} \log \mathbb{P}(W_{r,k} \in O)$$

et pour tout fermé F de $\mathcal{P}_\theta(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$ dans cette même topologie

$$\limsup_{r\to\infty} \limsup_{q\to\infty} \frac{1}{2^r q} \log \mathbb{P}(W_{r,k} \in F) \leqslant -\inf_{\mu\in F} J(\mu).$$

Boucher, Ellis et Turkington [1] ont prouvé ce résultat mais en considérant $\mathcal{P}_\theta(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$ muni de la topologie de la convergence étroite, qui est plus faible que celle engendrée par d. Par ailleurs, ils posent de plus fortes conditions sur $(\Xi_r)_{r\in\mathbb{N}}$.

La preuve du théorème 2.2, ainsi que de tous ceux présentés dans cette note est donnée dans [9].

En combinant ce résultat avec le théorème de Sanov, on obtient le principe de grandes déviations vérifié par le processus $(V_{r,n})_{r,n\in\mathbb{N}}$ défini en (3). Dans le cas particulier de la topologie de la convergence étroite on obtient le

Théorème 2.3. *Si I est une bonne fonction de taux pour la topologie de la convergence étroite alors l'application J est à son tour une bonne fonction de taux pour cette topologie.*

La preuve de ce résultat donnée dans [1] est fausse, du fait de l'utilisation d'un argument circulaire (voir pp. 318–319). Cette erreur est rapportée dans [5] sans qu'une preuve alternative soit proposée. Le fait que J est une bonne fonction de taux permet d'assurer que ses zéros sont atteints, ce qui est capital pour les applications, en mécanique statistique notamment.

Boucher, Ellis et Turkington considèrent dans [2] le cas particulier où L_q est la mesure empirique de q variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées sur une partie $\mathcal{Y} \subset \mathbb{R}$ de loi μ. Or on sait que le théorème de Sanov est encore vrai quand $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$ est muni de topologies plus fortes que la topologie de la convergence étroite. On a donc adapté le Théorème 2.2 pour que la force des propriétés de $(L_q)_{q\in\mathbb{N}}$ dans le contexte du théorème de Sanov soit autant que possible reportée sur $(W_{r,k})_{r,q\in\mathbb{N}}$. Soit μ une mesure de probabilité sur $\mathcal{Y}$ fixée et Φ une classe d'applications mesurables réelles définies sur $\mathcal{Y}$ contenant l'ensemble des applications mesurables bornées et telle que

$$\int_{\mathcal{Y}} \mathrm{e}^{\alpha\varphi(y)}\mu(\mathrm{d}y) < \infty$$

pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$ et tout $\varphi \in \Phi$. Pour tout $p \in [1, \infty[$ on pose

$$\mathcal{P}_{\theta,p,\Phi}(\mathcal{X}\times\mathcal{Y}) = \left\{\nu \in \mathcal{P}_\theta(\mathcal{X}\times\mathcal{Y})\colon\ \forall\varphi\in\Phi,\ x \mapsto \int_{\mathcal{Y}} \varphi(y)\tau_\nu(x,\mathrm{d}y) \in \mathrm{L}^p(\mathcal{X},\theta)\right\}. \tag{5}$$

Dans tout ce qui suit on considérera $\mathrm{L}^p(\mathcal{X},\theta)$ muni de la topologie forte. Soit $\mathcal{T}_{\theta,p,\Phi}$ la moins fine des topologies sur $\mathcal{P}_{\theta,p,\Phi}(\mathcal{X}\times\mathcal{Y})$ qui rend continues les applications $\nu \mapsto (x \mapsto \int_{\mathcal{Y}} \varphi(y)\tau_\nu(x,\mathrm{d}y)) \in \mathrm{L}^p(\mathcal{X},\theta)$ pour tout $\varphi\in\Phi$. Elle est engendrée par la collection de parties de $\mathcal{P}_{\theta,p,\Phi}(\mathcal{X}\times\mathcal{Y})$ de la forme

$$U_{\rho,\varphi,\varepsilon} = \left\{\nu \in \mathcal{P}_{\theta,p,\Phi}(\mathcal{X}\times\mathcal{Y})\colon \int_{\mathcal{X}} \left|\int_{\mathcal{Y}} \varphi(y)\tau_\nu(x,\mathrm{d}y) - \int_{\mathcal{Y}} \varphi(y)\tau_\rho(x,\mathrm{d}y)\right|^p \theta(\mathrm{d}x) < \varepsilon\right\} \tag{6}$$

pour tout $\rho \in \mathcal{P}_{\theta,p,\Phi}(\mathcal{X}\times\mathcal{Y})$, $\varphi\in\Phi$ et $\varepsilon > 0$. On obtient dans ce contexte le

