

# SÉMINAIRE DE THÉORIE SPECTRALE ET GÉOMÉTRIE

LAURENT GUILLOPÉ

**Rencontres de théorie spectrale et géométrie - Grenoble 1991**

*Séminaire de Théorie spectrale et géométrie*, tome S9 (1991), p. 91-92

[http://www.numdam.org/item?id=TSG\\_1991\\_\\_S9\\_\\_91\\_0](http://www.numdam.org/item?id=TSG_1991__S9__91_0)

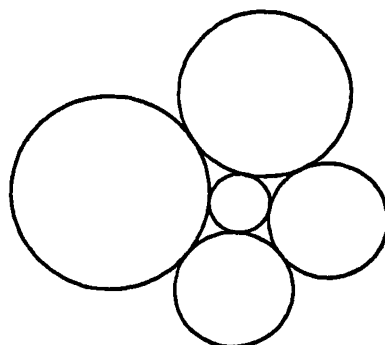
© Séminaire de Théorie spectrale et géométrie (Grenoble), 1991, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Séminaire de Théorie spectrale et géométrie » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

**RENCONTRES DE THEORIE SPECTRALE ET GEOMETRIE  
GRENOBLE 1991  
(Aussois du 7 au 14 avril)**



**Laurent GUILLOPÉ**

**Institut Fourier \*  
Université de Grenoble 1  
B.P. 74  
38402 SAINT MARTIN D'HERES CEDEX  
FRANCE**

---

\* Laboratoire associé au CNRS.

Après lecture de Andreev([1]), Thurston établit le résultat suivant :

**THÉORÈME** ([4, 13.6.2]). — *Soit  $T$  une triangulation topologique de la sphère  $S^2$ . Il existe un empilement de cercles de nerf isotope à  $T$ , unique à transformation conforme de  $S^2$  près.*

Ce début de soirée est consacré à mettre en regard deux énoncés d'existence/unicité mimant celui de Thurston, énoncés où la dualité des paramétrages de l'espace des modules des triangles (suivant les longueurs des côtés dans un cas, les mesures des angles dans l'autre) ne laisse d'intriguer :

- Se plaçant dans le cadre du calcul des variations, Colin de Verdière ([3]) introduit une fonctionnelle strictement convexe dont l'unique minimum fournit l'empilement de cercles souhaité. De fait, c'est la différentielle de cette fonctionnelle qui est révélée, différentielle dont l'annulation équivaut à celles des défauts euclidiens de courbure en les sommets d'une surface triangulée par des triangles euclidiens et à singularités coniques.
- Brägger ([2]) pose une fonctionnelle concave dont le maximum incarne un empilement de cercles désiré. Entrent en jeu des volumes de tétraèdres hyperboliques idéaux s'appuyant sur une réalisation segmentaire du nerf topologique donné.

En arrière-fond, des tracés<sup>†</sup> d'empilements de cercles témoignent de la réalisation effective de l'énoncé de Colin de Verdière, en présentant des empilements de cercles dont le support (affine) ne se développe pas injectivement sur le plan affine. Deux microordinateurs<sup>‡</sup> permettent d'aller de la globalité ( $G$ ) de ces empilements à leurs détails les plus fins ( $F = 2^{-23}G$  pour l'un des exemples) par des changements d'échelle et translations progressifs.

### Références

- [1] ANDREEV E.M. — *On convex polyhedra in Lobachevskii spaces*, Math. USSR-Sb., 10 (1970), 413–440.
- [2] BRÄGGER W. — *Kreispackungen endlicher ebener Triangulierungen*, Diplomarbeit, Basel, 7. Januar, 1991.
- [3] COLIN DE VERDIÈRE Y. — *Un principe variationnel pour les empilements de cercles*, à paraître dans Invent. Math., 1990.
- [4] THURSTON W. — *The geometry and topology of 3-manifolds*, Princeton University notes, 1978.

---

<sup>†</sup> effectués au Centre Interuniversitaire de Calcul de Grenoble, avec l'aide décisive de Jean Guillou pour une mise en œuvre rapide des outils graphiques ad hoc. L'implantation logicielle en C des calculs et des visualisations a été développée à partir d'une première réalisation de Yves Colin de Verdière en Pascal.

<sup>‡</sup> acquis dans le cadre du contrat CEE GADGET n° SC1-0105-C.