Théorème 2.4. *Si la suite $(L_q)_{q\in\mathbb{N}}$ est définie par $L_q = \frac{1}{q}\sum_{i=1}^q \delta_{X_i}$ et que les X_i sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de loi μ à valeurs dans $\mathcal{Y}$ telles que pour tout $\alpha\in\mathbb{R}$ et tout $\varphi\in\Phi$ l'inégalité* (5) *est vérifiée, alors pour tout $p \geqslant 1$ le processus $(W_{r,k})_{r,q\in\mathbb{N}}$ vérifie un PGD en limite double au sens où pour tout $B \subset \mathcal{P}_\theta(\mathcal{X}\times\mathcal{Y})$ mesurable*

$$-\inf_{\nu\in\mathrm{int}_{\mathcal{T}_{\theta,p,\Phi}}(B)} H(\nu|\theta\otimes\mu) \leqslant \liminf_{r\to\infty}\liminf_{q\to\infty} \frac{1}{q2^r}\log\mathbb{P}(W_{r,k}\in B)$$

et

$$\limsup_{r\to\infty}\limsup_{q\to\infty} \frac{1}{q2^r}\log\mathbb{P}(W_{r,k}\in B) \leqslant -\inf_{\nu\in\mathrm{adh}_{\mathcal{T}_{\theta,p,\Phi}}(B)} H(\nu|\theta\otimes\mu),$$

où $\mathrm{int}_{\mathcal{T}_{\theta,p,\Phi}}(B)$ (resp. $\mathrm{adh}_{\mathcal{T}_{\theta,p,\Phi}}(B)$) est l'intérieur (resp. l'adhérence) de $B\cap\mathcal{P}_{\theta,p,\Phi}(\mathcal{X}\times\mathcal{Y})$ pour la topologie $\mathcal{T}_{\theta,p,\Phi}$ et $H(\cdot|\cdot)$ est l'entropie relative habituelle.

Soient $(X_{i,k})_{i,k\in\mathbb{N}}$ des variables aléatoires *réelles* indépendantes et identiquement distribuées. Le Théorème 2.4 nous permet d'établir par contraction un PGD en limite double sur $\mathrm{L}^p(\mathcal{X},\theta)$ muni de la topologie forte pour le processus de coarse graining de niveau 1 $(\overline{W}_{r,q}(x))_{r,q\in\mathbb{N}}$ défini sur $\mathcal{X}$ par

$$\overline{W}_{r,q}(x) = \sum_{k=1}^{2^r} 1_{D_{r,k}}(x)\left(\frac{1}{q}\sum_{i=1}^q X_{i,k}\right). \tag{7}$$

Corollaire 2.5. *Si la loi μ des variables aléatoires $X_{i,k}$ vérifie $\int_{\mathbb{R}} \mathrm{e}^{\alpha y}\mu(\mathrm{d}y) < \infty$, pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$ alors $(\overline{W}_{r,q}(x))_{r,q\in\mathbb{N}}$ vérifie un PGD en limite double sur $\mathrm{L}^p(\mathcal{X},\theta)$ muni de la topologie forte de fonction de taux*

$$j(f) = \int_{\mathcal{X}} i\bigl(f(x)\bigr)\theta(\mathrm{d}x),$$

où i est la transformée de Cramer de la mesure μ.

Ce résultat est un cas particulier (mais essentiel dans les applications) du Théorème 2.3 dans [5].

Finalement, on prouve un PGD faible pour $(W_{r,k})_{r,q\in\mathbb{N}}$ non plus dans en limite double $q \to \infty$ puis $r \to \infty$ mais en limite simple $q \to \infty$ pour toute application $r = r(q) \in \mathbb{N}$ strictement croissante.

Théorème 2.6. *Si la suite $(L_q)_{q\in\mathbb{N}}$ vérifie un principe de grandes déviations sur $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$ muni de la topologie de la convergence étroite, de bonne fonction de taux convexe I, alors $(W_{r(q),q})_{q\in\mathbb{N}}$ vérifie un principe de grandes déviations faible sur $\mathcal{P}_\theta(\mathcal{X}\times\mathcal{Y})$ muni de la topologie engendrée par la distance d de fonction de taux J au sens où pour tout ouvert O dans cette topologie*

$$-\inf_{\mu\in O} J(\mu) \leqslant \liminf_{q\to\infty} \frac{1}{2^{r(q)}q} \log \mathbb{P}(W_{r(q),q} \in O)$$

et pour tout compact K dans cette topologie

$$\limsup_{q\to\infty} \frac{1}{2^{r(q)}q} \log \mathbb{P}(W_{r(q),q} \in K) \leqslant -\inf_{\mu\in K} J(\mu).$$

La topologie engendrée par la distance d étant plus plus forte que la topologie de la convergence étroite, le Théorème 2.2 admet également une version faible (la borne supérieure n'est valable que pour les compacts) en limite simple $q \to \infty$.

Remerciements

Je remercie Francis Comets pour des discussions sur ce problème.

Références

[1] C. Boucher, R.S. Ellis, B. Turkington, Spatializing random measures: doubly indexed processes and the large deviation principle, Ann. Probab. 27 (1999) 297–324.
[2] C. Boucher, R.S. Ellis, B. Turkington, Derivation of maximum entropy principles in two-dimensional turbulence via large deviations, J. Statist. Phys. 98 (2000) 1235–1278.
[3] R.M. Dudley, Real Analysis and Probability, Wadsworth & Brooks, Pacific Grove, 1989.
[4] P. Dupuis, R.S. Ellis, A Weak Convergence Approach of the Theory of Large Deviations, Wiley, New York, 1997.
[5] R.S. Ellis, K. Haven, B. Turkington, The large deviation principle for coarse grained processes, Preprint, 2001.
[6] J. Michel, R. Robert, Large deviations for Young measures and statistical mechanics of infinite-dimensional dynamical systems with conservation law, Comm. Math. Phys. 159 (1994) 195–215.
[7] L. Onsager, Statistical hydrodynamics, Nuovo Cimento 6 (1949) 279–287.
[8] R. Robert, A maximum-entropy principle for two-dimensional perfect fluid dynamics, J. Statist. Phys. 65 (1991) 531–553.
[9] J. Trashorras, Étude des propriétés de grandes déviations de différents modèles de champ moyen, Thèse de doctorat de l'Université Paris 7, 2001.